

**FORMAS ESPECULARES E NÃO-ESPECULARES
DE SE CONCEBER A RELAÇÃO ENTRE
HISTÓRIA, EPISTEMOLOGIA E EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA**

Antonio Miguel

**Campinas, SP
FE/UNICAMP
2015**

**FORMAS ESPECULARES E NÃO-ESPECULARES DE SE
CONCEBER A RELAÇÃO ENTRE HISTÓRIA,
EPISTEMOLOGIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Antonio Miguel

2015

Elaboração da ficha catalográfica Tiragem

Rosemary Passos Eletrônica (E-book)
(Bibliotecária)

Núcleo Editorial Apoio institucional FE/UNICAMP

UNICAMP - Faculdade de Educação
Av. Bertrand Russell, 801 - Cidade Universitária.
13083-970 Campinas - SP
Tel: (19) 3521-5571
E-mail: bibrose@unicamp.br

Catálogo na Publicação (CIP) elaborada por
Rosemary Passos – CRB-8ª/5771

M588f Miguel, Antonio, 1953-

Formas especulares e não-especulares de se conceber a relação entre história, epistemologia e educação matemática / Antonio Miguel. - Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2015.

ISBN: 978-85-7713-169-3

1. Educação Matemática. 2. História. 3. Epistemologia. I. Miguel, Antonio, 1953 - III. Título.

15-072-BFE

20ª CDD – 510.9

Impresso no Brasil
2015
ISBN: 978-85-7713-169-3



Sumário

1. Considerações preliminares	1
2. Introdução	4
3. Duas formas especulares de se conceber a relação entre história e cognição que têm inspirado investigações em educação matemática	10
4. Duas formas não-especulares de se conceber a relação entre história, epistemologia e educação matemática	32
4.1. A proposta de Luis Radford	32
4.2. A proposta de Rudolf Bkouche	38
5. História e Epistemologia	45
6. História e ensino-aprendizagem da matemática	51
7. Referências Bibliográficas	61

FORMAS ESPECULARES E NÃO-ESPECULARES DE SE CONCEBER A RELAÇÃO ENTRE HISTÓRIA, EPISTEMOLOGIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Antonio Miguel*

1. Considerações Preliminares

O texto que ora apresentamos ao leitor neste livro, com alguns acréscimos e revisões, foi o produto de uma das duas investigações independentes, porém conectadas, que realizei no período de julho a dezembro de 1999. Embora institucionalmente apresentadas, na ocasião, como dois relatórios de pesquisas desenvolvidas em período de semestre sabático, esses textos nunca chegaram a ser publicados em sua íntegra, ainda que tenham inspirado falas em eventos, produção de livros, capítulos e de artigos posteriormente publicados em periódicos nacionais. Essas duas investigações concluídas em 1999 podem ser consideradas, em grande medida, continuidade e desdobramento imediatos das preocupações que haviam sido tematizadas e investigadas em minha tese de doutorado intitulada *Três estudos sobre História e Educação Matemática*¹.

Em um dos três estudos independentes daquela tese, tive por propósito fazer um levantamento e análise de alguns argumentos que tentavam reforçar as potencialidades pedagógicas da história da matemática, contrapondo-os a outros, menos frequentes, mas não menos importantes, que buscavam evidenciar as dificuldades e os problemas que poderiam colocar-se à operacionalização dessas potencialidades em práticas efetivas de ensino e aprendizagem da matemática escolar. Em tal estudo, intitulado *A história e o ensino-aprendizagem da matemática*², a discussão referida se processou à luz de um conjunto não-exaustivo de argumentos que se manifestaram em uma documentação básica constituída de artigos publicados em revistas nacionais e internacionais de Educação Matemática, súmulas contidas em Anais de Encontros nacionais e internacionais de Educação Matemática, capítulos de

* Docente do Departamento de Ensino e Práticas Culturais da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP-SP). Membro integrante dos Grupos de Pesquisa HIFEM (História, Filosofia e Educação Matemática) e PHALA (Educação, Linguagem e Práticas Culturais).

¹ (Miguel, 1993).

² (Miguel, 1993).

livros e referências esparsas contidas nas obras de matemáticos, historiadores da matemática e educadores matemáticos.

Tendo em vista a postura crítica por mim assumida em relação à maior parte dos argumentos reforçadores e questionadores considerados naquele estudo, cheguei a sugerir, naquela ocasião, a título de conclusão provisória, uma proposta alternativa que via na história em geral e, particularmente na história da matemática e da educação matemática, um ponto de referência para a problematização pedagógica no âmbito da educação matemática contemporânea. Entretanto, esse ponto de vista não chegou a ser, naquela ocasião, suficientemente desenvolvido e fundamentado.

Um passo a mais foi dado no sentido da fundamentação desse ponto de vista através do artigo intitulado *Estudos Histórico-pedagógicos Temáticos e História-problema*³, por mim apresentado no I Encontro de História e Educação Matemática ocorrido em Braga-Portugal, em 1996, e publicado integralmente nos Anais daquele Encontro. Mas naquele artigo, a ênfase era posta mais na noção de *estudo histórico-pedagógico temático* do que, propriamente, no aprofundamento da concepção de história como ponto de referência.

Por ocasião de minha participação em uma mesa redonda no VI ENEM (VI Encontro Nacional de Educação Matemática), ocorrido em julho de 1998 em São Leopoldo - RS, procurei retomar minhas reflexões acerca das relações entre história e ensino aprendizagem da matemática e pude perceber que grande parte, senão a totalidade, dos argumentos aparentemente distintos geralmente utilizados para reforçar as potencialidades pedagógicas da história estariam baseados no pressuposto de que o ensino-aprendizagem da matemática deveria funcionar como um 'espelho' mais ou menos fiel da história da matemática.

Dentre essas diferentes formas de se argumentar em favor das potencialidades pedagógicas da história da matemática, consideradas em minha tese de doutorado, duas delas, de grande repercussão no cenário da pesquisa contemporânea em educação matemática, e também em propostas de ação pedagógica, estiveram

³ (Miguel, 1996).

ausentes. Tratam-se daquelas formas de argumentação que se sustentam no referencial teórico desenvolvido por Piaget & García e/ou no desenvolvido por Gaston Bachelard.

Completando esta lacuna, nos propusemos, então, a tomar como objeto de consideração esses dois referenciais e sustentamos, na primeira parte deste artigo, que eles repousam sobre uma *concepção especular* da relação entre história, epistemologia e cognição e que, por esta razão, investigações e propostas de ação pedagógica em Educação Matemática que neles se inspiram acabam, explícita ou implicitamente, fundamentando-se em uma concepção especular análoga entre a história da matemática, a epistemologia e o ensino-aprendizagem da matemática. Numa segunda parte do artigo resolvemos estender nossa análise a fim de contemplar também duas outras formas recentemente divulgadas, e por nós consideradas *não-especulares*, de se conceber a relação entre a história da matemática, a epistemologia e a educação matemática: a de Luis Radford e a de Rudolf Bkouche.

Tendo em vista, porém, que a questão motivadora que orientou e vem orientando este exame de novos pontos de vista acerca dessa relação tem sido a reavaliação e o detalhamento de nossa concepção da história da matemática como ponto de referência para a problematização pedagógica, a terceira e última parte deste artigo é dedicada à exploração da seguinte questão: que analogias e que dissonâncias poderiam evidenciar-se quando comparamos as concepções especulares ou não-especulares mais recentes da relação entre história, epistemologia e educação matemática com a concepção da história como ponto de referência para a problematização pedagógica?

2. Introdução

É fácil constatar que, nestes últimos anos, a discussão relativa às potencialidades pedagógicas da história da matemática, em nosso país, tem-se manifestado, com uma certa frequência, não apenas em Congressos de Educação Matemática e de História da Matemática, como também no âmbito da pesquisa, sob a forma de dissertações e teses, e, até mesmo, em alguns documentos ou propostas oficiais que tentaram, nas duas últimas décadas, operacionalizar políticas públicas em relação à organização curricular da educação matemática escolar em nosso país. É possível também perceber uma certa repercussão dessa discussão, ainda que tímida, em alguns livros didáticos brasileiros mais recentes.

Apenas a título de exemplo, gostaria de citar aqui duas passagens do Volume 3 dos Parâmetros Curriculares Nacionais⁴, as quais, a meu ver, pelo fato de reforçarem implicitamente o ponto de vista de que o processo de ensino-aprendizagem da matemática deveria comportar-se como reflexo mais ou menos fiel da sua história, ilustram um modo contestável, ainda que muito frequente e internacionalmente difundido, de se conceber a relação entre a história e a educação matemática:

A História da Matemática, *mediante um processo de transposição didática* e juntamente com outros recursos didáticos e metodológicos, pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático⁵.

Aproximações sucessivas a um determinado conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros problemas, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática⁶.

Não é o meu objetivo aqui fazer uma análise do modo como a história da matemática se manifesta nos Parâmetros Curriculares Nacionais ou em manuais didáticos. Penso, porém, que em face dessa e de outras formas de manifestação da

⁴ (Brasil, 1997).

⁵ (Brasil, 1997, p. 45, *itálicos nossos*).

⁶ (Brasil, 1997, p. 43).

história da matemática no âmbito da educação matemática brasileira, torna-se legítimo e urgente indagar aqui se a história da matemática - ou quaisquer outros tipos de expedientes 'alternativos' que se apresentam sob a forma de 'histórias epistemológicas da matemática' - seria mais uma das tais 'inovações' ou 'invenções pedagógicas' a que os professores deveriam recorrer na esperança de que seus alunos aprendessem matemática de forma mais significativa, ou se seria ela mais um modismo passageiro, como tantos outros no terreno da educação matemática, ou se seria ainda uma outra coisa qualquer.

Para isso, o estudo que aqui realizaremos deverá ser orientado pelas seguintes questões:

- Que tipos de relações vêm sendo mais recentemente estabelecidas e exploradas entre a história da matemática, a epistemologia da matemática e a educação matemática?
- Como avaliar a plausibilidade dessas formas de se conceber essa relação entre esses três campos?
- Como situar o lugar da história e da epistemologia da matemática no processo de ensino-aprendizagem da matemática?

Estas questões - bastante próximas e interligadas - têm me ocupado e me preocupado nos últimos anos, e uma das razões pelas quais decidi continuar investigando-as diz respeito ao fato de considerá-las indispensáveis para subsidiar qualquer ação pedagógica reflexiva no terreno do ensino-aprendizagem da matemática que intencione pautar-se no propósito de estabelecer um diálogo consequente e esclarecedor com a história.

Para isso, vou partir de uma famosa e muito citada passagem extraída da obra intitulada *O 18 Brumário de Luís Bonaparte*⁷, na qual Marx analisa o golpe de estado de Napoleão III, no contexto geral da história da França, e na qual, mais do que em qualquer outra obra, a concepção marxista da história se aplica de forma bastante esclarecedora à análise de um acontecimento histórico. E parto dessa passagem para,

⁷ (Marx, 1978).

mais no final deste artigo, retornar a ela para apresentar e discutir um modo que acho plausível de se conceber a relação entre história, epistemologia e educação matemática. A passagem de Marx⁸ é a seguinte:

Os homens fazem sua própria história, mas não como querem; não a fazem sob circunstâncias de sua escolha e sim sob aquelas com que se defrontam diretamente, legadas e transmitidas pelo passado. *A tradição de todas as gerações mortas oprime como um pesadelo o cérebro dos vivos.* E justamente quando aparecem empenhados em revolucionar-se a si e às coisas, em criar algo que jamais existiu, precisamente nesses períodos de crise revolucionária, os homens conjuram ansiosamente em seu auxílio os espíritos do passado, tomando-lhes emprestado os nomes, os gritos de guerra e as roupagens, a fim de apresentar-se nessa *linguagem emprestada*. Assim, Lutero adotou a máscara do apóstolo Paulo, a Revolução de 1789-1814 vestiu-se alternadamente como a República romana e como o Império Romano, e a Revolução de 1848 não soube fazer nada melhor do que parodiar ora 1789, ora a tradição revolucionária de 1793-1795. De maneira idêntica, o principiante que aprende um novo idioma *traduz* sempre as palavras deste idioma para sua língua natal; mas, só quando puder *manejá-lo sem apelar para o passado* e esquecer sua própria língua no emprego da nova, terá assimilado o espírito desta última e poderá produzir livremente nela.

Gostaria inicialmente de destacar dessa passagem a frase - *a tradição de todas as gerações mortas oprime como um pesadelo o cérebro dos vivos* - pelo fato de ela me parecer profundamente verdadeira, quer no plano das ações humanas, dos projetos humanos, das interações humanas, como também, e conseqüentemente, no plano da produção do conhecimento e no da educação entendida como ação pedagógica.

Se é verdade, como assinalam as investigações psicológicas mais recentes, que os alunos constroem o conhecimento matemático na interação com o professor, com os demais alunos e com os textos e atividades escolares, num processo ininterrupto de construção e negociação de significados, processo este, cujo limite é dado pelas significações histórico-sociais construídas no passado, isto é, por nossos antepassados, então, esse processo, queiramos ou não, já traz subjacente a si mesmo uma interação com o passado, com a história, ainda que nem professores e nem alunos tenham consciência disso.

A história da matemática medeia esse processo construtivo de significados mesmo que não tenhamos a menor consciência disso. Quando alunos e professores esforçam-se em dar significados, por exemplo, a uma expressão algébrica do tipo $3x$

⁸ (Marx, 1978, p.329, itálicos nossos).

+ 5, ainda que, inicialmente, não tenham qualquer controle no estabelecimento dos possíveis significados que poderão, eventualmente, associar-se a essa expressão, o processo de negociação que se estabelece sempre tenderá, tácita ou explicitamente, a eliminar algumas dessas significações e a realçar outras tendendo, no limite, a firmar e a confirmar aquelas significações sócio-historicamente estabelecidas.

Ninguém melhor do que Wittgenstein⁹, ao conceber a matemática como um conjunto de *jogos de linguagem*, percebeu e defendeu publicamente o papel desempenhado pelo ‘peso dessa tradição das gerações mortas’ no que se refere, particularmente, à questão da avaliação do estatuto das proposições matemáticas, rompendo - *com base* na tradição absolutista hegemônica no terreno da filosofia da matemática - com essa mesma tradição:

Digo que, em Russell, uma proposição se segue de uma outra se ela puder ser derivada dessa outra de acordo com a posição de ambas em uma prova e dos signos estabelecidos - quando nós lemos o livro. Ler o livro, portanto, é um jogo que deve ser aprendido

É claro que ‘as circunstâncias histórico-sociais’ que motivaram o surgimento e a transformação de conceitos, métodos, processos, provas e teorias no contexto da produção do saber matemático não serão, necessariamente, as mesmas que poderão motivar os estudantes da atualidade em suas tentativas de apropriação interpessoal e pessoal deste saber no contexto escolar.

Nem serão necessariamente da mesma natureza as razões, os conflitos e os acordos que envolveram a negociação de significados no contexto histórico-social da produção do saber matemático e aqueles que poderão manifestar-se, de forma subjacente ou explícita, nos processos semióticos que se transcorrerão nos diferentes contextos pedagógicos da atualidade.

Isso porque, os papéis que o conhecimento matemático desempenha nos diferentes contextos escolares da atualidade são totalmente diversos daqueles por ele desempenhado no seio das comunidades científicas do passado, sendo conseqüentemente diversos os objetivos e a natureza dos processos interativos e intersubjetivos que se processam em um e outro desses contextos.

⁹ (Wittgenstein, apud Restivo, 1983, p. 162).

Vamos tomar, a título de exemplo, o contexto histórico-social de surgimento da noção de logaritmo. Sabemos que o surgimento dessa noção esteve ligado à necessidade de construção de métodos que permitissem realizar as operações aritméticas elementares, dentre elas a radiciação, de maneira muito mais rápida e precisa do que as já conhecidas na época.

Por sua vez, a necessidade de se buscar métodos mais rápidos e precisos para a realização de cálculos aritméticos complexos, longos e trabalhosos, provinha de uma exigência posta, na segunda metade do século XVI, pelo desenvolvimento da astronomia, da navegação e do comércio.

É claro que exigências dessa natureza não mais se colocam aos estudantes da atualidade, os quais dispõem não apenas de algoritmos simples e práticos, como também de calculadoras para levar a cabo tal tarefa com precisão e rapidez.

Penso que seria insensato e completamente artificial achar que se poderia 'motivar' a aprendizagem dessa noção na atualidade através da mera reprodução desse contexto na sala de aula, o que não significa que a reprodução de um tal contexto não se tornasse legítima por outras razões.

Mais insensato ainda seria imaginar que nossos estudantes teriam que, necessariamente, esbarrar nos mesmos obstáculos e dificuldades que nossos antepassados enfrentaram para criar e lidar com essa noção, ou então, que tivessem que revisitar conflitos, discussões e negociações ocorridas não apenas em torno da questão da construção de tábuas de logaritmos, mas também no processo de passagem da primeira definição de logaritmo dada por Napier, definição esta de natureza geométrica e cinemática, para aquela que, depois de muitos anos, passaria a tornar-se hegemônica na comunidade matemática e no terreno da matemática escolarizada.

Se assim é, quaisquer semelhanças que pudessem eventualmente ser constatadas entre esses dois contextos (e não estamos aqui negando a possibilidade de que isso possa ocorrer), isto é, entre o contexto histórico-social do surgimento da noção de logaritmo e os contextos de ensino-aprendizagem dessa noção na atualidade, deveriam ser atribuídas aos modos como o ensino dessa noção encontra-se institucionalmente e organizado na atualidade (e isso tem a ver com uma *outra*

história - a história social das disciplinas escolares - que apresenta, sim, zonas de contato e interações com a história social das idéias matemáticas) e não a uma suposta inevitabilidade ou necessidade de natureza biológica, psicológica, ou epistemológica que tivesse o poder de nos impor a ver o ensino e/ou a aprendizagem de uma noção matemática na atualidade como um espelho do modo como ela teria se constituído na história.

Não faz, portanto, sentido qualquer tentativa de explicar, isto é, de estabelecer conexões causais diretas, entre a natureza dos processos interativos que ocorrem nos diferentes contextos pedagógicos da atualidade e aqueles que teriam ocorrido nos contextos científicos do plano histórico-social.

3. Duas formas especulares de se conceber a relação entre história e cognição que têm inspirado investigações em educação matemática

Ao Espelho

Por que persistes, incessante espelho?
 Por que repetes, misterioso irmão,
 O menor movimento de minha mão?

Por que na sombra o súbito reflexo?
 És o outro eu sobre o qual fala o grego
 E desde sempre espreitas. Na brandura
 Da água incerta ou do cristal que dura
 Me buscas e inútil estar cego.
 O fato de não te ver e saber-te
 Te agrega horror, coisa de magia que ousas
 Multiplicar a cifra dessas coisas
 Que somos e que abarcam nossa sorte.
 Quando eu estiver morto, copiarás outro
 E depois outro, e outro, e outro, e outro...

Borges (1999, p. 122)

Contrariamente ao ponto de vista que expus na seção anterior, tem sido bastante frequente ultimamente, tanto em propostas pedagógicas quanto em pesquisas realizadas no exterior e também no Brasil, a utilização explícita ou implícita dessa concepção especular (ou de alguma de suas variantes) da relação entre história e educação matemática.

Uma das variantes dessa concepção a que se recorre com muita frequência na atualidade¹⁰ é aquela que utiliza, quer ao nível da investigação como no da ação pedagógica em matemática, a noção de *obstáculo epistemológico* - introduzida no terreno da história e filosofia da ciência por Gaston Bachelard e trazida para o terreno da Educação Matemática por Guy Brousseau - para explicar ou até mesmo para prever algumas das dificuldades e erros reiterados com que os estudantes da atualidade se deparam durante o estudo de certas noções matemáticas. Até mesmo planejamentos de seqüências de ensino de certos tópicos matemáticos têm sido realizados com base

¹⁰ Um estudo crítico detalhado da noção de *obstáculo epistemológico* em Gaston Bachelard e do modo como essa noção foi apropriada por educadores matemáticos da atualidade é a referência (Miguel, 2015).

nessa noção. Como avaliar a concepção da relação entre história e ensino-aprendizagem da matemática que está subjacente ao uso da noção de obstáculo epistemológico.

Penso que, quando se procede a uma avaliação do modo como a noção Bachelardiana de *obstáculo epistemológico* foi apropriada pelos educadores matemáticos e de toda a polêmica que se estabeleceu em relação à legitimidade de sua utilização ao nível da investigação e da ação pedagógica, a seguinte conclusão acaba se impondo: parece-nos difícil discordar do fato de que os alunos, em seus processos de aprendizagem escolar da matemática, enfrentam dificuldades e obstáculos dos mais diversos tipos, os quais acabam impedindo a apropriação do novo conhecimento.

Difícil parece também discordar do fato de que nossos antepassados, no enfrentamento de problemas determinados no processo de construção de novos conhecimentos no terreno da matemática também enfrentaram dificuldades e obstáculos de diferentes tipos. Entretanto, quando falamos na existência de dificuldades e obstáculos no plano contemporâneo do ensino-aprendizagem da matemática, estamos com isso querendo dizer que as dificuldades e obstáculos enfrentados pelos estudantes são sempre *relativos*, tendo em vista que eles só podem ser caracterizados como dificuldades e obstáculos porque o são à luz de um sistema de referências constituído pelo saber já elaborado que se está querendo transmitir, reconstruir ou problematizar.

O mesmo não ocorre, entretanto, em relação às dificuldades e obstáculos enfrentados por nossos antepassados. Por quê? Simplesmente, porque eles não possuíam um sistema de referência 'acabado' à luz do qual pudessem julgar a validade das suas propostas de soluções aos problemas enfrentados. Portanto, não podiam ter consciência desses obstáculos (ou, pelos menos, dos mesmos obstáculos aos quais se costuma hoje fazer referência). Nesse sentido, *esses obstáculos inexistiam para eles*. Apenas quando saídas e propostas de solução 'adequadas', isto é, aceitas como adequadas por uma comunidade científica, são alcançadas é que se pode rever as propostas antecedentes e 'enxergar' nelas desvios e mal entendidos em relação à solução adequada negociada, e também, 'obstáculos' que seus proponentes não

teriam sabido superar adequadamente. Quando se faz história temática da matemática ou história das ideias matemáticas com base na noção de obstáculo, tal como a concebeu Bachelard, está-se, implícita ou explicitamente assumindo, portanto, um pressuposto indutivista regressivo ilegítimo que pode ser assim expresso: as propostas de solução a determinados problemas, aceitas como bem sucedidas e adequadas numa certa época, podem ser legitimamente utilizadas como referência para apontar as ‘deficiências’ do passado, as ‘deficiências’ dos nossos antepassados, as ‘deficiências’ das opções realizadas por nossos antepassados.

Desse modo, se algumas vezes estudantes da atualidade incorrem nos mesmos tipos de erros ou se se defrontam com obstáculos análogos àqueles enfrentados por nossos antepassados, isso não significa que os processos pedagógicos da atualidade deveriam estar, inevitavelmente, direcionados, condicionados ou mesmo poderem ser explicados ou justificados pelos fracassos pessoais de matemáticos manifestados no passado.

No meu modo de entender, isso significa apenas e tão somente que o modo como os estudantes da atualidade, inseridos num contexto determinado, interagem com a forma pela qual o professor resolve conduzir os processos construtivos de ensino-aprendizagem nesse contexto, acaba propiciando o surgimento dessas dificuldades e não de outras. Pois, se assim não fosse, como explicar o fato de os estudantes da atualidade estarem fatalmente inclinados a reproduzir os mesmos ‘erros’ e ‘obstáculos’ enfrentados por nossos antepassados e mostrarem-se incapazes de reproduzir também seus ‘êxitos’ e ‘acertos’? Seria isso uma mera ironia do destino? Uma brincadeira do acaso?

Além do mais, é possível atualmente, como o fez Leo Rogers¹¹ no Encontro de História e Educação Matemática ocorrido em Braga em 1996, questionar a concepção Bachelardiana de obstáculo epistemológico com base no argumento de que esta concepção assenta-se em uma visão indutivista da história e que, por esta razão, esta noção não seria confiável nem para se proceder a uma análise e avaliação do desenvolvimento científico ou matemático e muito menos para se predizer problemas

¹¹ (Rogers, 1996).

pedagógicos contemporâneos.

De fato, a concepção indutivista da história, e particularmente da história e da filosofia da ciência e da matemática, nada mais faz do que tentar proceder a uma análise avaliadora e julgadora da ciência passada com base naquilo que a ciência se tornou no presente.

Tudo se passa como se a matemática contemporânea pudesse se constituir em critério fidedigno e legítimo para se avaliar as atitudes, as idéias, as formas de procedimento e as opções de nossos antepassados, isto é, a matemática de nossos antepassados.

Tudo se passa como se a matemática, inevitavelmente, tivesse que se tornar aquilo que se tornou. E daí, a noção de 'obstáculo' passa a dizer respeito a tudo aquilo que, no passado, teria impedido a matemática de se tornar aquilo que hoje ela é, de se apresentar do modo como ela se nos apresenta hoje.

É claro que uma visão indutivista regressiva dessa natureza é incompatível com a concepção de matemática como produção sócio-cultural ou como uma 'representação social' como defendeu Restivo¹². Isso porque, ela sempre acaba produzindo uma história internalista, desencarnada e descontextualizada de conceitos e idéias, na qual os fatores externos não podem exercer papel significativo algum, uma vez que a matemática, desde o início, tende a ser aquilo que é em sua forma contemporânea. Uma visão que corta, pela raiz, a possibilidade de a matemática ter-se tornado algo diferente daquilo que ela é hoje.

Mas foi com base nessa concepção indutivista retroativa da história do pensamento científico, para a qual a noção de obstáculo epistemológico revelou-se indispensável, que Bachelard tentou estabelecer um paralelismo entre a formação do espírito científico dos estudantes da atualidade e o desenvolvimento histórico da ciência, paralelismo este mediado pela epistemologia ou, mais precisamente, por uma proposta de empreendimento de uma análise epistemológica da história.

E penso ser também com base nesta mesma concepção indutivista da história da matemática, associada à concepção especular da relação entre história e educação

¹² (Restivo, 1992, pp. 99-128).

matemática mediada pela noção de análise epistemológica da história da matemática, que muitos dos pesquisadores contemporâneos tentaram e continuam tentando desenvolver as suas pesquisas e ações pedagógicas no plano do ensino-aprendizagem da matemática. O que pensar desse empreendimento de uma história epistemologicamente mediada? Para proceder a essa avaliação precisamos nos deter, ainda que brevemente, em alguns pressupostos e conceitos-chave que informam o pensamento de Bachelard.

Uma das características inovadoras da epistemologia de Bachelard diz respeito à introdução da noção de *progresso descontínuo* na interpretação do desenvolvimento histórico do pensamento científico. Na época em que Bachelard publicou seus trabalhos, a concepção positivista de desenvolvimento histórico da ciência, baseada na noção de *progresso contínuo*, era hegemônica no terreno da história da ciência. Isso significava que as histórias da ciência eram escritas com base no pressuposto filosófico tácito de que as novas teorias científicas eram simplesmente propostas a título de *complementação* das já existentes. Desse modo, o edifício da ciência aparecia como um *conjunto cumulativo* de verdades absolutas e não retificáveis.

Em ataque declarado e explícito a esse ponto de vista, e com base na noção de *ruptura epistemológica*, Bachelard irá contrapor-lhe o pressuposto de que, em oposição ao acúmulo monótono de verdades, a ciência progride através de *retificações de erros* e por *reorganizações do saber*: “A retificação é uma realidade, ou melhor, é a verdadeira realidade epistemológica, pois é o pensamento em seu ato, em seu dinamismo profundo”¹³. A retificação é vista, portanto, como o *motor do progresso científico*, a atividade científica como atividade que *constrói ativamente* o real e não como algo que o *descreve passivamente*. Mas, nessa atividade de construção do real os homens se defrontariam, segundo Bachelard, com um conjunto de *obstáculos epistemológicos*, os quais deveriam ser superados para que a ciência

¹³ (Bachelard, apud Bulcão, 1981, p. 45).

pudesse avançar.

Uma outra característica inovadora introduzida por Bachelard em sua interpretação da história das ciências foi a de concebê-la como uma *história recorrente*. Isso significa que ele não apenas defendeu, mas o fez de forma consciente, o controvertido pressuposto de que os fatos científicos do passado deveriam ser analisados tendo como referência a ciência atual. É esse ponto de vista que se acha elegantemente condensado na afirmação: “Acompanhamos o desenrolar do drama das grandes descobertas na história com mais facilidade quando assistimos ao quinto ato”¹⁴. Penso, porém, que a questão crucial que se coloca não é a de maior ou menor facilidade na compreensão do passado, mas a de legitimidade desse próprio pressuposto no plano da investigação histórica.

Como se isso não bastasse, na obra de Bachelard, o postulado de uma história recorrente aparece como o desdobramento natural e necessário do pressuposto, ainda mais fundamental, de uma história progressiva descontínua cujo motor é posto nas *retificações de erros*. Mas quem vê ‘erros’ nas formas de explicação e nas soluções dadas por nossos antepassados aos problemas com os quais se defrontaram - e ver ‘erros’ é mais do que ver essas formas de explicação simplesmente como opções ou possibilidades de saída historicamente condicionadas - deve possuir de antemão um padrão de julgamento do passado em função daquilo que a ciência se tornou no presente. Significa defender, por extensão, o pressuposto ainda mais controvertido da *possibilidade de julgamento* e ‘condenação’ da ciência do passado tomando como referência a natureza e os valores pelos quais a ciência se pauta no presente.

Mesmo despertando a ira dos positivistas, mas não apenas deles, Bachelard não terá o menor escrúpulo em defender também, ao lado do pressuposto de uma história recorrente, este outro de uma *história normativa*. Na obra intitulada *A atividade racionalista da Física contemporânea*, dirá¹⁵:

Trata-se, de fato, de mostrar a ação de uma história julgada, de uma história que deve ter como objetivo distinguir erro e verdade, o inerte e o ativo, o nocivo e o fecundo [...] na história das ciências é necessário compreender, porém também julgar.

¹⁴ (Bachelard, apud Bulcão, 1981, p. 39).

¹⁵ (Bachelard, apud Bulcão, 1981, p. 39).

Tendo a acreditar, porém, que os principais problemas a serem enfrentados, hoje, por parte daqueles que se dedicam à investigação no âmbito da história das idéias científicas e matemáticas, nada têm a ver com o dilema hoje superado do julgar ou não julgar o passado, pois não é a opção por qualquer uma dessas duas alternativas que tornaria nossas reconstituições mais plausíveis, mais críticas, mais convincentes e mais esclarecedoras. Conscientizarmo-nos, através de uma história epistemológica como a de Bachelard, o quão distante estava a ciência de nossos antepassados em relação à nossa não torna mais esclarecedoras as razões pelas quais a ciência deles foi o que foi, e é por esse segundo aspecto que uma legítima história da ciência deveria a meu ver se interessar. Nesse sentido, não vejo como uma análise que julgue o passado à luz de critérios contemporâneos possa produzir algo mais do que uma desqualificação preconceituosa, estéril e irrelevante da ciência de nossos antepassados em relação à contemporânea.

Embora o processo de investigação histórica seja sempre um empreendimento valorativo, penso que seria errôneo pensar que uma história seria tanto mais crítica quanto mais julgamentos de valor fossem feitos pelo historiador. Além disso, nem todo julgamento de valor é feito com base numa projeção (que julgo ilegítima) de valores de uma época histórica sobre outra ou de um contexto a outro que lhe é contemporâneo.

Essa crítica nada tem a ver com uma suposta defesa de retorno positivista que postulasse a suspensão dos juízos de valores, quer no âmbito da prática de investigação científica, quer no da prática da investigação histórica. É claro que toda investigação histórica é sempre condicionada pela natureza das interrogações, intenções, pressupostos, valores, recursos e métodos dos quais o historiador de cada presente se utiliza. Mas isso não significa que o historiador de qualquer presente esteja completamente inconsciente da totalidade ou de parte desses elementos condicionadores. Significa apenas que o historiador de qualquer presente, ainda que constitua o passado à luz de todos esses elementos condicionadores, está sempre ciente de que 'o outro' que ele busca constituir não é 'o si próprio'; que ainda que ele possa constituir esse outro à sua maneira (dentro de certos limites, é claro, porque não se pode dizer o que bem se entende, sem que esse dito se faça acompanhar de

outros ditos ligados às razões de sua aceitação), as circunstâncias e os elementos condicionadores que envolvem o processo e o produto da investigação são sempre distintos das circunstâncias e dos elementos condicionadores que envolvem o objeto historicamente situado que está sendo constituído.

Mas onde, segundo Bachelard, poderíamos encontrar os valores científicos *realmente verdadeiros* pelos quais a crítica do pensamento científico do passado deveria se pautar? Ele irá responder a essa questão afirmando que esses valores se encontram na epistemologia, e é por esta razão que, para ele, é indispensável que toda crítica da ciência do passado se faça à luz da epistemologia. História e epistemologia das ciências aparecem-lhe, então, como empreendimentos indissociáveis. Segundo Bulcão¹⁶,

os critérios de julgamento da História das Ciências estão implícitos na Epistemologia Bachelardiana. Os conceitos de história perimida e história sancionada vêm corroborar o que acabamos de dizer. A história perimida é aquela que se fixa em teorias sem valor científico, como por exemplo a do flogístico; e a história sancionada, a que escolhe teorias que sejam ricas em dados positivos e científicos. Esses dois conceitos introduzidos por Bachelard vêm mostrar que a história sancionada é a que fala da presença da racionalidade da ciência.

Penso, porém, que essa subdivisão introduzida por Bachelard entre história perimida e história sancionada é muito pouco explicativa. Nada mais faz do que tentar demarcar rigidamente, como o tentou também sem sucesso Popper, a fronteira entre o científico e o não-científico. É claro que, quando se está suficientemente recuado e distanciado no tempo daquilo que foi a ciência no passado, é sempre possível, tendo em vista aquilo que a ciência se tornou, condenar certos tipos de explicação rotulando-as de não-científicas. O problema, porém, consiste em se perguntar se quando se está inserido no movimento da investigação científica em construção, se seria possível ou mesmo tão relevante preocuparmo-nos com o problema da separação entre explicações ditas 'científicas' e não-científicas ou entre as explicações fecundas e as estéreis etc. Mesmo porque, sabemos hoje que a ciência se constrói não apenas através de explicações científicas fecundas, mas também mediante explicações científicas julgadas infecundas, explicações não-científicas fecundas e explicações não-científicas infecundas. É o processo histórico-cultural de produção

¹⁶ (Bulcão, 1981, p. 40).

da ciência, com todos os seus condicionamentos, pressupostos e valores - racionais ou irracionais, eticamente reprováveis ou não - que fará essa seleção, e não qualquer critério de racionalidade *a priori* ou *a posteriori* que se julgue poder inferir de dentro ou de fora da atividade científica. Temos consciência hoje, ainda, do papel que as crenças de qualquer natureza - e mesmo os dogmas - desempenham na produção do conhecimento dito científico ou não. Sabemos que a ciência não se constrói sem dogmas, crenças ou pressupostos. Nem mesmo unicamente, ou sobretudo, com pressupostos ditos 'racionais'. O papel ambivalente dos pressupostos (dogmáticos ou não) faz com que eles, em certos momentos, funcionem como estimuladores e propulsores e, em outros, como estagnadores ou mesmo impeditivos da produção da ciência.

Nesse sentido, o critério moralizador de racionalidade no qual se pauta a epistemologia Bachelardiana é rigoroso demais, não apenas para conduzir a investigação científica contemporânea, como também para 'julgar' a ciência de nossos antepassados.

Além disso, se os supostos obstáculos que teriam se manifestado a nossos antepassados no processo de produção da ciência, e que, também supostamente, estariam se manifestando aos cientistas da atualidade, fossem apenas e tão somente aqueles denunciados por Bachelard - ou mesmo que um número finito de outros pudessem se tornar transparentes e conscientes no processo de se fazer ciência na atualidade - poderíamos supor (suposição esta que hoje em dia está completamente descartada) que, um dia, chegaríamos a um estado inusitado de total ausência de erros na atividade científica, a um estado de constituição de uma super-comunidade científica insuspeita, infalível e acima de toda 'condenação' futura.

Penso ainda que Bachelard, ao supervalorizar, em sua proposta epistemológica de uma reconstrução racional da ciência, o critério da natureza das explicações científicas, esqueceu-se de atribuir igual peso à *natureza das explicações históricas*. Assim, a sua história epistemológica das ciências, ao basear-se em alguns pressupostos controvertidos e quase completamente contestados pela ciência contemporânea da história, segundo sua própria classificação, situar-se-ia no estágio pré-científico.

Mas essa história Bachelardiana *epistemologicamente mediada* do pensamento científico, daquilo que deveria ter sido previsto mas não foi, nada mais é do que uma caracterização das ideias do passado em relação àquilo que elas se tornaram no presente. Nesse sentido, o passado sempre se torna insuficiente e insatisfatório em relação ao presente, não sendo essa sobreposição temporal proposta por Bachelard nada mais do que uma projeção ilegítima do presente sobre o passado e não uma tentativa - agora sim, legítima, à luz da investigação histórica - de busca de sentido das idéias passadas à luz do que de fato foram ou poderiam ter sido, dadas as circunstâncias e condições sociais contextuais nas quais surgiram e se desenvolveram.

Poderíamos acrescentar ainda que, devido ao reducionismo psicológico subjacente ao empreendimento Bachelardiano, a epistemologia passa a ser vista e concebida como uma atividade destacada e destacável da atividade do historiador, atribuindo-se a ela *um papel distinto* daquele que efetivamente ela cumpre no terreno da investigação caracteristicamente histórica, qual seja, o de funcionar como um corpo de pressupostos, explícitos ou não, justificados ou não, acerca da natureza do conhecimento histórico e científico e a partir do qual se assenta a investigação e o discurso histórico. Para Bachelard, portanto, fazer epistemologia passa a ser sinônimo de fazer história num segundo grau de abstração, isto é, de fazer uma *segunda análise histórica* com intenções distintas daquelas que orientaram o trabalho de investigação histórica propriamente dito.

Mas por que chamar 'epistemologia' esta segunda história? Por que não imputar-lhe simplesmente a denominação de 'história alternativa', uma vez que também as análises históricas primeiras dos historiadores, bem como as análises epistemológicas no sentido de Bachelard, são sempre empreendimentos intencionados? Por que razões a natureza da intenção direcionadora do processo de investigação histórica nos deveria remeter inevitavelmente a um terreno distinto do da própria história? Por que reconstruções ditas 'racionalis' da história, tais como a de Bachelard e as de tantos outros - tais como a de Lakatos e a de Piaget & Garcia, por exemplo - deixariam de ser 'histórias' e passariam a ser 'epistemologias'? Por que o 'racional' - entendido como análise reducionista de natureza lógica, psicológica,

heurística etc. - deveria *fundar* um campo ou *operar* em um campo distinto do da própria história? Por que concepções distintas de racionalidade deveriam justificar o abandono do terreno da própria história? Essas são algumas das questões que poderíamos levantar a fim de se questionar a concepção Bachelardiana da relação entre história e epistemologia. Penso, portanto, que a tentativa Bachelardiana (e também a dos investigadores filiados à escola francesa contemporânea de educação matemática) de distinguir radicalmente entre análise histórica e análise epistemológica da história é pouco esclarecedora, pois nos leva a um beco sem saída, ou melhor, nos faz inevitavelmente retornar ao terreno da própria história.

Crítica semelhante poderia também ser dirigida à concepção da relação entre história e psicogênese desenvolvida por Piaget e Rolando García na obra *Psicogênese e História da Ciência*, e também a todas as extensões metafóricas dessa relação para o plano da investigação em educação matemática ou para o da ação pedagógica no âmbito da educação matemática. A seguir, procuramos apresentar alguns elementos que, a meu ver, poderiam compor essa crítica.

Logo no primeiro parágrafo da introdução dessa obra¹⁷, esses autores enunciam - de forma negativa e mediante a contraposição de seus pontos de vista àqueles que julgam ser os mais correntes e comuns entre os cientistas - duas das teses em favor das quais pretendem argumentar, quais sejam: 1) a da existência, no plano filogenético e/ou psicogenético, de uma relação ou nexos, ainda que parcial, entre a formação do conhecimento nos estádios mais elementares e o modo como ele se constitui nos estádios superiores; 2) a da subordinação da significação epistemológica adquirida por uma idéia, conceito, estrutura (pelo conhecimento científico de um determinado domínio ou pela perspectiva de conjunto de uma disciplina) nos estádios superiores de seu desenvolvimento ao modo como essas idéias ou conceitos foram construídos: quer no plano filogenético, quer no psicogenético.

À primeira vista, essas duas teses poderiam parecer muito próximas ou semelhantes. Entretanto, o fato fundamental que os autores pretendem ressaltar com

¹⁷ (Piaget & García, 1982).

a primeira delas é o da existência de etapas sequenciais e hierárquicas no processo de construção do conhecimento em ambos os níveis, e não meramente o da existência de momentos de avanços ou regressões, de continuidade ou descontinuidade (“rupturas epistemológicas”) nesse processo, uma vez que, segundo eles, esses últimos elementos estão presentes em todo desenvolvimento do conhecimento¹⁸.

Com a segunda tese, os autores pretendem ressaltar que o desenvolvimento do conhecimento, em ambos os níveis, “resulta da iteração de um mesmo mecanismo, constantemente renovado e ampliado pela alternância de agregados de novos conteúdos e de elaborações de novas formas de estruturas”¹⁹. Isso significa que, com a segunda tese, pretendem argumentar em favor da existência de um mesmo modo de construção do conhecimento em ambos os níveis, modo este que se repetiria indefinidamente, nível por nível, e que seria passível apenas de renovação e ampliação, mas não de mudança de natureza ou função.

Desse modo, a segunda tese, embora diferente da primeira, nada mais faz do que explicá-la, isto é, nada mais faz do que pôr em relevo o duplo fato que estaria na base da explicação das razões pelas quais as construções mais elevadas no plano da construção do conhecimento, tanto na filogênese quanto na psicogênese, permanecem, ainda que parcialmente, solidárias àquelas de níveis mais primitivos: 1) integrações sucessivas de novos conteúdos e de novas formas de estruturas; 2) atuação reiterada de um mesmo mecanismo (ou modo de construção do conhecimento) em níveis diferentes o qual, embora conserve a mesma natureza e função nos diferentes níveis, renova-se devido a essa repetição²⁰. Os autores denominam esse mecanismo de “modo de construção do conhecimento por abstração reflexiva e generalização completiva”.

A noção de *abstração reflexiva* fica melhor caracterizada quando a opomos a um outro tipo de abstração denominada empírica. Enquanto que a abstração empírica é o ato mental utilizado pelo sujeito para extrair informações dos objetos e que são propriedades desses mesmos objetos (como, por exemplo, a cor, a massa, o material

¹⁸ (Piaget & García, 1982, p. 15).

¹⁹ (Piaget & García, 1982, p. 10).

²⁰ (Piaget & García, 1982, p. 10).

de que é feito etc.), a abstração reflexiva é o ato mental utilizado pelo sujeito para impor aos objetos ações, operações e propriedades que estes não possuem.

A quantidade ou número de elementos de um conjunto, seria um tipo de informação que se obteria via abstração reflexiva, uma vez que, segundo os construtivistas²¹, e para o próprio Piaget, o número não é uma propriedade dos conjuntos, mas uma relação que a mente imporia a dois ou mais conjuntos de objetos quando resolve estabelecer uma correspondência um-a-um entre os seus elementos.

Por sua vez, a noção de *generalização completiva* fica perfeitamente caracterizada por meio da seguinte nota de rodapé extraída do texto em questão dos autores²²:

Dizemos que há “generalização completiva” quando uma estrutura, conservando suas características essenciais, se vê enriquecida por novos subsistemas que se agregam sem modificar os precedentes. Por exemplo, a incorporação à Álgebra das álgebras não-comutativas que completam as comutativas.

Feitas essas considerações, vamos destacar o modo como os próprios autores esclarecem a sua segunda tese²³:

Esta segunda forma de abstração (a abstração reflexiva) tem lugar através de dois processos necessariamente conjugados: 1) um ‘ato de se fazer refletir’ em um nível superior (por exemplo, em um nível de representação) aquilo que foi extraído de um nível inferior (por exemplo, de um nível de ação); 2) uma ‘reflexão’ que reconstrói e reorganiza, ampliando-o, aquilo que foi transferido ou refletido anteriormente. O processo de ‘reflexão’ é duplamente construtivo por duas razões complementares. Em primeiro lugar, porque o ato de se fazer refletir consiste de um processo de estabelecimento de uma correspondência, e o mecanismo assim posto em ação conduz, em um nível superior, a novas correspondências. Estas últimas não apenas associam os conteúdos transferidos a novos conteúdos que são integráveis na estrutura inicial, mas também permitem generalizá-los. Em segundo lugar, estes começos de morfismos conduzem igualmente à descoberta de conteúdos próximos, mas não diretamente assimiláveis, à estrutura precedente: opera-se então uma transformação que, por um processo completivo, chega a integrar a dita estrutura precedente como subestrutura de uma estrutura mais ampla e, por conseguinte, parcialmente nova. Este modo de construção por abstração reflexiva e generalização completiva se repete indefinidamente.

Uma vez explicitada a natureza dos mecanismos que permitem a passagem de uma etapa a outra do processo de construção do conhecimento, os autores enunciam uma terceira, e talvez a mais importante, tese em favor da qual argumentam na obra.

²¹ Ver, por exemplo, (Kamii, 1984, p.16).

²² (Piaget & García, 1982, p. 10).

²³ (Piaget & García, 1982, p. 10).

Trata-se da tese da existência de duas características relativas a esses mecanismos de passagem: 1) cada vez que esses mecanismos promovem uma superação/passagem para um nível superior no plano cognitivo, aquilo que foi superado/ultrapassado está, de alguma forma, integrado no elemento superador, isto é, no elemento que permitiu a superação; 2) são esses mecanismos que promovem a passagem do nível intra-objetual (ou de análise dos objetos) ao nível inter-objetual (ou de estudo e análise das relações entre os objetos e das transformações de um objeto em outro), e deste último, ao nível trans-objetual (ou de construção de estruturas)²⁴.

Podemos, entretanto, fazer algumas considerações críticas a esse referencial teórico desenvolvido por Piaget e García e/ou às suas extensões para o plano da ação pedagógica e/ou da pesquisa em educação matemática.

No meu modo de entender, há um primeiro equívoco: o de identificar *formas históricas* (ou histórico-culturais) de se conceber uma determinada ideia matemática (ou noção ou conceito) - ou, em outras palavras, *representações históricas* de uma idéia - e *etapas ou estágios do desenvolvimento histórico* dessa mesma ideia.

A ilegitimidade dessa identificação baseia-se no fato de estarem implícitas ou subjacentes à segunda dessas noções, as ideias de *hierarquia* e *evolução*, o que não ocorre, a meu ver, com a primeira. Além disso, quando se fala em estágios ou etapas, trabalha-se sempre - por mais que isso venha a ser negado - com a suposição tácita de um desenvolvimento já realizado ou terminado, ou então, que tenderia a realizar-se de uma maneira previsível. Portanto, a concepção etapista no terreno da história das idéias é conivente com as noções de evolução, previsibilidade, hierarquia, legalidade, linearidade e totalidade efetivada.

Há um segundo equívoco: o de julgar que o desenvolvimento cognitivo espontâneo e/ou a aprendizagem escolar de uma idéia por parte de um indivíduo deveria guiar-se por etapas sucessivas, sendo as posteriores mais complexas do que as antecedentes (ou então, as etapas posteriores dependentes ou subordinadas, de algum modo, às antecedentes). Essa 'concepção burocrática' ou, mais suavemente, 'arquitetônica' do desenvolvimento cognitivo (desenvolvimento este que é sempre

²⁴ (Piaget & García, 1982, p. 33).

social, não importando se recebe ou não a influência do sistema escolar) e/ou do desenvolvimento intelectual escolarizado de um indivíduo, isto é, da aprendizagem, pode (e deve), igualmente, ser questionada, pois desconsidera o fato de o desenvolvimento cognitivo (escolarizado ou espontâneo) ser sempre um conhecimento histórico-social condicionado, sendo, portanto, moldado pelas *representações hegemônicas* das ideias e não necessariamente, e simultaneamente, por todas as representações históricas das mesmas. As representações hegemônicas são sempre, e em certo sentido, opções culturais e/ou contextuais feitas com base em certos valores, na maioria das vezes difusos e inconscientes. Nesse sentido, as etapas se tornam quase sempre descartáveis e desprezíveis à luz da urgência dessas opções. Além disso, se essas supostas etapas fossem necessárias para o desenvolvimento cognitivo, ou para a ocorrência do ensino e da aprendizagem escolar, como explicar o fato de eles continuarem ocorrendo, mesmo quando uma ou mais dessas supostas etapas antecedentes ter sido marginalizada no processo de ensino-aprendizagem escolar de determinada ideia? A ausência de uma ou mais dessas etapas mostra que o indivíduo pode ser capaz de apropriar-se da idéia, do modo como ela se apresenta na etapa final, sem que seja necessário, para isso, apropriar-se também daquelas outras julgadas a ela antecedentes e necessárias.

Há um terceiro equívoco: o de julgar que haja necessidade (qualquer que seja o fim alegado) de se estabelecer um paralelismo entre as etapas de ambos os tipos de desenvolvimento ou processos. Se um estudante, ou a maior parte deles, tem dificuldade em apropriar-se de determinada idéia, que lhe foi apresentada à luz de determinada representação, isso não se explica pelo fato de que outras etapas do desenvolvimento histórico dessa ideia (ou outras representações dessa mesma idéia) lhe foram sonegadas ou ocultadas, mas porque a 'forma eleita' (ou a 'representação eleita') de lhe apresentar aquela idéia não passou por um tratamento pedagógico adequado, ou então por razões quaisquer de natureza extra-escolar ou extra-pedagógica, ligadas ou à condição pessoal do estudante, ou ao seu contexto sociocultural mais amplo etc.

Há um quarto equívoco: o de se pensar que se faz grande avanço em se acrescentar às interpretações históricas não lineares que, no terreno da história das

ideias, ressaltaram o papel das discontinuidades (como é o caso de Foucault) e/ou das rupturas epistemológicas (como é o caso de Bachelard) uma outra característica julgada fundamental, qual seja, a da existência de etapas sequenciais e hierárquicas no processo de construção do conhecimento. Isso porque, no meu modo de entender, nem uma nem outra dessas características conseguem atacar em profundidade um dos problemas centrais que perpassa o terreno das história das idéias na atualidade, qual seja, o da natureza da explicação histórica propriamente dita.

Se ter afirmado e defendido, contra o cômodo e harmonioso pressuposto da história contínua, a existência de rupturas epistemológicas, de avanços e recuos e de discontinuidades no processo de produção e circulação das idéias foi de fato um avanço, o desafio imediato que se coloca a toda história construída com base nesse pressuposto alternativo é o de explicar não apenas a natureza dessas discontinuidades e rupturas, como também por que elas ocorrem. E no meu modo de entender, Piaget e Garcia equivocam-se quando pensam que um princípio tão abstrato e internalista como o da atuação reiterada do mecanismo da abstração reflexiva tenha o poder de, por si só, dar mobilidade e circulação ao jogo produtivo das idéias matemáticas e de introduzir as novidades nesse terreno. Mais do que uma verdadeira explicação histórica, o pressuposto da atuação reiterada do mecanismo da abstração reflexiva deveria, ele próprio, receber uma explicação histórica. Dever-se-ia então perguntar: que fatores propriamente históricos poderiam explicar a existência de um tal princípio? Por que teria ele a característica de atuar de forma reiterada? Por que teria ele o poder de dar mobilidade às idéias e de criar as novidades no plano da produção do conhecimento? Por que esse princípio divide a história das ideias em exatamente três fases, e não em mais ou menos fases? Por que essas fases devem ser hierarquizadas? O que atestaria a superioridade da fase trans-objetal em relação às que lhe antecedem? Só colocando-se e tentando-se dar respostas a questões dessa natureza, um tal tipo de interpretação poderia aproximar-se daquilo que constitui atualmente a preocupação e a prática efetiva do historiador.

A meu ver, uma história das ideias matemáticas, inteiramente estruturada e internalista, como a proposta por Piaget e García, aproxima-se bastante do tipo de 'história filosófica' inaugurado por Hegel, na qual a um princípio abstrato externo e

trans-histórico (isto é, ao qual não é dada qualquer explicação propriamente histórica) - seja ele chamado 'o espírito objetivo', 'o absoluto', 'as leis da lógica dialética', 'os mecanismos mentais de passagem tais como abstração reflexiva e a generalização completiva' etc. -, e que no caso de Piaget e García nada mais é do que a projeção na filogênese de certos mecanismos e operações mentais reveladas na psicogênese, é dado o poder exclusivo de 'explicar' o complexo e anômico processo de produção cultural de conhecimentos (matemáticos).

As palavras seguintes de Paul Ricoeur²⁵ ilustram perfeitamente bem o quão afastado está um tal modo de se trabalhar no campo da história das idéias, do modo como a maior parte dos historiadores contemporâneos o concebem:

O que nos parece altamente problemático é o próprio projeto de compor uma história filosófica do mundo que seja definida pela "efetivação do Espírito na história" [...] o que nós abandonamos foi o próprio território. Já não estamos à procura da fórmula na base da qual a história do mundo poderia ser pensada como uma totalidade efetivada.

A 'fórmula' na base da qual a história das ideias matemáticas é pensada por Piaget e García, embora diferente daquela pensada por Imre Lakatos (para quem a 'fórmula' das provas e refutações governaria a produção e o movimento autônomo das ideias matemáticas, constituindo a lógica do processo de descobrimento das mesmas), ou daquela pensada por Bento de Jesus Caraça (para quem a criação de novidades na história da matemática é explicada, ainda que não exclusivamente, com base na 'fórmula' Hegeliana do movimento dialético trifásico que vai da tese à antítese e desta à síntese, devido a um suposto poder criador atribuído à lei da negação da negação), compartilha com estas a mesma crença na existência de um princípio trans-histórico regulador, legislador, disciplinador e direcionador da marcha evolutiva das ideias matemáticas.

Esta minha crítica à concepção estrutural e internalista da história da matemática epistemologicamente mediada a que recorrem Piaget e García fica melhor caracterizada quando evidenciamos o modo como ela opera na interpretação da matemática grega feita por Piaget na obra intitulada *Introducción a la epistemología genética: el pensamiento matemático*²⁶. Isso porque, com base no

²⁵ (Ricoeur apud Chartier, 1990, p. 70).

²⁶ (Piaget, 1975).

paralelismo ilegítimo e completamente controvertido entre psicogênese e filogênese, no qual a filogênese é concebida como espelho da psicogênese, a matemática grega é vista como a infância, necessária mas incompleta, da matemática adulta, civilizada e necessária, desenvolvida pelos modernos.

Em outras palavras, os matemáticos gregos passam a ser vistos ilegitimamente como crianças em relação aos adultos contemporâneos; conseqüentemente, toda a matemática grega passa a ser vista como a infância necessária e lacunar a ser atravessada para a constituição da matemática adulta contemporânea.

Essa transposição ilegítima e arbitrária para o terreno da história das ideias matemáticas do pressuposto ilegítimo - e completamente arbitrário, de claras repercussões ideológicas, tantas vezes denunciado por antropólogos, sociólogos e psicólogos - de estabelecimento de paralelismos e analogias entre a infância humana e os estágios primitivos das sociedades humanas, por um lado, e a maturidade humana e os estágios civilizatórios das sociedades humanas por outro, pode ser detectada explicitamente na seguinte passagem de Piaget²⁷, na qual ele se refere ao duplo avanço (acompanhado de uma espécie de retorno ao realismo) conquistado pelas crianças, em seu desenvolvimento mental, representado pela diferenciação dos significantes coletivos (signos verbais) ou individuais (imagens) e as significações elaboradas graças a esses significantes:

Desta maneira, *as crianças e os primitivos* imaginam que os números estão nas coisas e apresentam uma existência exterior independente do sujeito que fala (o que determina os tabus ligados a alguns números sagrados, etc.); os sonhos são imagens dadas materialmente e que podem ser observadas da mesma forma como se "vê" os objetos; [...]. Em resumo, o sujeito e o objeto são separados de forma diferente do modo como o faz o *adulto civilizado*.

Esta analogia entre filogênese e psicogênese também é vista por Bkouche²⁸ como duplamente redutora: quer sob o plano da psicogênese como pelo da filogênese:

A analogia piagetiana repousa sobre a hipótese da existência de estruturas psicológicas profundas que regem, via mecanismos de acomodação e assimilação, o ato de conhecer, constituindo o que hoje se chama a *cognição*. O aspecto problemático da construção científica é assim eliminado, reduzindo-se unicamente às interações entre um sujeito cognoscente *objetivado* como conjunto de processos cognitivos e o mundo exterior, sendo o conjunto de processos cognitivos, ele mesmo, organizado pela teoria dos estádios, a qual dá conta da analogia entre a gênese dos conhecimentos no indivíduo e o

²⁷ (Piaget, 1970, p. 247, itálicos nossos).

²⁸ (Bkouche, 1997, p. 36-37, itálicos do autor).

desenvolvimento histórico da ciência. Desse modo, o sujeito cognoscente deixa de existir enquanto sujeito, pelo menos enquanto sujeito consciente, uma vez que se considera que o sujeito não é mais do que um conjunto de processos em interação com um meio que o rodeia. Analogamente, a história não é mais do que a descrição de um conjunto de interações que conduzirão, mais ou menos necessariamente, ao estado atual dos conhecimentos, o que re-envia a um aspecto teleológico que poderia ser situado na interseção de Hegel e de Darwin. Nesse sentido, a epistemologia genética elimina o sujeito, tanto o sujeito individual quanto o coletivo, mas esse talvez seja o preço a ser pago pelo fato de se querer atribuir à epistemologia o estatuto de cientificidade.

Um outro tipo de argumento contrário à leitura piagetiana da história da matemática é o que nos oferece Rotman²⁹ com base na *natureza social e pública* da constituição das verdades matemáticas, em detrimento à ênfase posta por Piaget, por influência de Kant, no aspecto da *necessidade* que supostamente governaria o curso do processo construtivo interno da matemática pelo sujeito, seguida de um *descentramento necessário* dessa construção individual através da cooperação com outros:

O erro central do estruturalismo de Piaget é a crença de que é possível explicar a origem e a natureza das matemáticas com independência dos problemas justificativos não estruturais de como se validam as afirmações matemáticas [...] é igualmente razoável supor, com efeito, que a coordenação de pontos de vista é uma questão de argumento explicitamente justificado sobre as entidades públicas, e não, como insiste Piaget, um problema das necessidades internas que operam dentro de uma mente individual.

Poderíamos acrescentar ainda mais um argumento bastante esclarecedor de Bkouche³⁰, contrário a essa forma de inserção piagetiana na história da matemática:

a história é reconstruída em função das necessidades internas da epistemologia genética ao mesmo tempo em que ele (Piaget) explicita uma teoria psicológica do conhecimento que se adapta a esta história reconstruída. Poder-se-ia dizer que é o estado do conhecimento matemático contemporâneo que o força a construir uma história e uma psicologia compatível com esse estado, como se esse estado tivesse necessidade de ser legitimado pelas considerações psicológicas ou epistemológicas.

De tudo o que foi dito, penso, portanto, que o problema não consiste em se negar à psicologia um papel nas análises epistemológicas, ou mesmo, nas análises históricas e sociológicas; mas a concessão à psicologia deste legítimo papel deveria sempre ser acompanhada da análise reflexiva de uma outra questão: que papel é esse?

²⁹ (Rotman, apud Vuyk, 1985, vol II, p. 402).

³⁰ (Bkouche, 1997, p. 38).

Estendendo nossas considerações críticas, seria portanto legítimo afirmar que tanto no caso da noção Bachelardiana de *obstáculo epistemológico* quanto no caso da conjectura de Piaget & García, como também em todos os tipos de concepções da relação entre história e psicogênese, ou da relação entre história e ensino-aprendizagem, baseadas direta ou indiretamente nas noções de recapitulação e paralelismo - seja o que quer que se postule que possa ser recapitulado ou conservado em ambos os processos: erros, dificuldades, obstáculos epistemológicos, acertos, motivações do processo, conteúdos específicos, ordem de aquisição de noções e conceitos matemáticos, ou mecanismos e operações mentais de passagem -, uma crítica comum que pode ser feita a todas estas concepções é a de que todas as formas como elas concebem a relação entre a história e ensino-aprendizagem da matemática acabam projetando indevidamente, quer no plano psicogenético, quer no plano pedagógico, as iniciativas do passado, como se a análise histórica ou filogenética tivesse o poder de antecipar, de explicar ou mesmo de tornar previsível o rumo do desenvolvimento psicogenético e, conseqüentemente, de antecipar, explicar e tornar previsíveis todas ou algumas formas de comportamento dos estudantes da atualidade no processo de construção/apropriação do conhecimento matemático.

Essa conclusão inaceitável se baseia sempre no questionável raciocínio duplamente indutivo seguinte: em primeiro lugar se analisa e se avalia o passado com base nas formulações mais recentes atingidas pelo desenvolvimento da matemática; em seguida, projeta-se indevidamente no plano psicogenético ou no plano do ensino-aprendizagem o produto da análise feita no plano histórico-epistemológico. A ordem dessas projeções pode, às vezes mudar, mas penso que isso não altera a ilegitimidade da conclusão.

Penso, portanto, que quaisquer 'lições' que se procurasse extrair da história da matemática nesse sentido não poderiam jamais ultrapassar o nível da mera analogia; seria, portanto, imprudente, porque ilegítimo, dotá-las de poder preditivo, explicativo ou conclusivo, uma vez que jamais poderiam atingir o estatuto de argumentos, por mais dados empíricos que tenham sido ou possam ser acumulados para atestar tais analogias.

No fundo, tudo se passa como se a mente, em seu processamento cognitivo de apropriação de ideias matemáticas, fosse dotada de uma inexplicável característica intrínseca de operar como espelho da história dessas ideias (ou então, contrariamente, no caso de Piaget e García, da história das ideias matemáticas, por alguma razão inexplicável, tivesse se constituído de modo a espelhar uma suposta lógica que estaria presidindo o processo psicológico subjetivo de apropriação das idéias matemáticas), e que, por essa razão, o ensino-aprendizagem da matemática devesse espelhar, isto é, refletir mais ou menos fielmente, totalmente ou em parte, as reconstituições históricas.

Mas, do mesmo modo como tem-se tornado cada vez mais criticada e condenada, na psicologia e na filosofia ocidental contemporâneas, a crença milenar de que a produção e legitimação do conhecimento, quer ao nível subjetivo quanto objetivo, se processaria *exclusivamente* com base no critério clássico de verdade, segundo o qual o conhecimento deveria representar, conformar-se a ou espelhar uma suposta estrutura íntima e oculta da natureza ou uma suposta essência ou organização estrutural da realidade objetiva - sendo o livro de Richard Rorty, intitulado *A filosofia e o espelho da natureza*³¹, uma das mais vigorosas críticas relativamente recentes a essa crença -, assim também, penso que deveríamos levantar aqui o problema da legitimidade ou não de uma outra crença, qual seja, a de que o processo de ensino-aprendizagem de uma idéia matemática deveria espelhar a história dessa ideia.

Mas se quebrarmos o espelho, isto é, se abandonarmos as metáforas do reflexo, do paralelismo ou da recapitulação, como conceber, então, a relação entre história, epistemologia e educação matemática? Restaria ainda alguma forma plausível de se conceber a relação entre esses três campos? Que papéis restariam ainda a ser cumpridos pela história no ensino-aprendizagem da matemática?

Em outras palavras, se essa *consonância especular* entre os níveis do histórico, do mental e do pedagógico, a meu ver, não conseguiu impor-se ou atestar-se mediante o recurso de se apelar à epistemologia enquanto empreendimento mediador entre

³¹ (Rorty, 1994).

esses três níveis, restaria ainda a possibilidade de perguntarmos se outras formas de se conceber a relação entre esses níveis, que busquem romper com esse *desejo de consonância especular*, têm sido ultimamente postas e defendidas no terreno da educação matemática, e que papéis diferenciados, dentre elas, viriam a cumprir as análises epistemológicas.

Além dessas duas formas especulares examinadas de se conceber a relação entre história, epistemologia e cognição, que vêm informando investigações e propostas de ação pedagógica no terreno da ação pedagógica em educação matemática, duas outras formas mais recentes de se conceber essa relação, e que não mais se utilizam da metáfora do espelho, passarão a ser consideradas aqui. É o que vamos fazer em seguida.

4. Duas formas não-especulares de se conceber a relação entre história, epistemologia e educação matemática

4.1. A proposta de Luis Radford

Luis Radford³²



Após desenvolver considerações críticas bastante semelhantes às minhas em relação à utilização dos referenciais de Piaget & Garcia e de Bachelard no terreno da pesquisa e da ação pedagógica em educação matemática, Luis Radford, em um artigo³³ baseado em sua exposição feita no Encontro conjunto do HPM e da Segunda Escola Européia de Verão sobre História e Epistemologia da Matemática, ocorrido em Braga (Portugal) em 1996, coloca uma das mesmas perguntas que tem sido objeto de minha investigação neste trabalho e também em (Miguel, 1999), qual seja, aquela relativa ao papel da análise histórico-epistemológica para o pesquisador em educação matemática.

³² Luis Radford é professor da Laurentian University / Université Laurentienne, no Canadá. Acesso foto: (<http://luisradford.ca/>).

³³ (Radford, 1997, pp. 26-33).

A sua resposta se coloca dentro da perspectiva sociocultural que concebe o conhecimento em geral como “um processo cujo produto é obtido através de negociação de significados resultantes da atividade social dos indivíduos, no interior do contexto cultural que os envolve”³⁴, e o conhecimento matemático em particular, antes de tudo, como uma “manifestação simbólica de certas sensibilidades da cultura que seus membros desenvolvem através de experiências compartilhadas e a partir das quais o significado dos produtos é produzido”³⁵.

Aliás, uma das principais teses em favor da qual este autor argumenta no artigo³⁶ a que estamos nos referindo é a de que

o conhecimento matemático é *mais* do que meramente concomitante com seu contexto cultural e que a configuração e o conteúdo do conhecimento matemático são propriamente e intimamente definidos pela cultura na qual ele se desenvolve e pela qual é subsumido. Consequentemente, qualquer tentativa de estudá-lo deve levar em consideração a complexa estrutura cultural extra-matemática na qual o conhecimento matemático está envolvido.

É a partir dessa concepção epistemológica sociocultural de cunho semântico-hermenêutico do conhecimento matemático - de cuja aplicação no terreno da história da matemática o autor nos fornece interessantes exemplos ao longo de seu artigo - que devemos considerar, antes de mais nada, o modo como Radford³⁷ concebe a relação entre a história da matemática e a epistemologia:

Na realidade, as *análises histórico-epistemológicas* podem fornecer-nos informações interessantes sobre o desenvolvimento do conhecimento matemático dentro de uma cultura e através de diferentes culturas e sobre o modo como os significados emergem e se transformam; devemos entender as negociações e as concepções culturais que estão subjacentes aos significados.

O próprio fato de Radford usar a expressão híbrida “análises histórico-epistemológicas” nos sugere que ele não defende, ou pelo menos não tematiza, a distinção entre uma análise histórica propriamente dita e uma análise epistemológica. Mas se em Bachelard - e também nos diferentes investigadores afinados com o projeto da escola francesa contemporânea de didática da matemática - a análise epistemológica, por meio da noção de *obstáculo epistemológico*, tentava se

³⁴ (Radford, 1997, p. 32).

³⁵ (Radford, 1997, p. 30).

³⁶ (Radford, 1997, p. 32, itálicos do autor).

³⁷ (Radford, 1997, p. 32, itálicos nossos).

distinguir da histórica por meio de um projeto que defendia a possibilidade e a necessidade de constituição de uma história do pensamento científico/matemático, com base no pressuposto da legitimidade da *projeção regressiva* dos resultados da ciência/matemática contemporânea sobre as de nossos antepassados, e se em Piaget & García essa distinção procurava se estabelecer por meio de um projeto que defendia a possibilidade e a necessidade de constituição de uma história do pensamento matemático, com base no pressuposto da legitimidade da projeção da psicogênese do conhecimento matemático sobre a sua filogênese (pressuposto este também defendido por alguns dos didáticos franceses), aquilo que caracterizaria uma *história epistemológica* para Radford seria a defesa de um projeto de constituição histórica das ideias matemáticas *a partir de um ponto de vista epistemológico*, qual seja, o de uma concepção sócio-cultural de cunho hermenêutico do conhecimento matemático.

Mas qual projeto de constituição histórica das ideias matemáticas não seria, explícita ou implicitamente, feito a partir de um ponto de vista epistemológico? Como mostramos anteriormente, os próprios projetos de Bachelard e de Piaget & García também o são. O fato de o ponto de vista epistemológico de Radford estar filiado a uma concepção sociocultural de cunho hermenêutico acerca da matemática tornaria sim as reconstituições históricas feitas com base nesse referencial distintas das anteriores - e no meu modo de entender também mais legítimas, por assentarem-se em pressupostos históricos menos controversos no interior da investigação contemporânea no terreno da história das ideias -, mas não torna necessariamente distinta a concepção que tem Radford da relação entre história e epistemologia das concepções daqueles autores.

Portanto, penso que, todas elas, deveriam ser encaradas simplesmente como histórias das ideias matemáticas ou como análises históricas das ideias matemáticas feitas a partir de pressupostos epistemológicos distintos e, nesse sentido, é no terreno da história propriamente dito que devem ser incluídas, consideradas e avaliadas.

Se assim é, em todos esses referenciais, permanece sem resposta a questão relativa àquilo que a rigor poderia distinguir uma epistemologia da matemática de uma história da matemática propriamente dita, e o emprego de expressões tais como 'análises históricas versus análises epistemológicas', 'análises histórico-

epistemológicas’, ‘epistemologia dos números inteiros’ etc. continua arbitrário e sem sustentação epistemológica. Isso ocorre, ao meu ver, por serem, todas elas, tentativas inadequadas de se conceber a relação entre história e epistemologia da matemática. Inadequadas porque, paradoxalmente, ao tentarem *distinguir* esses dois campos do saber acabam, no fundo, tornando-os *indistintos*.

Esse argumento contra essa forma de se conceber a relação é ainda insuficiente, mas voltarei a este problema na seção seguinte deste artigo. Gostaria apenas de antecipar aqui que, a meu ver, seria sim possível e apropriado distinguir as histórias da matemática das epistemologias da matemática e concebê-las como projetos pertencentes a campos distintos do saber contemporâneo, e que a defesa da *autonomia epistemológica* desses dois campos não significa, no entanto, concebê-los como completamente disjuntos.

Porém, a *única conjunção possível* entre eles assenta-se no fato de jamais se poder fazer história da matemática sem pontos de vista epistemológicos, explícitos ou implícitos, acerca da matemática e da própria história e, correlativamente, de jamais se poder fazer epistemologia da matemática sem pontos de vista, explícitos ou implícitos, acerca do modo como se concebe a inserção da matemática e da epistemologia na própria história.

Aliás, o ter ciência da necessidade de estarmos cientes do papel desempenhado pelos pressupostos epistemológicos no terreno da investigação histórica das ideias matemáticas é posta em destaque pelo próprio Radford, através da sugestiva epígrafe devida a Clifford Geertz, por ele eleita para abrir o seu artigo: “Something is happening to the way we think about the way we think” (“Alguma coisa está acontecendo com o modo como pensamos acerca do modo como pensamos”)³⁸.

Mas se Radford se diferencia dos demais autores que temos analisado mais no modo de se conceber a matemática e a sua história do que propriamente no que diz respeito à forma de se conceber a relação entre história e epistemologia da matemática, afasta-se consideravelmente deles no que se refere ao modo de se conceber a relação entre a história da matemática e a educação matemática. De fato,

³⁸ (Geertz, apud Radford, 1997, p. 26).

logo no início do seu artigo³⁹, demonstra clareza em relação ao fato de que qualquer empreendimento de investigação pedagógica que faça apelo à história deveria, antes de mais nada, oferecer-nos argumentos para justificar essa conexão:

O uso educacional da história da matemática muda radicalmente quando se olha para a história da matemática como uma espécie de laboratório epistemológico no qual se pode explorar o desenvolvimento do conhecimento matemático. Entre outras coisas, isto exige que tenhamos um certo ponto de vista teórico que justifique a *ligação* entre o desenvolvimento histórico e o desenvolvimento conceptual na atualidade. Infelizmente, esta questão é muito frequentemente marginalizada - e o pressuposto tácito de que o conhecimento do passado deve ter *algo* a ver com o contemporâneo é geralmente assumido. Quando as coisas se tornam mais explícitas, menciona-se um suposto paralelismo entre a ontogênese e a filogênese.

Mas se Radford acredita que essa 'ligação' deveria ser fundamentada para além do velho e surrado argumento de um suposto paralelismo ontofilogenético, do qual é um crítico, como então a concebe? É somente na última seção do seu artigo⁴⁰ que uma breve consideração a esse respeito é formulada nos seguintes termos:

O modo pelo qual uma ideia antiga foi forjada pode ajudar-nos a encontrar significados antigos que, através de uma adaptação didática, podem provavelmente ser re-elaborados a fim de que se tornem compatíveis com os currículos atuais no contexto da elaboração de sequências de ensino [...] Como Cantoral assinalou, precisamos reconhecer a complexidade do empreendimento de elaboração de uma teoria contemporânea histórico-epistemologicamente esclarecedora, a fim de se reconstruir apresentações acessíveis para nossos estudantes. Uma investigação histórico-epistemológica de cunho cultural pode informar-nos sobre o modo pelo qual programas de pesquisa rivais confrontavam-se uns com os outros em um certo momento do desenvolvimento da matemática e fazer-nos compreender melhor os desdobramentos de tais confrontações não apenas através da ótica dos programas vitoriosos mas também, dentro do contexto dos valores socioculturais e compromissos em jogo em tais confrontações. É claro que temos que ter em mente que um antigo problema ou uma antiga situação matemática nunca se repetirá. Parece que Heráclito estava certo quando, sentado à margem de um rio e olhando para o fluxo da água, disse não ser possível entrar no mesmo rio duas vezes.

Ora, mesmo que possamos crer que uma investigação histórico-epistemológica de cunho cultural possa, eventualmente, vir a esclarecer aspectos da história da matemática que outros tipos de abordagem histórica não tenham revelado, a proposta de Radford em relação ao papel da história na investigação em educação matemática mostra-se genérica, pouco explicativa e pouco original. Ao dar destaque exclusivo ao fato de a história poder se revelar um guia no empreendimento de elaboração de sequências de ensino acessíveis aos estudantes da atualidade, nada

³⁹ (Radford, 1997, p. 26, itálicos nossos).

⁴⁰ (Radford, 1997, p. 32).

mais faz do que reforçar o mesmo papel a ela atribuído pela escola francesa como um momento necessário da realização de 'engenharias didáticas'.

4.2. A proposta de Rudolf Bkouche

Rudolf Bkouche⁴¹



Outro educador matemático que tematizou o estudo da relação entre epistemologia, história e ensino da matemática foi o professor francês Rudolf Bkouche, ligado ao IREM de Lille.

Em um artigo intitulado *Épistémologie, Histoire et Enseignement des Mathématiques*⁴², Bkouche se coloca como meta tematizar não tanto o problema de se esclarecer de modo apriorístico a participação da história e da epistemologia no ensino, mas o de “tentar identificar os ‘lugares’ ou momentos em que o professor depara-se, no exercício de sua prática docente, com problemas de ordem

⁴¹ Acesso foto: (http://www.palestine-solidarite.org/debat.Rudolf_Bkouche.sommaire.htm).

⁴² (Bkouche, 1997).

epistemológica”⁴³. Isso porque, para ele, ainda que o professor possa realizar, por mera curiosidade intelectual, reflexões de natureza epistemológica independentes de quaisquer problemas relativos ao ensino, ele só tomaria consciência da importância e da necessidade de realizar um tal tipo de reflexão na medida em que percebesse que ela tem relação com os problemas do ensino⁴⁴.

Como exemplos de situações de ensino que poderiam despertar esse tipo de consciência no professor, Bkouche cita os problemas relativos ao ideal de simplicidade e à questão da demonstração.

No primeiro caso, estariam aquelas situações de ensino em que as soluções mais complexas, mais trabalhosas ou mais longas de certos problemas são preteridas ou descartadas em proveito das mais simples. Esses momentos pedagógicos poderiam sugerir ao professor a necessidade de realizar uma reflexão epistemológica sobre o problema do ideal de simplicidade o qual, segundo Bkouche, anima e orienta toda a atividade científica e, particularmente, toda a atividade matemática, além de constituir o valor da ciência como um dos lugares privilegiados de inteligibilidade do mundo.

Como produto dessa reflexão constatar-se-ia que a simplicidade, longe de apresentar-se como um dado na atividade matemática, é uma construção lenta e um objetivo difícil de ser atingido.

No segundo caso, os professores de matemática, em algum momento de sua prática, sempre se deparam com as dificuldades e resistências manifestadas pelos estudantes em relação ao entendimento de uma demonstração, vista por eles como algo temível, ininteligível ou mesmo desnecessário. Essas situações de ensino poderiam sugerir ao professor a necessidade de realizar uma reflexão epistemológica acerca do problema da demonstração, problema este que está no coração de toda atividade matemática consistente. Como produto dessa reflexão, a demonstração poderia deixar de ser vista pelo professor como um mero expediente comportando algumas regras e procedimentos definidos a priori.

⁴³ (Bkouche, 1997, p. 34).

⁴⁴ (Bkouche, 1997, p. 35).

É preciso esclarecer que, para Bkouche, ‘epistemologia’ e ‘reflexão epistemológica’ são coisas distintas, isto é, não são termos intercambiáveis. De fato, a ‘reflexão epistemológica’ aparece-lhe como algo *constituente* de um pensamento, enquanto que a ‘epistemologia’ é concebida como um *discurso constituído*.

Além do mais, é a reflexão epistemológica enquanto *reflexão pessoal* sobre a constituição do saber que interessa a Bkouche, uma vez que, para ele, é esse tipo de reflexão que participa efetivamente da reflexão pedagógica. Por sua vez, a reflexão pedagógica também participaria da reflexão epistemológica, uma vez que, para ele, a atividade de ensino, ao ter como meta a transmissão de um saber, acaba inevitavelmente envolvendo-se com a questão da relação entre a *construção* do saber e a *aquisição* do saber⁴⁵.

Os termos *construção* e *aquisição* foram por mim negritados a fim de chamar a atenção para a distinção que Bkouche estabelece entre eles. Para Bkouche, não pode haver construção de saber por parte do estudante sem que, antes, ele tenha adquirido ou se apropriado de um saber já constituído. A seguinte advertência contida em uma nota em seu artigo⁴⁶ é esclarecedora a esse respeito:

O discurso pedagógico atual insiste muito frequentemente sobre o lugar da construção do saber em função da aquisição do saber, como se o papel do ensino se situasse menos na transmissão de um saber já constituído do que na possibilidade para o aluno de construir um saber que lhe seria próprio. Não se constrói saber ‘ex-nihilo’, a autonomia do aluno passa pela apropriação de um saber que a priori não é o seu e que o ensino tem justamente por objetivo torná-lo seu; é por ter adquirido saber que o aluno pode construir saber. Qual seria a autonomia de uma pessoa que não tivesse adquirido sua língua materna, à quem se tivesse dado a *liberdade* de construir sua própria língua?”

Com essa distinção, Bkouche⁴⁷ parece estar querendo destacar não apenas a sua crença na impossibilidade de uma construção pessoal do saber matemático, sem que o estudante se aproprie de um saber já constituído, como também o ponto de vista de que a reflexão epistemológica, concebida como uma instância subjetiva ou pessoal, só pode constituir-se e tornar-se consistente se se apoiar sobre o discurso já constituído da epistemologia:

Difícilmente seria possível uma reflexão *espontânea* sobre a atividade científica; o que implica que a reflexão epistemológica *pessoal* se constrói sobre uma cultura *adquirida*, e

⁴⁵ (Bkouche, 1997, p. 35).

⁴⁶ (Bkouche, 1997, p. 41, itálico do autor).

⁴⁷ (Bkouche, 1997, p. 35, itálicos do autor).

é neste sentido que se pode reivindicar que a formação dos professores leve em consideração um ensino da epistemologia e da história das ciências.

Desta forma, percebe-se que, ainda que Bkouche inicialmente tenha enfatizado o papel pedagógico da análise epistemológica em detrimento da epistemologia, esta ênfase acaba constituindo-se em mera concessão psicológica feita aos professores, os quais só estariam motivados para o estudo desse domínio da filosofia quando percebessem a sua conexão com os problemas do ensino.

Mas, por sua vez, a tomada de consciência dessa necessidade os faria inevitavelmente retornar ao campo da epistemologia, tendo em vista que uma reflexão espontânea ou pessoal, desligada do discurso já constituído no interior desse campo do saber, dificilmente seria profícua, sólida, consistente e pedagogicamente significativa. É preciso, portanto, voltar-se ao terreno da própria epistemologia.

Inspirando-se nas análises epistemológicas de Ferdinand Gonseth, e, mais particularmente, no livro *Le référentiel, univers obligé de médiatisation*, em cujo prefácio este autor procede à distinção entre uma *estratégia de fundamento* e uma *estratégia de engajamento* na construção do conhecimento, Bkouche amplia essa distinção às três seguintes: uma epistemologia dos fundamentos, uma epistemologia do funcionamento e uma epistemologia das problemáticas⁴⁸.

Esse desdobramento do campo da epistemologia é feito segundo o critério da natureza distinta do objeto sobre o qual incide a reflexão epistemológica. Desse modo, caberia à *epistemologia dos fundamentos* o estudo das condições de legitimação da atividade matemática; à *epistemologia do funcionamento* a análise, menos fundacional do que semântica e menos conceitual do que técnica, dos procedimentos utilizados na atividade matemática; por sua vez, caberia à *epistemologia das problemáticas* a análise do modo como os problemas que conduziram o homem a produzir o conhecimento matemático acabaram modelando as teorias inventadas para resolvê-los⁴⁹. Segundo Bkouche, é este último setor da epistemologia que nos remeteria à história da matemática e legitimaria a sua participação no ensino.

⁴⁸ (Bkouche, 1997, p. 35).

⁴⁹ (Bkouche, 1997, p. 35-36).

Mas ele nos chama a atenção para o fato da existência daquilo que denomina uma *ambiguidade epistemológica da história das ciências* em geral, e da história da matemática em particular, e, conseqüentemente, para uma *ambiguidade da intervenção da história no ensino*.

Essa ambiguidade se expressa no fato da possibilidade de existência de uma dupla interpretação da expressão ‘história das ciências ou da matemática’, a saber: como um empreendimento de busca da origem das noções (interpretação que Bkouche denomina *concepção hegeliana*) ou como um empreendimento de busca de compreensão dos modos de desenvolvimento das noções ou idéias (interpretação que ele denomina *perspectiva histórica*).

Segundo Bkouche⁵⁰, na primeira forma de se conceber esse empreendimento a história acaba tornando-se a sua própria negação, uma vez que o empreendimento da busca de origens das idéias ou de busca de uma significação primeira ou sentido original das idéias está comprometido com o pressuposto da existência de uma *ordem natural das idéias*, ordem esta independente do espírito humano:

o método histórico assim concebido repousa sobre uma dupla ilusão, de um lado por postular a crença na existência de uma significação primeira assimilada à *essência das coisas*, de outro lado por postular a necessidade de se atingir essa significação primeira para se compreender as coisas que se estuda.

Além dessas duas formas de se conceber a história da ciência e o seu papel no ensino, Bkouche faz referência ainda a uma terceira, atribuída a Piaget: aquela que estabelece uma analogia entre o desenvolvimento histórico das ciências e o desenvolvimento pessoal do conhecimento, isto é, entre a filogênese e a psicogênese. Essa terceira concepção é também criticada por Bkouche e a natureza dessa crítica já foi exposta anteriormente.

A opção de Bkouche pelo segundo dos três modos anteriormente referidos de se conceber a história o remete de volta à epistemologia das problemáticas e esclarece o modo como ele concebe a participação da história no ensino⁵¹:

Em consonância com uma tal concepção, defender uma perspectiva histórica no ensino tem por objetivo menos um ensino da história enquanto tal do que a problematização das noções ensinadas, isto é, o fato de as problemáticas sobre as quais se constrói o ensino

⁵⁰ (Bkouche, 1997, p. 36, itálicos do autor).

⁵¹ (Bkouche, 1997, p. 36 e p. 39, itálicos nossos).

serem ou não as problemáticas originais torna-se de pouca importância [...] o lugar da história das ciências no ensino das ciências se situa essencialmente em suas implicações pedagógicas ou, em outras palavras, *naquilo que permite compreender a ciência ensinada*; é nesse aspecto que a introdução de uma perspectiva histórica no ensino difere de um ensino da história de uma ciência. Isso nos conduz a distinguir, de um lado o papel do conhecimento histórico na elaboração do ensino (o que coloca a questão do lugar da história das ciências na formação dos professores), e de outro lado a intervenção efetiva da história das ciências no ensino [...] o papel de uma intervenção da história de uma ciência no ensino dessa ciência torna-se essencialmente aquele de evidenciar as bases da construção do conhecimento; e é por se apoiar sobre uma reflexão de ordem epistemológica que essa intervenção pode permitir fornecer àquilo que é ensinado [...] os meios de se compreender a força daquilo que é ensinado.

Com isso, Bkouche parece estar querendo distinguir entre história das ciências propriamente dita e leitura ou reflexão epistemológica da história. Ainda que ele não nos esclareça explicitamente como conceber essa distinção, poderíamos inferir que ela se ancoraria no fato de que uma reflexão epistemológica da história, diferentemente de um projeto de constituição histórica propriamente dito, se estabeleceria como um empreendimento voluntariamente orientado *por intenções de natureza pedagógica*; por um empreendimento que tivesse a capacidade de ‘filtrar’ a história total segundo um *filtro ou critério pedagógico* que permitisse apenas e tão somente a passagem “*daquilo que possibilita compreender a ciência ensinada*”. Mas *qual* reflexão epistemológica teria esse poder? Como poderíamos identificar de antemão os elementos que permitiriam compreender o saber a ser ensinado a fim de buscá-los na história desse saber? E se pudéssemos identificá-los *a priori*, que necessidade teríamos de buscá-los na história? Desse modo, o papel implícito atribuído à reflexão epistemológica ou acaba tornando supérflua a própria história ou acaba concebendo a reflexão epistemológica como uma *outra história*. Nesse sentido, Bkouche acaba filiando-se também à tradição instaurada pela escola francesa de didática da matemática e não escapa às críticas anteriores que fizemos a algumas formas de se conceber a relação entre história e epistemologia propostas por alguns de seus membros.

No que se refere ao outro polo da relação, isto é, à concepção da relação entre história epistemológica e ensino, é possível afirmar que, para Bkouche, a necessidade de se atribuir uma perspectiva histórica ao ensino da matemática só se manifestaria ao professor - e também a ele próprio - a partir e após a sua tomada de consciência da

importância do papel que viria cumprir a epistemologia - ou melhor, a epistemologia das problemáticas - no plano do ensino. É a epistemologia que teria o poder de revelar a importância da participação da história no ensino.

Esquemáticamente, tudo se passaria do seguinte modo: certas situações vivenciadas durante o processo de ensino requerem, a fim de serem tratadas de forma pedagogicamente satisfatória, o recurso à reflexão epistemológica pessoal ou espontânea; mas essa reflexão espontânea só poderia tornar-se sólida, consistente e satisfatória quando ancorada na epistemologia concebida como discurso constituído; mas certo domínio da epistemologia, isto é, o da epistemologia das problemáticas, viria a revelar a importância de se atribuir uma perspectiva histórica ao ensino, o que significaria que a história se torna uma condição para o exercício da própria reflexão epistemológica e, portanto, para o exercício da própria prática pedagógica. Como se vê, o raciocínio é tortuoso e circular. Se adotássemos o ideal de simplicidade o qual, segundo Bkouche, orienta toda a atividade científica, teria sido mais simples ter dito: é o ensino que impõe a necessidade da história, o que, de certo modo, não deixa de ser verdade.

5. História e Epistemologia

Mas se os pontos de vista anteriores acerca da relação entre história e epistemologia nos pareceram contestáveis e inadequados, o que seria, a meu ver, uma forma plausível e defensável de se conceber essa relação?

Numa primeira aproximação, julgo-os inadequados porque, paradoxalmente, ao tentarem *distinguir* esses dois campos do saber acabam, no fundo, tornando-os *indistintos*.

A meu ver, seria sim possível e apropriado, como também o consideram os autores aqui analisados, distinguir as histórias da matemática das epistemologias da matemática e concebê-las como projetos pertencentes a campos distintos do saber contemporâneo. De fato, quando fazemos, por exemplo, epistemologia da matemática, o que orientaria a nossa investigação e as nossas análises seriam problemas de natureza epistemológica propriamente ditos, o que não significa que a história ou a sociologia, por exemplo, não pudessem participar direta ou indiretamente dessa análise; porém, elas o fariam de forma subordinada, isto é, enquanto instrumentos ou recursos para a constituição e tratamento de um problema que se situaria na esfera da epistemologia.

Desse modo, penso que a distinção entre um projeto de cunho histórico e um de cunho epistemológico só conseguiria impor-se a partir das *intenções e dos métodos de investigação* explícitos ou tácitos que orientariam esses diferentes projetos. Como não há nada que impeça que as idéias matemáticas ou o conhecimento matemático possa constituir-se em objeto de investigação tanto por parte da epistemologia, quanto por parte da história, da sociologia, da psicologia, da pedagogia, etc., a única forma de distinguir quando um projeto se situaria em um ou outro desses terrenos diria respeito às intenções e métodos de investigação que estariam orientando tal projeto. Porém, nem sempre é possível distinguir nitidamente quando um projeto se situa em um desses terrenos ou em outro.

Essa impossibilidade de distinção torna-se mais patente e aceitável quando o objeto da investigação histórica identifica-se com as idéias de uma disciplina específica como a Matemática, a Química, a Sociologia, a Filosofia etc. De fato, se nos

parece sensato distinguir entre história da matemática, epistemologia da matemática, sociologia da matemática, psicologia da matemática, etc., soar-nos-ia estranho e mesmo ilegítimo distinguir entre história das Américas, sociologia das Américas, psicologia das Américas etc. Esse estranhamento se deve ao fato de soar-nos sensato e aceitável que um conhecimento específico ou o conhecimento em geral seja abordável segundo as intenções e os métodos de diferentes campos constituídos do conhecimento, o mesmo não ocorrendo com um evento, episódio ou fato de outra natureza.

Analogamente, se nos soa sensato e aceitável que um conhecimento específico seja abordável segundo as intenções e métodos de diferentes campos constituídos do conhecimento, o mesmo não ocorre quando o que está em jogo não é o conhecimento específico propriamente dito, mas a *história desse conhecimento*. Uma coisa seria aceitar a distinção entre pedagogia da matemática e epistemologia da matemática pois, embora sejam, ambos, empreendimentos intencionados relativos ao conhecimento matemático, eles o são em *duas áreas distintas do conhecimento*; outra coisa diferente seria aceitar a distinção entre história da matemática e história da matemática com intenções epistemológicas.

Em outras palavras, embora seja legítimo distinguir entre história da matemática e epistemologia da matemática, ou mesmo entre epistemologia da matemática e história da matemática com fins epistemológicos, o mesmo não ocorre com a tentativa de se distinguir entre história da matemática e história da matemática com fins epistemológicos. Isso porque, mesmo que, como anteriormente, a história da matemática seja sempre um empreendimento intencionado relativo ao conhecimento matemático, quando falamos em história da matemática e história da matemática com fins epistemológicos, *situamo-nos dentro de um mesmo campo do conhecimento* (no caso, o da história) e, *neste caso*, não é a natureza da intenção que viria a descaracterizar a natureza do empreendimento.

Penso, portanto, numa segunda aproximação, que o erro em que incorrem todos os autores que analisamos quando pensam na relação entre história e epistemologia é supor que de uma análise epistemológica da história do pensamento científico ou da história da matemática se possam retirar implicações pedagógicas ou,

em outras palavras, que a educação matemática deva funcionar como um espelho da epistemologia da matemática.

Isso não significa, entretanto, que não possamos distinguir entre história da matemática e análise epistemológica dessa história (isto é, uma epistemologia dessa história da matemática). Mas o que uma análise epistemológica da história da matemática poderia produzir? A meu ver, duas possibilidades de resposta se colocam: ou uma análise crítica das intenções, pressupostos e métodos, explícitos ou tácitos, nos quais se baseou o historiador para produzir aquela história, ou então, *uma outra história* da matemática, caso esta análise ou interpretação da história à qual se aplica se faça à luz de métodos, intenções e pressupostos epistemológicos diversos daqueles utilizados pelo historiador para produzir aquela história.

No primeiro caso - caso em que de fato estar-se-ia fazendo *epistemologia ou análise epistemológica da história* da matemática -, seria ilegítima a retirada de qualquer tipo de implicação direta para o terreno da pedagogia, sendo que o mesmo não ocorreria se estivéssemos considerando *epistemologias da matemática* propriamente ditas e não *epistemologias da história da matemática*; no segundo caso, não estaríamos, a rigor, em presença de uma epistemologia da matemática propriamente dita, mas sim diante de uma nova história, isto é, de uma história alternativa da matemática e, neste caso, a possibilidade de extração de implicações pedagógicas desta história alternativa constitui um *outro problema*, qual seja, o problema relativo ao modo como concebemos diretamente - isto é, *sem a mediação da epistemologia* - a relação entre a história da matemática e a educação matemática, problema este que será considerado mais adiante.

É útil ressaltar ainda que a defesa da *autonomia ou independência epistemológica* da história da matemática em relação à epistemologia da matemática não significa, no entanto, conceber esses campos como completamente disjuntos.

Penso, porém, que a *única conjunção possível* entre eles assenta-se no fato de jamais se poder fazer história temática de uma noção ou idéia matemática sem pontos de vista epistemológicos, explícitos ou implícitos, acerca da matemática, da idéia matemática que está sendo reconstituída, acerca da própria história, acerca da história das ideias etc. e, correlativamente, de jamais se poder fazer epistemologia da

matemática sem pontos de vista, explícitos ou implícitos, acerca do modo como se concebe a inserção da matemática e da epistemologia na própria história.

Mas essa posição nos obriga a conceber a epistemologia como um *discurso tornado socialmente necessário* que traduz, simultaneamente, *uma ideologia* - uma vez que o discurso epistemológico é constituinte e constituidor (não no sentido de fundamentador) de si próprio e de toda forma de discurso que a fim de legitimar-se e ser legitimado recorre à persuasão fechando-se em torno de si próprio e iludindo-se a si próprio -, e *uma forma de poder*, uma vez que produz grupos e instituições sociais com interesses e formas de ação e interferência específicos dentro de um contexto social; e, como todo discurso, um *empreendimento histórico-social enraizado e passível de ser explicado*, mesmo quando se desdobra em um sem-número de projetos subjetivistas sob a forma de ‘análises epistemológicas’ como defendeu Bkouche.

A posição que defendi acima acerca da relação entre história e epistemologia da matemática é equivalente àquela que acredita ser supérflua ou descartável, porque ilegítima, a intermediação da epistemologia da matemática a fim de se pensar a relação da história da matemática com a educação matemática.

Aproximando-se de nossa posição, há autores, atualmente, que desconfiam até mesmo da validade da necessidade do próprio empreendimento da epistemologia geral, qualquer que seja a finalidade que se alegue para esse fim.

Nesse sentido, a própria ‘invenção’ da ideia de que o conhecimento deveria ser encarado como algo a ser problematizado a ponto de passar a ser sustentável a crença na necessidade de uma ‘teoria do conhecimento’ ou de uma ‘epistemologia’, teria sido fruto, segundo Rorty⁵², da substituição operada por Descartes do dilema platônico expresso pela distinção entre aparência versus realidade, por um outro dilema, a saber, o da distinção entre o que se apresentava como interno ou externo à mente:

A ideia de uma “teoria do conhecimento” cresceu ao redor desse último problema - o problema de saber se nossas representações internas eram precisas. A ideia de uma disciplina devotada à “natureza, origem e limites do conhecimento humano” - a definição de “epistemologia” dos livros de texto - exigia um campo de estudo chamado “a mente humana”, e esse campo foi o que Descartes criou. A mente cartesiana tornava simultaneamente possíveis o ceticismo do véu-de-ideias e uma disciplina voltada a frustrar tal ceticismo [...]. A invenção da mente por Descartes - sua aglutinação de crenças

⁵² (Rorty, 1994, p. 144-146 e p. 147, itálicos do autor).

e sensações nas ideias lockeanas - deu aos filósofos um novo terreno onde pisar. Proporcionou um campo de inquirição que parecia “prévio” aos temas sobre os quais os filósofos antigos haviam tido opiniões. Mais que isso, proporcionou um campo no interior do qual a *certeza*, enquanto oposta à mera *opinião*, era possível. Locke tornou a “mente” recém-excogitada por Descartes no assunto tema de uma “ciência do homem” - a filosofia moral enquanto oposta à filosofia natural. Ele o fez por pensar confusamente que um análogo para o “espaço interno” da mecânica das partículas de Newton iria de algum modo ser “de grande vantagem para dirigir nossos Pensamentos na busca de outras Coisas” e iria de alguma forma deixar-nos “ver com que Objetos nossas Compreensões eram ou não preparadas para lidar”. Esse projeto de aprender mais sobre o que podíamos conhecer, e como poderíamos conhecê-lo melhor estudando como nossa mente funcionava, iria ao final ser batizado “epistemologia”. Mas antes que o projeto pudesse chegar à plena autoconsciência, era preciso que se encontrasse um modo de torná-lo um projeto *não-empírico*. Tinha que ser uma questão de reflexão suporte, independente de descobertas psicológicas e capaz de produzir verdades necessárias. Embora Locke houvesse retido o novo espaço interno de pesquisa - o funcionamento da recém-inventada mente cartesiana -, não fora capaz de agarrar-se à certeza cartesiana. O “sensualismo” de Locke não era ainda um candidato talhado para a posição vaga de “rainha das ciências”. Kant pôs a filosofia “na trilha de uma ciência” colocando o espaço externo dentro do espaço interno (o espaço da atividade constituinte do ego transcendental) e, então, afirmando a certeza cartesiana sobre o interno para as leis do que previamente se pensava ser o externo. Ele reconciliou, assim, a afirmação cartesiana de que apenas podemos ter certeza sobre nossas idéias com o fato de que já tínhamos certeza - conhecimento a priori - sobre o que parecia não serem idéias. A revolução copernicana foi baseada na noção de que apenas podemos saber a priori sobre objetos se os “constituímos”, e Kant nunca foi perturbado pela questão de como poderíamos ter conhecimento apodítico dessas “atividades constitutivas”, pois supunha-se que o acesso privilegiado cartesiano cuidaria disso. Uma vez que Kant substituiu a “filosofia da compreensão humana do celebrado Sr. Locke” pelo “tema mítico da psicologia transcendental” (nas palavras de Strawson), a “epistemologia” como disciplina transcendental atingiu a maioridade. Além de elevar a “ciência do homem” de um nível empírico para um apriorístico, Kant fez três outras coisas que ajudaram a filosofia-enquanto-epistemologia a tornar-se autoconsciente e autoconfiante. Primeiro, identificando o tema central da epistemologia como sendo as relações entre duas espécies de representações igualmente reais mas irredutivelmente distintas - as “formais” (conceitos) e as “materiais” (intuições) -, ele tornou possível ver continuidades importantes entre a nova problemática epistemológica e os problemas (os da razão e os de universais) que haviam preocupado os antigos e medievais [...]. Segundo, ligando a epistemologia à moralidade no projeto de “destruir a razão para abrir espaço para a fé (isto é, destruindo o determinismo newtoniano para abrir espaço para a consciência moral comum), ele reviveu a noção de um “sistema filosófico completo”, no qual a moralidade era “baseada” em algo menos controverso e mais científico [...]. Terceiro, tomando tudo que dizemos como sendo sobre algo que “constituímos”, ele tornou possível que se pensasse na epistemologia como uma ciência fundamental, uma disciplina suporte capaz de descobrir as características “formais” (ou, em versões posteriores, “estruturais”, “fenomenológicas”, “gramaticais”, “lógicas” ou “conceituais”) de qualquer área da vida humana. Assim, ele capacitou os professores de filosofia a se verem presidindo um tribunal da razão pura, capaz de determinar se outras disciplinas estavam se mantendo dentro dos limites legais estabelecidos pela “estrutura” de seus assuntos temas [...]. Tentarei apoiar a afirmação (comum a Wittgenstein e Dewey) de que para pensar no conhecimento como apresentando um “problema”, e mais, um problema sobre o qual deveríamos ter uma “teoria”, é preciso encarar o conhecimento como uma reunião de representações - uma visão de conhecimento que, tenho argumentado, era um produto do século XVII. A moral a ser extraída é que se esse modo de pensar em conhecimento é

opcional, então a epistemologia também é, e também a filosofia como tem sido compreendida desde a metade do último século.

Restivo⁵³, por sua vez, em seu projeto, bastante semelhante ao meu, de colocar a matemática e a história da matemática sobre bases exclusivamente sociológicas, argumenta que seria necessário ir ainda mais além dessa ‘moral alternativa’ proposta por Rorty, a qual é por ele caracterizada como integrando “tratamentos filosóficos da percepção e do conhecimento em geral que, embora estejam *semiconscientes do imperativo sociológico*, acabam reprimindo a sua força completa”:

O pragmatismo de Richard Rorty começa com uma estratégia de extinguir a epistemologia; mas no final, Rorty ocidentaliza (ou, mais precisamente, americaniza) a epistemologia (a qual passa a ser uma reflexão do poder do pragmatismo como uma “filosofia americana”) e dá a ela uma moratória. Ele explicitamente restringe a preocupação moral à “conversação do Ocidente”. Marginalizando a conjectura de uma construção social radical da natureza do conhecimento, o ponto de vista de Rorty é restrito devido: 1) à ênfase que dá ao ideal de conversação polida e ao seu fracasso em lidar com formas mais militantes e violentas de prática social da ciência e da cultura em geral; 2) ao seu preconceito ocidental, manifestado em sua dívida intelectual e cultural; 3) à sua concepção khuniana prescritiva da relação entre hermenêutica (“ciência revolucionária”) e epistemologia (“ciência normal”) que constitui uma obstrução às investigações críticas e um artifício para salvar a epistemologia; 4) à ênfase posta na concepção não-sociológica de justificação.

Uma vez descartada a necessidade de intermediação da epistemologia da matemática a fim de se pensar a relação da história da matemática com a educação matemática, resta-nos ainda enfrentar o problema da relação direta, isto é, sem intermediação, entre a história e o ensino-aprendizagem da matemática.

⁵³ (Restivo, 1993, p. 268).

6. História e ensino-aprendizagem da matemática

INVENTÁRIO

Borges (1999, p. 96)

É preciso escorar uma escada para subir. Falta-lhe um degrau.
 O que podemos procurar no sótão senão o que amontoa a desordem?
 Há cheiro de umidade.
 O entardecer entra pelo quarto de passar.
 As vigas do teto estão próximas e o soalho está gasto.
 Ninguém se atreve a pôr os pés.
 Há uma cama-de-vento desconjuntada.
 Há umas ferramentas inúteis.
 Ali está a cadeira de rodas do morto.
 Há um pé de lâmpada.
 Há uma rede paraguaia com borlas, desfiada.
 Há aparelhos e papéis.
 Há uma estampa do estado-maior de Aparicio Saravia.
 Há um velho ferro a carvão.
 Há um relógio de tempo imóvel, com o pêndulo quebrado.
 Há uma moldura desdourada sem tela.
 Há um tabuleiro de papelão e umas peças desaparecidas.
 Há um braseiro de dois pés.
 Há um baú de couro.
 Há um exemplar embolorado do *Livro dos Mártires* de Foxe, em intrincada letra gótica.
 Há uma fotografia que já pode ser de qualquer um.
 Há uma pele rafada que foi de tigre.
 Há uma chave que perdeu sua porta.
 O que podemos procurar no sótão senão o que amontoa a desordem?
 Ao esquecimento, às coisas do esquecimento, acabo de erigir este monumento,
 sem dúvida menos perdurável que o bronze, e que com elas se confunde.

Uma vez explicitada a nossa concepção da relação entre história da matemática e epistemologia, resta-nos ainda esclarecer o modo como concebemos a relação entre histórias da matemática enquanto empreendimentos inevitavelmente orientados pela epistemologia e o ensino-aprendizagem da matemática.

Chegamos, em outras ocasiões, a sugerir uma concepção da história da matemática como *ponto de referência* para qualquer ação reflexiva e problematizadora no terreno da educação matemática. Isso porque, numa primeira e mais trivial aproximação, penso que é só por intermédio dela que se pode entender e avaliar o montante, a natureza e o significado da herança recebida para se poder dar continuidade aos projetos contemporâneos, tanto no terreno da pesquisa em

matemática ou em educação matemática, quanto no âmbito da ação pedagógica em matemática em quaisquer níveis.

Mas, numa segunda e mais sutil aproximação, que intencionamos agora defender, essa concepção da história como ponto de referência obrigatório para o ensino-aprendizagem da matemática poderia ser melhor desenvolvida partindo-se da analogia a que recorre Marx, na passagem do *18 Brumário*⁵⁴, à qual já nos referimos aqui, entre o aprendizado de um idioma e a necessidade que têm os homens de recorrer à história.

Como poderíamos interpretar e *desenvolver*, isto é, *explorar livremente* a analogia de Marx? Antes de mais nada, o que ela parece nos dizer é que *aprender é comparar*, isto é, que não se pode aprender o que quer que seja sem se tomar algo como ‘unidade de medida’. Se o que desejamos aprender é uma língua estrangeira, a unidade de medida passa a ser a nossa própria língua.

Mas a expressão ‘língua estrangeira’ deve ser aqui compreendida como uma *variável* que toma valores arbitrários no conjunto-universo do conhecimento humano, nele incluída a própria matemática. É por essa razão que Marx não hesita em partir dessa *analogia linguística* para interpretar um episódio da história da França. Além disso, as expressões ‘língua estrangeira’ e ‘nossa própria língua’ devem ser, no contexto dessa analogia, interpretadas como *instituições histórico-sociais*, isto é, como instrumentos sócio-historicamente constituídos num tempo que é sempre cronologicamente anterior ao tempo no qual se processa cada ato de aprendizagem individual desses instrumentos. Portanto, cada uma dessas línguas, isto é, a ‘nossa’ e a do ‘outro’ constituem, em si mesmas, experiências de outros, constituídas no tempo dos outros, num passado que permeia o nosso presente e qualquer presente. É esse o aspecto comum entre a ‘nossa’ língua e a língua do ‘outro’.

Mas ao lado dessa relação de similitude há também, entre elas, uma relação de alteridade que se consubstancia no fato de a língua do ‘outro’ ser sempre experimentada por nós, em qualquer passado ou em qualquer presente, como não sendo a nossa própria, mas sim a do outro. É essa relação de alteridade que põe em

⁵⁴ (Marx, 1978).

evidência a natureza cultural da 'língua', e portanto, do conhecimento humano. Predispor-se a aprender é, portanto, inicialmente, predispor-se a ter acesso a um *jogo linguístico* sempre diverso daquele no qual se insere o aprendiz. Mas esses jogos diversos não são incomensuráveis. Caso o fossem, a possibilidade de aprendizagem estaria cortada pela raiz.

Descartada a incomensurabilidade, devemos indagar a respeito do *elemento mediador* que possibilitaria o acesso de um jogo a outro. Segundo Marx, esse elemento ou *recurso mediador inicial* seria a *tradução*.

Do mesmo modo que “o principiante que aprende um novo idioma *traduz* sempre as palavras deste idioma para sua língua natal”, não há como redirecionar o ensino-aprendizagem da matemática de modo a torná-lo realmente significativo, reflexivo e problematizador, sem *inicialmente traduzi-lo* para a 'língua' que serviu de base para a sua constituição e segundo a qual ele foi pensado, produzido e negociado. Esta língua, é claro, é a sua história e esta história é a nossa herança.

Traduzir significa, aqui, ler - no presente e em cada presente, e segundo as intenções e circunstâncias de cada presente - o passado do outro à luz de nosso próprio passado, isto é, tentar fazer do passado do outro *não o espelho* de nosso próprio passado (mesmo porque, toda operação de tradução - em não sendo uma cópia fiel e nem mesmo um ato de *internalização* no sentido vygotskiano - mantém com a realidade uma relação de infidelidade), mas a condição de possibilidade de nossa leitura pessoal.

Mas a operação de tradução, distinta, portanto, de uma operação de espelhamento, ainda que nos apareça como *um recurso psicológico inicial* necessário, deve, numa etapa seguinte do processo de aprendizagem, ser descartada, isto é, tornar-se supérflua. Aprender significativamente, isto é, dominar e produzir autônoma e reflexivamente no *jogo linguístico* do outro a fim de colocar-se numa posição de possibilidade de se produzir novos jogos, torna-se, então, o tomar consciência de que o recurso, antes indispensável, da tradução como referência ou *unidade de medida*, tornou-se supérfluo.

O momento de tradução do processo de aprender é, então, o momento em que se opera a 'opressão' dos mortos sobre os vivos, o momento em que se opera sobre

nós, ainda que imperceptivelmente, o peso e o pesadelo da herança de nossos antepassados.

O caráter de obrigatoriedade dessa tradução advém do fato de não haver como, *psicologicamente*, desobrigar-se ou renunciar a esta herança. Isso porque, a mente humana, como ressaltou Restivo⁵⁵, é uma estrutura ou entidade social:

Há um imperativo sociológico que está emergindo em um amplo domínio de campos e que está mudando o modo como nós nos vemos, o modo como vemos o mundo, a matemática e o conhecimento científico [...] a base desta revolução copernicana na ciência social ancora-se em três 'insights' inter-relacionados: *toda tarefa é social*; a pessoa é uma *estrutura social*; e o intelecto (mente, consciência, aparato cognitivo) é uma *estrutura social*. Esses 'insights' constituem o fundamento de uma visão sociológica radical da matemática.

Isso significa que a mente de um homem é sempre, e a todo momento, a mente de muitos homens; uma mente na qual ancoram-se e sedimentam-se, de forma desorganizada e dissonante, aspectos (concepções, saberes, valores, atitudes etc.) da experiência social coletiva da humanidade, apropriados e re-significados de forma original e única por cada sujeito em função de um conjunto de fatores contextuais e subjetivos. Pois se assim não fosse, não poderíamos postular nenhum laço de continuidade entre o passado e o presente, e, conseqüentemente, cada geração teria que recomeçar do zero toda a história. Isso não significa postular, tal como o fez Jung a existência de um difuso e homogêneo *inconsciente coletivo*⁵⁶ que, supostamente, ter-se-ia desenvolvido gradativamente, dentro ou fora do curso da história, e que estaria subjacente, não se sabe por que tipo de herança, à estrutura psíquica de todo e qualquer indivíduo, mas defender a presença, nos diferentes contextos sociais de qualquer época, de projetos concretos intencionais e diversificados - mantidos por

⁵⁵ (Restivo, p. 248, 1993, itálicos do autor).

⁵⁶ Com base em uma *analogia especular* de que a história da mente *deve* espelhar a história do corpo, Jung, em seu livro *O homem e seus símbolos*, explica do seguinte modo o seu construto 'inconsciente coletivo': "Assim como o nosso corpo é um verdadeiro museu de órgãos, cada um com sua longa evolução histórica, devemos esperar encontrar também na mente uma organização análoga. Nossa mente não poderia jamais ser um produto sem história, em situação oposta ao corpo em que existe...Refiro-me ao desenvolvimento biológico pré-histórico e inconsciente da mente no homem primitivo, cuja *psique* estava muito próxima à dos animais. Esta *psique*, infinitamente antiga, é a base da nossa mente, assim como a estrutura do nosso corpo se fundamenta no molde anatômico dos mamíferos em geral. O olho treinado do anatomista ou do biólogo encontra nos nossos corpos muitos traços deste molde original. O pesquisador experiente da mente humana também pode verificar as analogias existentes entre as imagens oníricas do homem moderno e as expressões da mente primitiva, as suas 'imagens coletivas' e os seus motivos mitológicos" (Jung, apud Huntley, 1985, p. 21).

indivíduos ou grupos sociais de interesse, investidos com graus diferenciados de poder - de manutenção e difusão de certas práticas, concepções, saberes, formas de comportamento e valores sociais, alguns dos quais tornaram-se hegemônicos, adquirindo estabilidade e um grande poder de resistência ao desgaste através do tempo.

Isso não significa também que, ao nível do processo de ensino-aprendizagem escolar da matemática, a história da matemática deva intervir sempre de modo explícito e bem delimitado. Aliás, isso não seria mesmo recomendável pois, quando falamos em intervenção da história da matemática no processo de ensino-aprendizagem, estamos concebendo essa relação de um modo que torna bastante tênue ou quase indistinta a linha que separa a matemática da história da matemática, uma vez que diálogos com contextos não-contemporâneos exercem, dentre outros, um *papel psicológico* no sentido de oportunizar a problematização pedagógica.

Este ponto de vista não vê a história da matemática como um sócio-repositório de objetivos, técnicas, métodos, problemas, obstáculos, mecanismos de passagem ou do que quer que seja, a ser total ou parcialmente transposto de forma mecânica para o plano do ensino-aprendizagem, mas como uma experiência humana acumulada e desorganizadamente composta por diferentes *jogos de linguagem* - matemáticos ou não-matemáticos, com repercussão ou não ao nível do esclarecimento e/ou transformação do mundo natural - que constitui e condiciona, em todo e qualquer presente, a apropriação subjetiva do conhecimento matemático.

No que se refere particularmente ao papel psicológico atribuído à intervenção da história no processo de ensino-aprendizagem, penso ter sido essa sutil percepção, que Bachelard tentou concretizar em sua obra *A formação do pensamento científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento*⁵⁷, a maior contribuição por ele dada ao terreno da educação científica.

Supreendentemente, e infelizmente, não foi a sua noção não-freudiana de psicanálise, mas sim a de obstáculo epistemológico, que penetrou no terreno da educação matemática.

⁵⁷ (Bachelard, 1996).

Mas quando falamos em papel psicológico da história da matemática no ensino-aprendizagem não estamos entendendo esse papel nem num sentido propriamente freudiano e nem no sentido bachelardiano. A fim de esclarecer essa distinção, vamos recorrer ao seguinte comentário de Bulcão⁵⁸, o qual, além de contrastar os significados do termo *psicanálise* em Freud e em Bachelard, mostra-nos também que Bachelard não hesita em apropriar-se desse termo freudiano *‘deformando-lhe’ epistêmica e pedagogicamente* o sentido original:

O significado de psicanálise, para Freud, pode ser expresso em três níveis: como *método de investigação*, que consiste em evidenciar o significado inconsciente das palavras, das ações e dos atos imaginários; como um *método psicoterápico* baseado nessa investigação e como um *conjunto de teorias psicológicas* que sistematizam os dados introduzidos pelo método acima citado. Bachelard dá uma nova orientação ao termo ‘psicanalítico’, ao considerar que as forças psíquicas, os fatores inconscientes e os sonhos profundos também atuam sobre o ato de conhecer e constituem obstáculos à objetividade científica. Refletindo apenas sobre o conhecimento, Bachelard afirma que pretende fazer psicologia “por reflexo” e não “psicologia direta”, isto é, utilizá-la somente na medida em que auxilia a depuração dos fatores inconscientes que perturbam o ato do conhecimento [...] trata-se de um processo que tem por finalidade mostrar a *influência dos valores inconscientes na base do conhecimento científico*.

Como se percebe, tanto para Freud quanto para Bachelard, ainda que por razões distintas (em Bachelard, diferentemente de Freud, as razões são, sobretudo, mas não exclusivamente, de natureza cognitiva), o objetivo da psicanálise consiste em se procurar fazer com que o sujeito tome consciência das forças, dos fatores e dos mecanismos profundos (os tais ‘obstáculos epistemológicos’ para Bachelard e os *mecanismos repressivos* para Freud) que estariam atuando ao nível do inconsciente, impedindo-o de fornecer/elaborar explicações objetivas para os fenômenos com os quais se defronta (para Bachelard), ou impedindo-o de compreender a origem de seus traumas, neuroses, comportamentos obsessivos etc. (para Freud).

De minha parte, procuro caracterizar o papel da história como *psicológico e não psicanalítico*, uma vez que prefiro emprestar à palavra *consciência*, tal como o fez Vygotsky⁵⁹, o significado de “indicador da percepção da atividade da mente”, isto é, a consciência de estar consciente, e, assim sendo, *não-consciência* não é sinônimo de *inconsciência*, termo este, que no sentido freudiano, aparece como resultado da

⁵⁸ (Bulcão, 1981, p. 60-61, itálicos nossos).

⁵⁹ (Vygotsky, 1987, p. 78).

repressão, e, no sentido Bachelardiano, como resultado dos obstáculos epistemológicos.

Além do mais, para nós, esse papel psicológico da história coloca-a como uma instância mediadora e favorecedora da *problematização pedagógica total* (isto é, simultaneamente matemática, lógica, epistemológica, psicológica, axiológica, ética, política etc.) dos temas abordados em aula, o que, mais uma vez, o distingue quer dos papéis terapêutico e catártico da psicanálise freudiana, quer dos papéis normativo, moralizador, pedagógico e catártico da psicanálise bachelardiana.

Assim sendo, penso que o seguinte comentário de Gramsci⁶⁰ retrata bastante bem a minha concepção do papel psicológico atribuído à história no processo de ensino-aprendizagem da matemática com vistas à problematização pedagógica total:

Quando a concepção do mundo não é crítica e coerente, mas ocasional e desagregada, pertencemos simultaneamente a uma multiplicidade de homens-massa, nossa própria personalidade é composta de uma maneira bizarra: nela se encontram elementos dos homens das cavernas e princípios da ciência mais moderna e progressista; preconceitos de todas as fases históricas passadas, grosseiramente localistas, e intuições de uma futura filosofia que será própria do gênero humano mundialmente unificado. Criticar a própria concepção do mundo, portanto, significa torná-la unitária e coerente e elevá-la até o ponto atingido pelo pensamento mundial mais desenvolvido. Significa, portanto, criticar também, toda a filosofia até hoje existente, na medida em que ela deixou estratificações consolidadas na filosofia popular. *O início da elaboração crítica é a consciência daquilo que somos realmente, isto é, um 'conhece-te a ti mesmo' como produto do processo histórico até hoje desenvolvido*, que deixou em ti uma infinidade de traços recebidos sem benefício no inventário. Deve-se fazer, inicialmente, este inventário.

Essa forma de se conceber a relação entre história e cognição e, conseqüentemente, entre a história e a Educação Matemática é consonante com um determinado modo de se conceber o papel da escola na sociedade contemporânea. É Hannah Arendt⁶¹ quem o expressa da seguinte maneira:

A função da escola é ensinar às crianças como o mundo é, e não instruí-las na arte de viver. Dado que o mundo é velho, sempre mais do que as próprias crianças, a aprendizagem volta-se inevitavelmente para o passado, não importa o quanto a vida seja transcorrida no presente.

Visto que o ato educativo é sempre uma ação sobre *sujeitos sociais* visando a prepará-los para a sua inserção no mundo social adulto e dar a ele continuidade, torna-se necessário então que o professor, concebido não apenas como representante

⁶⁰ (Gramsci, A. 1978, p. 12, itálicos nossos).

⁶¹ (Arendt, 1992, p. 246).

do mundo adulto contemporâneo, mas também como representante da herança social do processo de constituição da matemática na história, interfira e dialogue com os traços ou vestígios dessa herança do modo como ela se apresenta naqueles outros complexos sociais de concepções, saberes, valores e atitudes em relação à matemática que constitui cada sujeito.

Penso ser de fundamental importância que se ressalte esse papel do professor enquanto representante da herança histórico-social do conhecimento matemático, visto que qualquer leitura do mundo contemporâneo e do papel que o conhecimento humano (nele incluído a matemática) nele desempenha, bem como todas as alternativas presentes e futuras de transformação desse mundo e do conhecimento não se constroem sem essa herança histórica. É possível, sim, que essas leituras e alternativas sejam construídas através de um julgamento negativo ou positivo dessa herança, mas nunca ignorando-a.

De fato, se a julgarmos pequena ou inadequada aos nossos propósitos na atualidade, cabe a nós entender a natureza dos condicionamentos herdados a fim de se estudar as possibilidades de criação de novas alternativas tendo em vista a natureza desses propósitos. Mas o modo de se construir essas novas alternativas esta herança não nos ensina.

Contrariamente, se julgamos esta herança valiosa e significativa aos nossos propósitos na atualidade, cabe a nós, do mesmo modo, entender a natureza dos condicionamentos socioculturais herdados a fim de se estudar possibilidades e formas de perpetuá-los no presente à luz desses novos propósitos. Mas as formas de perpetuação e a construção dos métodos mais adequados para isso, esta herança não nos ensina.

Em ambos os casos, os projetos e as formas de ação no presente não são lições que possam ser extraídas mecanicamente do *sótão* da história.

Aproximando-se dessa linha de raciocínio, Habermas afirmou que “a história não nos ensina como agir, mas apenas os modos como *não* devemos agir”.

Mas afirmar que a história poderia apontar-nos os caminhos pelos quais nós não deveríamos trilhar ainda significa, a meu ver, afirmar a possibilidade de um pré-direcionamento moralizador ilegítimo do passado sobre o presente.

Diferentemente do ponto de vista de Habermas, para Marx e para alguns outros pensadores que compartilharam alguns aspectos da sua filosofia da história, em ambos os casos essa herança, tanto quando é avaliada positivamente como negativamente, constitui o nosso pesadelo.

Em ambos os casos referem-se a ela como 'pesadelo': "a tradição de todas as gerações mortas oprime como um *pesadelo* o cérebro dos vivos".

E penso que assim o fazem devido ao fato de essa herança necessariamente condicionar, limitando e delimitando, nossos projetos e ações no presente, tendo em vista os nossos propósitos de futuro, e jamais ensinando-nos a construir esses projetos e a direcionar corretamente e exitosamente as nossas ações no presente.

Ainda que não nos ensine nada a respeito dos rumos a serem tomados ou dos rumos a não serem tomados, em ambos os casos, esses novos rumos são sempre dependentes da natureza dessa herança, mas *jamais o seu reflexo*.

Mas a essa altura já nos situamos para além do momento de tradução do processo de aprendizagem a que a analogia linguística de Marx se refere, para adentrarmos no momento que se caracteriza pela possibilidade de expressão da autonomia intelectual.

No entanto, esse momento autônomo do processo de aprender não é, contudo, aquele em que nos livramos definitivamente do peso dessa herança, isto é, um momento de uma ruptura radical e irreversível com o passado, mas tão somente aquele em que aprendemos a lidar com ela de forma mais leve, livre e criativa.

Devemos observar, porém, que a passagem do momento de tradução ao momento autônomo do processo de aprendizagem não se faz de forma espontânea. A condição para a conquista da autonomia é o diálogo com e a avaliação crítica constante do peso dessa herança, como ressaltou Gramsci.

A necessidade de se recorrer à *operação de tradução*, no plano pedagógico, não consiste, portanto, em saber se nossas representações internas do conhecimento são ou não *precisas, fiéis ou verdadeiras* pois, dessa forma, a operação de tradução se identificaria com a operação de espelhamento e, também porque esse tipo de pseudo-necessidade está presa à contestável dicotomia externo-interno sob a qual, segundo Rorty, a epistemologia se constituiu historicamente como um empreendimento

autônomo aparentemente legítimo; tampouco consiste em ver o passado, de *forma inversa* àquela concebida por Bachelard, como instância normativa, de natureza epistemológica ou ética, que se imporia e regularia as nossas ações no presente.

Contrariamente a essas alternativas, penso que essa necessidade se apresenta como *condição psicopedagógica* para a constituição de novos projetos políticos a fim de se assegurar a continuidade da produção do conhecimento e a continuidade do mundo. Ainda que o aprendiz de cada presente necessite *traduzir* a herança histórico-social do conhecimento a fim de constituir a sua própria imagem, cabe ao professor mostrar que o mundo que nos aparece após essa operação de tradução é sempre um mundo em desordem e que clama por novas formas de organização. Isso porque *nada podemos encontrar no sótão senão o que amontoa a desordem*. E sempre, portanto, dentro da desordem do sótão, um *espelho quebrado*, isto é, um retrato que já pode ser de qualquer um, e uma chave que perdeu a sua porta.

Essa forma, que, dentre outras, penso ser plausível e sustentável de se conceber a relação entre o passado e o presente, e cuja extensão para o terreno da educação matemática produz o ponto de vista da história da matemática como um *ponto de referência* para a constituição de uma prática pedagógica reflexiva e problematizadora, vê a história da matemática bem mais como um elemento condicionador necessário, ainda que não suficiente, tanto para a formação de futuros professores e para a formação continuada dos atuais professores de matemática como também, para a formação matemática do estudante em qualquer nível. Os modos de participação da história nesses diferentes níveis variam apenas em função dos propósitos e do grau de profundidade que envolve a problematização.

7. Referências bibliográficas

- ARENDRT, Hannah. (1992). *Entre o passado e o futuro*. Editora Perspectiva, 3ª. edição.
- BACHELARD, Gaston. (1991). *La formación del espíritu científico: contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo*. México: Siglo veintiuno editores, s. a. 17ª. edición.
- BACHELARD, Gaston. (1996). *A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento*. Rio de Janeiro: Contraponto.
- BKOUICHE, Rudolf. (1996). *Épistémologie, histoire des mathématiques et enseignement*. Actas da Deuxième Université d'Été Européenne sur Histoire et Épistémologie dans l'Éducation Mathématique. Volume I, p. 282-290. Braga, Portugal.
- BKOUICHE, Rudolf. (1997). *Épistémologie, Histoire et Enseignement des Mathématiques*. *For the Learning of Mathematics* 17, 1, february, p. 34 -42.
- BORGES, Jorge Luis. (1999). *Obras Completas*, vol. III. São Paulo: Editora Globo.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática*. Vol. 3. Brasília: MEC/SEF.
- BULCÃO, Marly. (1981). *O Racionalismo da Ciência Contemporânea: uma análise da epistemologia de Gaston Bachelard*. Rio de Janeiro: Edições Antares.
- GRAMSCI, Antonio. (1978). *Concepção Dialética da História*. Rio de Janeiro, 2ª. edição, Editora Civilização Brasileira.
- HUNTLEY, H. E. (1985). *A divina proporção: um ensaio sobre a beleza na Matemática*. Brasília: Editora da Universidade de Brasília.
- KAMII, Constance. (1984). *A criança e o número*. Campinas: Papirus.
- MARX, Karl. (1978). *O 18 Brumário de Luís Bonaparte*. In: *Os Pensadores*. São Paulo: Abril Cultural.
- MIGUEL, Antonio. (1993). Três estudos sobre história e educação matemática. Campinas: tese de doutorado, Faculdade de Educação - UNICAMP.
- MIGUEL, Antonio. (1996). Estudos histórico-pedagógicos temáticos e história-problema. In: *Actas da Deuxième Université d'Été Européenne sur Histoire et Épistémologie dans l'Éducation Mathématique*. Volume II, p. 43-49. Braga, Portugal.
- MIGUEL, Antonio. (2015). *Uma investigação acerca de algumas formas de se conceber o papel da História da Matemática na Pesquisa Contemporânea em Educação Matemática*. E-Book: ISBN 978-85-7713-170-9. Campinas, SP: FE/UNICAMP.
- PIAGET, Jean. (1975). *Introducción a la epistemología genética: el pensamiento matemático*. Buenos Aires: Editorial Paidós.
- PIAGET, Jean & GARCIA, Rolando. (1982). *Psicogénesis e historia de la ciencia*. México: siglo veintiuno editores, S. A.
- RADFORD, Luis. (1997). On Psychology, Historical Epistemology, and the Teaching of Mathematics: towards a Socio-Cultural History of Mathematics. *For the Learning of Mathematics* 17, 1, p. 26-33, February.
- RESTIVO, Sal. (1983). *The social relations of physics, mysticism, and mathematics*. Episteme 10, Holland: Reidel Publishing Company.
- RESTIVO, Sal. (1992). *Mathematics in Society and History*. Episteme 20, Holland: Kluwer Academic Publishers.
- RESTIVO, Sal. (1993). The social life of mathematics. In: *Math Worlds - Philosophical and social studies of mathematics and mathematics education*. Edited by: Restivo, S.; Van Bendegem, J.P.; Fischer, R. New York: State University of New York Press.
- RESTIVO, Sal. (1993). The Promethean task of bringing mathematics to earth. In: *Math Worlds - Philosophical and social studies of mathematics and mathematics education*. Edited by: Restivo, S.; Van Bendegem, J.P.; Fischer, R. New York: State University of New York Press.
- ROGERS, Leo. (1996). *Bachelard and the epistemological obstacle: a critique from the history of mathematics*. In: Actas da Deuxième Université d'Été Européenne sur Histoire et Épistémologie dans l'Éducation Mathématique. Volume II, p. 269-276. Braga, Portugal.
- RORTY, Richard. (1994). *A Filosofia e o espelho da natureza*. Relume-Dumará, 2ª. edição, Rio de Janeiro.

- SFARD, Anna. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 22-1, p. 1-36.
- SFARD, Anna. (1995). The development of Algebra: confronting historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, p. 15-39.
- VUYK, Rita. (1985). Panorámica y crítica de la epistemología genética de Piaget: 1965-1980. Volumes I e II. Madrid: Alianza Editorial.
- VYGOSTSKY, Lev S. (1987). *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes.