Coleção do V Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática

-Os sentidos do *ensinaraprender* matemática na escola e na formação docente-

Anais Volume 3:
Investigações de Aulas de Matemática

Coordenação Geral

Dario Fiorentini

Organização dos Anais

Jenny Patricia Acevedo Rincón

Grupo de Sábado - GdS
Faculdade de Educação
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
Campinas, SP.
2015

Catalogação na Publicação (CIP) elaborada por
Rosemary Passos – CRB-8ª/5751

Se52a Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática (5. : 2015 : Campinas, SP).
Anais do V Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática - SHIAM: os sentidos do *ensinaraprender* matemática na escola e na formação docente; 6 a 8 de julho de 2015 / coordenação geral: Dario Fiorentini; organizador: Jenny Patrícia Acevedo Rincón. -- Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2015.
303 p. (Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática; v.3)

ISBN: 978-85-7713-180-8
Conteúdo: v.3. Investigações de aulas de matemática.

1. Educação matemática – Congressos. 2. Ambiente de sala de aula – Congressos. 3. Matemática – Estudo e ensino – Congressos. 4. Investigação - Congressos. 5. Formação de professores – Congressos. I. Fiorentini, Dario. II. Acevedo Rincón, Jenny Patrícia. III. Título.

15-067-BFE 20ª CDD - 372.7306

1. Educação matemática – Congressos	372.7306
2. Ambiente de sala de aula - Congressos	371.102
3. Matemática – Estudo e ensino – Congressos	372.7
4. Formação de professores - Congressos	370.71

ISBN: 978-85-7713-180-8
Outubro – 2015

*O V Shiam e a Comissão Científica não se responsabilizam por erros ortográficos ou por revisão gramatical dos resumos, sendo o conteúdo científico e a redação do trabalho de inteira responsabilidade dos autores.

Ficha catalográfica da coleção Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática – SHIAM: os sentidos do ensinaraprender matemática na escola e na formação docente. 5v.

Catalogação na Publicação (CIP) elaborada por
Rosemary Passos – CRB-8ª/5751

Se52 Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática – SHIAM: os sentidos do ensinaraprender matemática na escola e na formação docente / coordenação geral: Dario Fiorentini; organizador: Jenny Patricia Acevedo Rincón. -- Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2015.
5v.

ISBN: 978-85-7713-167-9 (Coleção completa)

Conteúdo: v.1. Experiências sobre formação de professores que ensinam matemática. – v.2. Histórias de aulas de matemática. – v.3. Investigações de aulas de matemática. – v. 4. Investigação sobre formação de professores que ensinam matemática. – v.5. Pôsteres e oficinas

1. Educação matemática – Congressos. 2. Ambiente de sala de aula – Congressos. 3. Matemática – Estudo e ensino – Congressos. 4. Investigação - Congressos. 5. Formação de professores – Congressos. I. Fiorentini, Dario (Coord.). II. Acevedo Rincón, Jenny Patricia (Org.). III. Título.

15-070-BFE 20ª CDD - 372.7306

1. Educação matemática – Congressos	372.7306
2. Ambiente de sala de aula - Congressos	371.102
3. Matemática – Estudo e ensino – Congressos	372.7
4. Formação de professores - Congressos	370.71

ISBN : 978-85-7713-167-9
Julho – 2015

COMISSÃO ORGANIZADORA
Dario Fiorentini (Coordenador Geral)
Jenny Patricia Acevedo Rincón (Organizadora dos Anais)

Adriana Correia
Antonio Roberto Barbutti
Alessandra Rodrigues de Almeida
Ana Paula Rodrigues Magalhães de Barros
Eliane Matesco Cristovão
Gislaine D. Fagnani da Costa
Heloísa Martins Proença
Ingrid Vigilato
Juscier Albertino Mamoré de Melo
Lilian S. Vismara
Maria Ap. de Jesus Salgad
Márcia Bento
Márcia P. Simione
Maria Dolores M. C Coutinho
Mercaluz Hernandez Vasquez
Rosana Catarina Rodrigues de Lima
Solange Rocha
Tatiane Santos Xavier
Valdete Miné
Vanessa Crecci

COMISSÃO CIENTÍFICA
Profa. Dra. Dione Lucchesi de Carvalho (Coordenadora da Comissão Científica)

Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato (USF)
Prof. Dr. Alfonso Jiménez Espinosa (UPTC – Colômbia)
Profa. Dra. Cármen Lúcia Brancaglion Passos (UFSCar)
Prof. Dr. Dario Fiorentini (Unicamp)
Profa. Dra. Leticia Losano (UNC – Argentina)
Profa. Dra. Maria Auxiliadora Bueno Andrade Megid (PUC-Campinas)
Profa. Dra. Regina Célia Grando (ANPEd)
Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin (UNESP-RC)
Prof. Dr. Sérgio Aparecido Lorenzatto (Unicamp)

INSTITUIÇÃO DE FOMENTO: CAPES-PAEP

Apresentação

A quinta edição do Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática, que traz como tema "Os sentidos do ensinaraprender matemática na escola e na formação docente" foi desenvolvida no ano 2015, na Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas. O V SHIAM se consttiuiu em um espaço para a socialização e debate de experiências, propostas e investigações de/em aulas de matemática em todos os níveis de ensino.

O SHIAM é uma iniciativa do Grupo de Sábado (GdS) fundado em 1999, que congrega professores que ensinam matemática em todos os níveis do ensino básico de escolas públicas e particulares da região de Campinas interessados em refletir, ler, investigar e escrever sobre a prática docente de matemática nas escolas, tendo como colaboradores acadêmicos da universidade (professores, mestrandos e doutorandos da FE/Unicamp) interessados em investigar o processo de formação contínua e de desenvolvimento profissional de professores. Seus participantes, aos poucos, foram mostrando como professores que ensinam matemática em todos os níveis de ensino, mestrandos e doutorandos e também futuros professores podiam, juntos, aprender a enfrentar o desafio da escola atual, negociando e construindo outras práticas do ensinaraprender matemática que fossem potencialmente formativas aos alunos, despertando neles o desejo de aprender e de se apropriar dos conhecimentos fundamentais à sua inserção social e cultural. A formação desse grupo nasce do anseio de seus participantes em provocar uma aproximação entre a pesquisa acadêmica e a prática de ensinaraprender matemática nas escolas.

O Grupo de Sábado (GdS), ao longo dos sus 15 anos de existência, vem se constituindo em uma comunidade crítica e colaborativa de professores, isto é, uma aliança entre formadores, pesquisadores, professores e futuros professores que assumiram a pesquisa como postura profissional e prática social formativa. Os participantes dessa comunidade, ao envolverem-se em práticas de leitura, pesquisa e escrita, tornaram-se leitores e usuários críticos e reflexivos do saber elaborado por outros investigadores e passaram não somente a transformar qualitativamente suas práticas, mas também a contribuir, por meio de publicações, para a construção de uma cultura profissional desde as particularidades da escola de hoje.

O SHIAM nasce, então, da vontade dos participantes do GdS em compartilhar com outros professores as suas produções, suas aprendizagens, seu modo de encarar os desafios da escola, seu modo de trabalhar em colaboração e a esperança de melhorar a educação matemática de nossas escolas. O I SHIAM, realizado em 2006, contou com a participação de 160 professores e pesquisadores de 10 estados brasileiros. Contou também com a apresentação de 58 comunicações de histórias e investigações de/em aulas de matemática, além de duas Mesas Redondas. No II SHIAM, em 2008, 325 participantes de quase todos os estados brasileiros trouxeram 116 comunicações, além de duas mesas redondas e uma palestra proferida por um convidado do exterior. E no ano de 2010, 450 professores de matemática e formadores de professores de todo o Brasil participaram do III SHIAM, contando com 170 trabalhos apresentados. No ano de 2013 o IV SHIAM contou com 371 participantes, dos quais 204 apresentaram um total de 215 trabalhos subdivididos em seis modalidades, além da palestra proferida pelo Prof. Dr. Arthur Powell convidado da Rutgers University, e três trabalhos apresentados na forma de painel de discussão, proferidos por 6 professores brasileiros, entre doutores e mestres. Juntamente ao IV SHIAM, por iniciativa de seus próprios organizadores, foi realizado o I Simpósio de Grupos Colaborativos e de Aprendizagem do Professor que Ensina Matemática. Para o V SHIAM, forma apresentados 234 trabalhos, e 500 participantes.

Os Anais do evento reúnem os trabalhos apresentados durante o evento, divididos em 5 volumes que representam as modalidades dos trabalhos apresentados durante o seminario assim:

- ✓ Volumen 1: Experiências sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática
- ✓ Volumen 2: Histórias de Aulas de Matemática
- ✓ Volumen 3: Investigações de Aulas de Matemática
- ✓ Volumen 4: Investigação sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática
- ✓ Volumen 5: Pôsteres e oficinas

Acreditamos que os textos aquí reunidos do V SHIAM possam fomentar novas e profícuas discussões para constituir novos sentidos ao ensinaraprender matemática.

Comissão Organizadora

Sumário

Professores nas escolas rurais e a introdução dos números: um estudo histórico

Luzia de Fatima Barbosa Fernandes
luziabfernandes@yahoo.com.br
Universidade Federal de São Carlos – UFSCar.

Resumo

Esse trabalho apresenta resultados de uma pesquisa de mestrado, defendida em 2014 pela FE-Unicamp, sob a orientação da Profa. Dra. Maria Ângela Miorim. O trabalho teve como título “Cenários do Ensino de Matemática em Escolas Rurais da Cidade de Tanabi, SP” e seu objetivo foi investigar as práticas do ensino de Matemática nas primeiras séries do ensino fundamental em escolas da zona rural do município de Tanabi, no período de 1950 a 2000, considerando desde a formação dos professores e condições de funcionamento destes espaços até as práticas utilizadas pelos docentes nas aulas de Matemática. Seguindo a metodologia da História Oral (GARNICA, 2010), foram entrevistados onze professores e uma aluna que tiveram experiência em escolas rurais do município considerado. Para analisar as práticas de ensino dos professores, utilizamos Certeau (2004) como fundamentação teórica, entendendo-as como “esquemas de operações e manipulações técnicas”. Dentre os aspectos analisados na investigação, destacamos para esse trabalho a escrita dos números. Como resultado, observamos uma forte tendência na utilização de materiais concretos e/ou desenhos para a introdução dos números, bem como a preocupação de alguns professores com a grafia correta dos algarismos.

Palavras-chave: História da Educação Matemática; Ensino de Matemática; Escolas Rurais.

Introdução

Este trabalho apresenta resultados da nossa pesquisa de mestrado, defendida no ano de 2014, pela Faculdade de Educação da Unicamp, sob a orientação da Professora Dra. Maria Ângela Miorim. A pesquisa teve como título “Cenários do Ensino de Matemática em Escolas Rurais da Cidade de Tanabi, SP” e buscou investigar as práticas de professores para o ensino de Matemática em escolas situadas na zona rural do município considerado. Durante a investigação, buscou-se conhecer as instalações destas escolas rurais para entender as condições de trabalho oferecidas aos professores e também estudar a formação de cada docente.

Para realizar a pesquisa, utilizamos como metodologia a História Oral, por entendermos que esse caminho pudesse colaborar na escrita desta história, dando-nos a oportunidade de conversar com professores e alunos que frequentaram estes espaços escolares, como forma de compreender a realidade vivida. Foram entrevistados onze professores e uma aluna. Entre as doze entrevistas, oito foram realizadas nas residências dos colaboradores e quatro foram realizadas em uma escola na zona rural, conhecida na cidade de Tanabi como “escolinha do Bairro do Sapé” (Figura 1).

Figura 1: Escola Mista da Fazenda Alferes, município de Tanabi/SP, local onde foram realizadas as quatro primeiras entrevistas, 2010.

Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora.

Esse local foi escolhido por ter sido ali que a pesquisadora estudou as duas primeiras séries do ensino fundamental e por oferecer condições para a realização das entrevistas. Com os textos das entrevistas e outros documentos encontrados em arquivos escolares, constituímos parte do material utilizado na pesquisa. Observando desde a construção destas escolas, sua estrutura, seu espaço e localização, a pesquisa tentou mostrar um pouco da realidade que os professores vivenciaram nestes espaços, sua rotina de trabalho, suas aulas e os recursos que tinham disponíveis na época, tendo em vista também a formação dos professores.

Em um segundo momento, observamos as práticas para o ensino de Matemática, considerando as classes multisseriadas e os poucos recursos que eram voltados para o ensino desta disciplina. Dos aspectos considerados para a investigação, damos especial atenção à escrita dos números, às operações de adição, subtração, multiplicação e divisão e o ensino da tabuada, por terem sido estes temas mais fortemente observados a partir da fala dos professores. Para este texto, selecionamos apenas o desenvolvimento do trabalho para a escrita dos números, observando o uso de materiais concretos e a preocupação com a grafia dos algarismos.

Desenvolvimento da pesquisa

Após contato com pesquisas que versavam sobre o ensino em escolas rurais e a metodologia da História Oral, optamos por utilizar essa metodologia em nossa investigação. De acordo com Garnica (2010), trabalhar com a História Oral é optar pela "oralidade para o resgate – ou o levantamento, a escritura, a compreensão, a elaboração, como queiram os que se impacientam com o uso do termo 'resgate' histórico", e, sobretudo, usa "a oralidade segundo alguns procedimentos e princípios muito específicos" (idem, p. 30/31). Em Meihy (1996), entendemos que a "certeza de que todos os agentes sociais têm História é básica para a boa definição das fórmulas modernas de História Oral" (MEIHY, 1996, p.39). Dentre as modalidades possíveis de investigação quando se trabalha com a História Oral, optamos por seguir a História Oral Temática, por entendermos sua aproximação com o nosso objeto de pesquisa, uma vez que essa modalidade "centra-se mais em um conjunto limitado de temas previamente selecionados pelo pesquisador com a intenção de reconstituir 'aspectos' da vida dos entrevistados" (MARTINS-SALANDIM; SOUZA; FERNANDES, 2010, p. 5).

Após a realização das entrevistas, trabalhamos a transcrição pura de cada fala e, posteriormente, realizarmos um tratamento no texto que, segundo Martins (2003), pode ser chamado de um "primeiro momento" da textualização. Foi um procedimento para a limpeza do texto, ou segundo Garnica (2007), para retiramos do texto os vícios de linguagem, deixando-o mais "limpo" o que consistiria em

> excluir do texto da transcrição alguns registros próprios da oralidade (usualmente chamados como "apoios", "muletas" ou "vícios de linguagem") e preencher algumas poucas lacunas que tornarão a leitura do depoimento mais fluente. (GARNICA, 2007, p. 54)

Com o uso das entrevistas para compor parte dos documentos que utilizamos em nossa pesquisa, centramos o nosso olhar para entender as práticas desses professores colaboradores quando lecionavam em escolas rurais do município de Tanabi. Para entender essas práticas nos apoiamos em Certeau (2004), que nos diz que essas "maneiras de fazer" são as "táticas" criadas pelos professores para lidarem com o dia a dia da sala de aula, ou seja, como podemos entendê-las como "um grande conjunto, difícil de delimitar e que, a título provisório, pode ser designado como o dos procedimentos. São esquemas de operações e manipulações técnicas" (CERTEAU, 2004, p.109).

Além dos documentos que foram constituídos com as entrevistas, os que foram encontrados nas escolas e em pesquisas virtuais, tivemos à disposição todo o material fornecido pelos professores na entrevista. Entre livros didáticos e cadernos de alunos tivemos a oportunidade de receber diversas fotografias da época em que esses docentes trabalharam em escolas rurais. Essas fotografias constituíram nosso acervo iconográfico que também foi utilizado com fonte de investigação, nos auxiliando no conhecimento da estrutura e funcionamento destas escolas. Essas fontes, segundo Burke (2004), são importantes como "evidência histórica". Para Kossoy (2002), as fotografias correspondem a uma "segunda realidade, a do documento", que "também é fixa e imutável, porém sujeita a múltiplas interpretações" (KOSSOY, 2002, p. 47).

Para Garnica (2010), ao analisar uma fotografia temos um "inventário de possibilidades", pois, segundo o autor, é preciso que alguém nos fale sobre as condições que levaram à produção daquela fotografia, nos conte sobre as pessoas que aparecem fotografadas e outras informações que possam nos dar clareza para entendermos o que pode ser visto na fotografia, pois

> o conteúdo latente de cada fotografia, sua descrição menos lacunar, é possível enquanto se encontram, na própria escola ou na comunidade a que a escola serve, pessoas que se recordam dos momentos ou das pessoas fotografadas (GARNICA, 2010, p.91).

Com o uso das fotografias fornecidas pelos colaboradores e algumas que foram constituídas por nós, ao visitarmos alguns prédios abandonados, tivemos um panorama geral da estrutura destas escolas rurais. Vejamos, por exemplo, as fotografias da Escola Rural do Bairro da Goiaba (Figura 2).

Figura 2: Escola Mista do Bairro da Goiaba, município de Tanabi/SP, 2010.

Fonte: Acervo pessoal da pesquisadora.

Podemos observar a estrutura da escola: basicamente, a maioria das escolas situadas na zona rural do município de Tanabi eram construídas com uma única sala de aula, um sanitário – separado do prédio – e uma cozinha na pequena varanda. Na escola da figura anterior, podemos observar a construção dessa cozinha junto à varanda da escola, onde eram preparadas as merendas para os estudantes. Na maioria das vezes, eram as professoras que tinham que preparar os alimentos; em alguns casos raros, recebiam auxílio de alguma mãe de aluno. Os professores comentaram sobre a rotina de trabalho que era bem intensa. A professora Maria Cecília, uma de nossas entrevistadas afirma: “Porque, ao mesmo tempo, a gente tinha que fazer merenda, você tinha que dar aula para 1ª série, 2ª série. E, por exemplo, teve uma época que eu (...) dava aula para 1ª, 2ª, 3ª e 4ª séries tudo junto e tinha que fazer a merenda”. (MARIA CECÍLIA SOCCIO MONTEIRO, entrevista em 12/06/2010).

Mesmo com essa rotina de trabalho, os professores que atuaram nestas escolas rurais não tinham uma formação específica para o trabalho nestes ambientes. A formação, em sua maioria, foi realizada em Escolas Normais. Muitos dos professores entrevistados acabaram cursando o Normal por ser uma oportunidade oferecida na cidade de Tanabi naqueles tempos. As professoras Maria Cecília e Irma comentam sobre isso,

> É assim: na época, a gente - meu pai - não tinha condições de estudar a gente, estudar fora, então o curso que tinha em Tanabi na época era só o magistério. Mas eu gostava também, sabe, então eu fiz magistério, então assim naquela época a gente, a mulher, não podia nem prestar um curso, um concurso de banco, né, banco não aceitava mulher. O Banespa não aceitava mulher, então você tinha que ser professora, ou então sair fora, fazer outra coisa, enfermagem, qualquer coisa. Mas enfermagem, na época, só tinha em Ribeirão Preto, não tinha jeito, aí não tinha condição. (IRMA ROSA DA SILVEIRA VIANA, entrevista em 14/06/2010)
>
> Foi assim: naquela época, aqui em Tanabi só tinha magistério e Escola de Comércio. Então, as pessoas que queriam continuar estudando, geralmente, faziam até os dois cursos, porque a Escola de Comércio era à noite. (MARIA CECÍLIA SOCCIO MONTEIRO, entrevista em 12/06/2010).

Com o passar dos anos, muito deles acabaram cursando também a Pedagogia, como oportunidade de ascensão na carreira. Mas, a formação inicial, com o curso Normal e, mais especificamente, com a parte prática oferecida no curso é que lhes deram a maior base para trabalhar com a sala de aula, ainda que, para o trabalho voltado às salas multisseriadas e o meio rural, não tenham sido oferecidos cursos ou formação específica.

Alguns professores estudaram no período em que a formação do professor primário passou a ser responsabilidade dos Institutos de Educação. Com a expansão pelo interior do Estado de São Paulo, chegamos a ter, no ano de 1967, cerca de 120 unidades em todo o Estado, sendo uma delas situada na cidade de Tanabi, criada no ano de 1962 (LABEGALINI, 2009, p. 79).

Na década de 1960 muitas escolas ainda existiam na zona rural do município de Tanabi, o que propiciou um provável local de trabalho para todos os professores iniciantes. Com pouca experiência e poucos pontos na carreira, esses professores iniciavam, em sua maioria, os trabalhos como docentes em escolas rurais. Em entrevista com o Professor Orlando Melotti, ele mencionou que o município de Tanabi chegou a ter 57 escolas isoladas na zona rural, o que significa um grande número de estudantes nessa região campesina. Segundo Caprio (2003), no município de Tanabi, no ano de 1975, se inicia o processo de desativação das escolas rurais, "provocando enormes protestos dos habitantes da zona rural" que queriam que a escola permanecesse, evitando assim que seus filhos fossem estudar nas escolas da zona urbana. De acordo com o autor,

> Num procedimento concentrador, as escolas da zona rural foram fechadas e sediadas nos bairros rurais e na cidade, forçando ainda mais o processo do êxodo rural, estrangulando o sistema educacional e a produção agrícola que, dia-a-dia, desaparece dos pequenos e grandes municípios. (CAPRIO, 2009, p. 350)

Com este cenário é que constituímos a nossa investigação, tomando o foco nas práticas de ensino nessas escolas, com especial atenção às aulas de Matemática.

A escrita dos números

Lidar com estudantes de várias séries em um mesmo espaço e tempo não foi tarefa fácil para a maioria dos professores. Eles comentaram, com frequência, o quanto tinham que levar as aulas muito bem programadas e organizadas. A professora Maria Cecília comenta sobre isso e ressalta,

> você tinha que dar diariamente Língua Portuguesa, e todo dia Matemática. Aí, geralmente, a gente não dava assim, completamente de acordo com o horário, antes do recreio, a gente dava Português e Matemática, principalmente Matemática porque a criança estava mais descansada, então a gente achava que era melhor (...). (MARIA CECÍLIA SOCCIO MONTEIRO, entrevista em 12/06/2010).

De acordo com essa professora, ela priorizava - antes do intervalo - com a criança mais "descansada," assuntos de Português e Matemática, fixando assim as suas aulas diárias. A professora Maria Terezinha comenta:

> Então dava Língua Portuguesa para uma, Matemática para outra, Língua Portuguesa para outra. Você tinha que ter jogo de cintura, né? Eu achava que os que tinham mais dificuldade, então, por exemplo, eu dava Ciências que eles gostavam mais. Aí eu trabalhava mais com a outra série a Matemática. A outra estava mais com dificuldade de Português, então dava mais. Matemática: só de você dar uma explicação, eles deslanchavam. Tinha que ir jogando. (MARIA TEREZINHA MONTEIRO MACHADO, entrevista em 08/06/2011)

Com a professora Maria Terezinha podemos perceber uma organização feita por série, variando-se os conteúdos. Segundo ela, ao trabalhar a Matemática, com apenas uma explicação eles "deslanchavam". Com esse "jogo" a professora ministrava as diferentes séries na sala de aula.

Não bastasse toda essa particularidade das escolas isoladas, os professores cumpriam os mesmos conteúdos que eram trabalhados nas escolas da cidade. Com isso, estavam sujeitos às mesmas avaliações e às visitas do inspetor de ensino. Segundo Garnica e Martins (2006), o papel desempenhado pelos inspetores de ensino consta da LDB 4.024, art. 28: "a administração do ensino nos Estados, Distrito Federal e Territórios deverá promover anualmente o levantamento do registro das crianças em idade escolar e incentivar a fiscalização da frequência às aulas" (GARNICA E MARTINS, 2006, p.50). O professor Etore comenta sobre essas visitas e de como atuavam os inspetores que visitavam as escolas rurais onde ele lecionou,

> vinha ver o que você estava fazendo, se você estava na escola, se você não estava, se você estava faltando ou não, se você estava trabalhando. Aí ele fazia um tipo de teste para os alunos na lousa, ia chamando os alunos pra ver como é que os alunos estavam. E aí eles colocavam um, como é que chama... um relatório e esse relatório constava lá tudo, até o jeito que o professor dava aula. Mas não ensinava nada à gente não, naquela época a gente aprendia era sozinho mesmo, através de experiência com outros colegas, através de livros, e você tinha que pesquisar, você tinha que ir atrás e o que mais assim é, que te deixava mais a vontade, dentro da sala de aula, é a experiência do dia a dia. Cada dia de aula você aprende uma coisa diferente. É com aluno diferente, é com outra colega, uma série de coisas. (ETORE BILIA, entrevista em 12/07/2010)

As crianças que iniciavam seus estudos nas escolas rurais, já ingressavam na primeira série e não possuíam, muitas vezes, nem a noção do que era um lápis e um caderno. O professora Etore comenta em sua entrevista que

> Então você às vezes sentava na mesa, na carteira, em qualquer lugar e você passava as atividades no caderno deles, no caderno. Então logo nos primeiros dias você só passa exercício, são praticamente quase que dois meses de primeiro ano, que são só exercícios. Exercícios para ele aprender a pegar no lápis, usar o lápis, usar a borracha, usar o caderno, é porque é aquilo que eu falei pra você: a criança no sítio ela entrava no primeiro sem saber absolutamente nada, mas é nada de nada! não sabia nem pegar no lápis. (ETORE BILIA, entrevista em 12/07/2010)

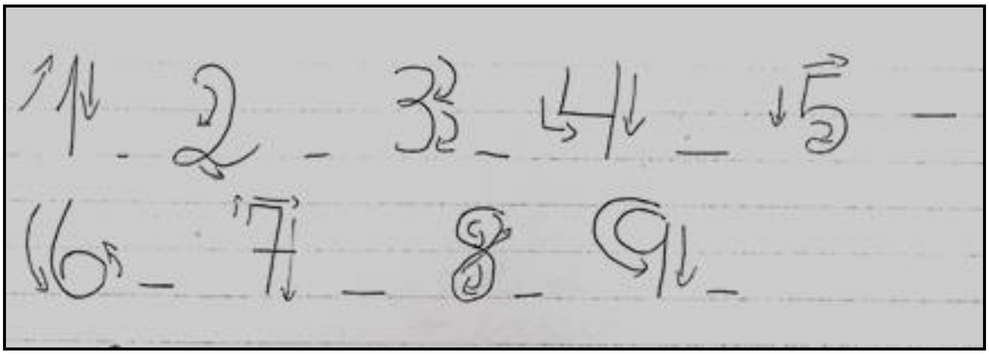
Dada essa dificuldade inicial, a professora Cecília comenta o quanto demorava para ensinar aos alunos os primeiros números.

> Então (...): "vamos supor, mostra uma bola, quantas bolas tem? Uma. Então ele tinha que falar que era uma". Pegar um lápis e você tinha que relacionar com o desenho do número, com a grafia do número e eu ensinava a grafia

> correta e exigia a grafia correta dos números, por exemplo: olha... sobe, escorrega (a professora, neste momento, faz no papel a escrita do número 1). Não aceitava que fizesse de baixo para cima, tinha que fazer certinho, assim como as letras, grudadinhas uma na outra. Então aí eu demorava uns dois meses para ensinar até o 9, eu não tinha pressa; não tinha pressa de jeito nenhum. (MARIA CECÍLIA SOCCIO MONTEIRO, entrevista em 12/06/2010).

Para a professora, era importante que as crianças aprendessem a grafia correta de cada número. Na entrevista, ela apresenta a forma como eles deveriam ser registrados pelos estudantes.

Figura 3: Registro entregue pela professora Maria Cecília Soccio Monteiro no dia da entrevista, 2010.



Fonte: Foto feita pela pesquisadora.

Podemos observar a preocupação da professora em demonstrar até a direção dos traços, realçando o zelo com que tratava esse aprendizado. De acordo com Fernandes (2014)

> Neste relato, observamos a paciência da professora Maria Cecília em aguardar um tempo, sem pressa, para que as crianças aprendessem os números até o 9. A dificuldade das crianças em pegar no lápis não era empecilho para que desenvolvessem uma coordenação motora fina que, segundo a professora, era necessária para se ter uma letra bonita. Além disso, notamos muita preocupação com uma escrita específica dos números, tendo, para isso, que seguir uma ordem dos movimentos realizados pela mão para essa escrita. (FERNANDES, 2014, p. 100).

Podemos observar também, a partir da fala da professora Maria Cecília, a relação que se ia estabelecendo com objetos para representar a quantidade que se queria escrever. Ela relata que “mostra uma bola” para que a criança a relacionasse com o número um. Ela completa que “o primeiro número a ser ensinado era o 1, tudo no concreto” (MARIA CECÍLIA SOCCIO MONTEIRO, entrevista em 12/06/2010).

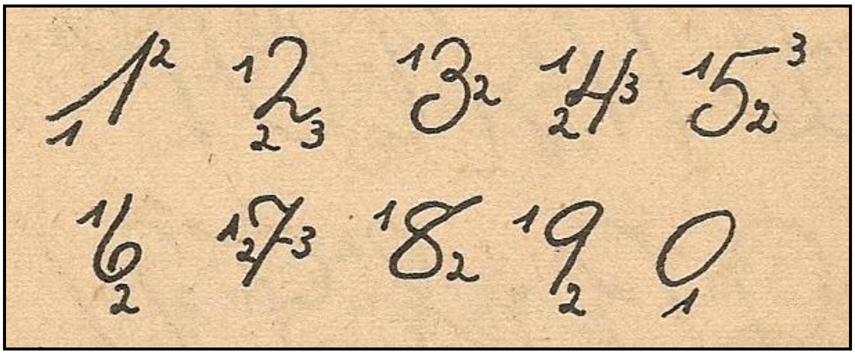
Já a professora Maria Felicianaños apresenta outra prática para o ensino dos números, comentando que utilizava desenhos - de animais, por exemplo - que pudessem ser semelhantes à escrita dos números para facilitar a aprendizagem das crianças, levando em consideração também, a multisseriação da sala de aula, como um fator facilitador para a aprendizagem das crianças menores,

> Eles já iam vendo a segunda trabalhar, a terceira trabalhar, a quarta trabalhar, então eles não precisavam de muitos rodeios, não. Eu já começava a ensinar o 1. Só que tinha uns desenhinhos, que agora eu não lembro. Eu só sei que o 1 é..., o 6 era a bengala de cabeça para baixo, o 9 era a bengala, o 3 era o ratinho em pé, o 4 era a cadeirinha em pé. Então tinha todos os desenhinhos.(...)
> É, tinha um que era uma borboleta, o 8 que era o gatinho ou o coelhinho, depende do que a criança quisesse fazer dele, e o resto eles iam associando ali com as figuras e com a terceira já. (MARIA FELICIANA GUIMARÃES DONOFRE, entrevista em 19/05/2011).

Em entrevista, a professora Mércia também comenta que ensinava fazendo associação com os desenhos, “Números, a gente ensinava com desenhos. O dois era o patinho. O oito, acho que era o gatinho.” (MÉRCIA MARIA RIBEIRO CAIRES, entrevista em 08/06/2011).

Essas orientações quanto à escrita correta dos números já eram observadas em livros de décadas anteriores. No Programa para o Ensino Primário Fundamental, do ano de 1949, encontramos a seguinte orientação:

Figura 4: Modelo apresentado para a escrita dos números, 1949.



Fonte: Programa para o Ensino Primário Fundamental, 2° ano, p. 29, 1949.

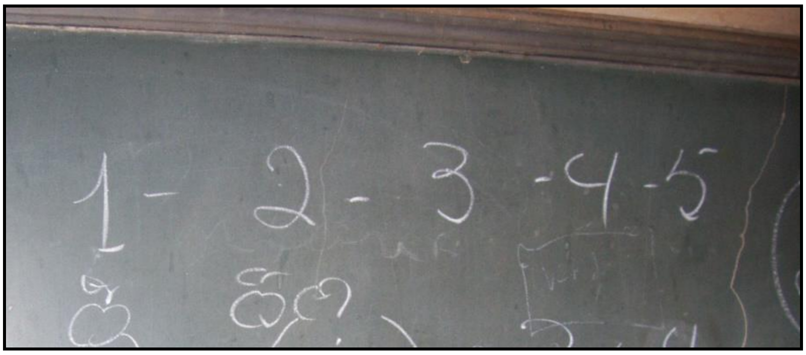
Podemos observar que a escrita dos números deveriam ser realizadas em 1, 2 ou 3 tempos. Esse modelo se aproxima com o que foi apresentado pela professora Maria Cecília, que era utilizado na década de 1960. O programa ressalta que a importância do professor ao “orientar seus alunos para que êles façam, desde o início, os números, de uma maneira certa e racional, evitando a aquisição de vícios no traçado” (SÃO PAULO, 1949a, p. 66).

Como a professora Maria Cecília, a professora Irma também demonstra uma prática com o uso de materiais concretos para o ensino dos números,

> Na alfabetização a gente já começava a contar, contar no palitinho, contar o lápis, contar o que eles tinham, assim na época tinha muita, eles tinham muita plantação de arroz, então aquele cano, sabe? do arroz... aí já pedia para o pai cortar, aquele talinho do arroz era o palitinho, então eles cortavam e mandavam, então eu tinha uma caixa com bastante talinho daqueles para contar. A gente fazia os grupinhos, com tampinhas, porque tampinhas mesmo de bebidas, quando eu estava no Espraiado tinha a venda, então eles juntavam na porta da venda, sabe, mas tinha escola que não tinha, era mais difícil, aí eu levava palitinho de sorvete, tudo com... é para eles contarem. (IRMA ROSA DA SILVEIRA VIANA, entrevista em 14/06/2010)

Com a precariedade dos materiais disponíveis na zona rural, muitos elementos presentes na natureza, com é o caso relatado acima, serviam como material de uso pedagógico pelos professores. O professor Etore, assim como já observado em práticas de outros professores, também utilizava o recurso do desenho para ensinar os números, ele apresenta a seguinte sequência na entrevista.

Figura 5 - Lousa com explicação do professor, dada durante a entrevista, 2010.



Fonte: Foto tirada pela pesquisadora.

Ao apresentar a figura o professor comenta que:

> Agora tem uma coisa que eu achava muito bacana: é na hora que você vai aprender numeração, então você põe lá o número um. Aí você coloca uma laranjinha aqui debaixo, no comecinho...Você vai ensinar vários números de uma vez, número dois, aí você punha duas laranjinhas aqui debaixo, certo?
> Aí você ia, número três, número quatro, número cinco... (ETORE BILIA, entrevista em 12/07/2010)

Com essas demonstrações temos uma noção geral de como os professores trabalhavam na introdução dos números. Semelhante ao que o professor Etore nos apresenta, a professora Mércia nos conta que "se você falasse 'dois', você mostrava duas coisas, para eles ligarem com o número, porque eles não conheciam o número direito, então você tinha que firmar bem aquilo, e tudo bem concreto.” (MÉRCIA MARIA RIBEIRO CAIRES, entrevista em 08/06/2011).

No Programa para o Ensino Primário Fundamental, voltado para o 1º ano, já trazia orientações nesse sentido,

> Podem girar em tôrno das noções de forma e quantidade, tamanho, pêso, distâncias, por meio de palestras, exercícios de comparação, etc.
> Antes de iniciar o ensino pròpriamente dito, o professor fará uma série de exercícios preparatórios para facilitar o desenvolvimento do programa. Êstes exercícios, que serão sempre concretos, consistirão em contar, reunir, separar e repartir objetos (SÃO PAULO, 1949a, p. 59).

Para ensinar o número 2, o Programa ressalta a importância atribuída ao uso de materiais concretos, o que era seguido por vários professores entrevistados, vejamos:

> Ensino concreto de reunião de objetos:
> Obter o número dois ajuntando, concreta e gràficamente (desenho) uma unidade à outra unidade.
> Reunir objetos em grupo de dois.
> Exercícios diversos: Observar quantos vidros têm os óculos; quantos grãos tem o fruto do cafeeiro; (...) (SÃO PAULO, 1949a, p. 67)

De acordo com Aguayo (1947), “o número deve ser ensinado com meios objetivos (os dedos da mão, ervilhas, pedrinhas, contas, linhas, etc), e que o melhor processo que conduz a êsse fim é a operação de contar” (p. 282-283). Esse uso de materiais concretos nas práticas dos professores está associado às ideias de Pestalozzi. Para Nacarato (2005), Pestalozzi defendia a ideia de que o ensino começasse pela percepção de objetos concretos. Seus estudos, embora se iniciassem nas primeiras décadas do século XIX, chega a orientar as propostas pedagógicas no Brasil na década de 1920, na tendência “empírico-ativista” dos escolanovistas. (NACARATO, 2005, p. 1).

Outros materiais também eram utilizados, tais como o Quadro Valor de Lugar e o Flanelógrafo. A professora Mércia comenta que o Flanelógrafo podia ser comprado pronto ou confeccionado pela professora. Era formado por um quadro forrado com flanela, no qual podiam ser anexadas figuras, números, sinais das operações, etc, que possuíam uma lixa colada atrás que permitia a fixação no quadro. Quanto ao Cartaz Valor de Lugar, a professora comenta,

> E a gente pegava (neste momento a professora está dobrando a folha) aquele papel pardo e fazia assim um monte de pregas. Aí você repartia em unidades, dezenas e centena, três partes. Mas era grande lá e aí tinha aquele monte, aí esses palitinhos desses papéis. Tinha dia que tinha palito de sorvete, a maioria era papel cartão que é duro, mas não precisava ter nada atrás. Então eles faziam, na parte - assim - concreta, aprendeu até o nove, fica nas

> unidades. Quando você passa pro dez, que são dois algarismos, então você junta esses daqui quando der dez, você passa um para cá. Depois a centena, então usava muito isso para ajudar, ficavam até dentro da classe essas pregas. Estava repartida entre unidade, dezena e centena, aí punha lá, era tudo dividido, então ia pondo unidade aqui, conforme aqui deu dez, pode pôr? Não pode pôr dois algarismos aqui, aí então você passa um para cá, e aqui ficou o quê? Ficou zero. Então que número que formou? O dez. (MÉRCIA MARIA RIBEIRO CAIRES, entrevista em 08/06/2011)

Em entrevista, a professora Maria Feliciana também comentou sobre o uso do Cartaz Valor de Lugar e nos contou que, além de um grande cartaz para o uso do professor, cada criança também possuía um pequeno quadro para acompanhar as atividades.

> Fazia um para cada um na sua carteira, cada um tinha o seu. Quando eu trabalhava na lousa, eles trabalhavam no deles, então assim eles iam aprendendo, que nem dezena, unidade, dezena e centena, ensinava tudo por isso daí. E aqui ensinava também eles a tirar. Tirava uma dezena, tirava duas dezenas, e contava quanto é que ficava (...)
> Então, quando a criança fazia a primeira e chegava na quarta, já sabia tudo isso, porque eles tinham visto ensinar no segundo, no terceiro e no quarto. (MARIA FELICIANA GUIMARÃES DONOFRE, entrevista em 19/05/2011).

Outra ideia utilizada pela professora Irma era retirar "talinhos" de plantas, para amarrar em grupos de dez, formando assim, a dezena.

Como já observado anteriormente, os números eram ensinados a partir de desenhos. A professora Maria Cecília também utilizava essa ideia, mas desenhando patinhos na lagoa para representar os conjuntos. Essa ideia está relacionada com o ensino de conjuntos, que foi introduzido pela Matemática Moderna. A professora nos contou que, por exemplo, para representar o zero, ela dizia que era como um lago que ficou sem patinho. Com isso, já aproveitava para ensinar as ordens crescente e decrescente. Ela dá detalhes de como conduzia a aula,

> "quantos patinhos tem aqui?" "Um." "Se eu colocar mais um? Ah, mais um, quantos patinhos tem? Vamos contar, ah, um, dois. Ah, então, um patinho mais um patinho, dois". Automaticamente, já (ia) ensinando a adição e a subtração, está entendendo? "Aí se você tirar? Fica 1." Então já ensinava o número 2, aí ia... Aí fomos até o 9, aprendemos até o 9, quando nós chegávamos no 9, era conjunto, conjunto de nove elementos. Aí, usava muito assim, patinho na lagoa, peixinho. "Ah está, veio um menininho e tirou um patinho da lagoa, quantos ficaram?" Então era a ordem decrescente, então automaticamente já ensinava. Quando chegava no 9, eles já sabiam a ordem crescente e depois já aprendiam a ordem decrescente. (MARIA CECÍLIA SOCCIO MONTEIRO, entrevista em 12/06/2010)

Todas essas práticas eram utilizadas pelos professores ao iniciarem o trabalho com os números. Para eles, utilizar como apoio um material concreto ou até mesmo um desenho que representasse tal quantidade era vista como algo necessário ao apresentar os números pela primeira vez às crianças. Como foi mencionado, trabalhar com crianças que nunca tinham visto um lápis ou um caderno era desafiador e, muitas vezes, exigia do professor uma enorme paciência para lidar com elas em sala de aula. Por isso, para alguns professores, as salas multisseriadas eram vistas como vantagem diante deste cenário, pois alguns comentaram que, "olhando" os mais velhos realizarem as atividades, os mais novos iam aprendendo, que já não viam aquelas tarefas pela primeira vez.

Conclusões

Com esta investigação, pudemos conhecer desde a estrutura das escolas rurais bem como alguns dos professores que atuaram nestes espaços. Além disso, entender como foi a formação de cada um e conhecer sua trajetória até a escola rural, tendo em vista que todos os entrevistados eram moradores da zona urbana, nos fez entender o quanto trabalhar nestes espaços era tido como desafio para os recém formados e sem experiência. Parte da formação docente era mesmo realizada na prática de sala de aula, aprendendo a cada dia a lidar com salas lotadas e multisseriadas, além da rotina de desempenharem o papel de cozinheiros, além de professores.

Para o ensino da Matemática, assim como as outras disciplinas, os materiais eram escassos e, muitas vezes, encontrados no próprio ambiente rural, como relataram alguns professores ao utilizarem sementes e talinhos de arroz.

> As práticas de ensino da escola rural, normalmente, eram as mesmas da escola urbana. Os professores tinham disponíveis os mesmos materiais (Flanelógrafo, Cartaz Valor de Lugar,...), apenas contavam com alguns recursos que eram próprios do meio rural, tais como, o uso de sementes e o cultivo de hortas. Não existia um modelo para a escola rural, as práticas se caracterizavam com o uso de diversas situações que eram contextualizadas pelos professores, tendo em vista as diferenças nas condições de trabalho entre a escola urbana e a rural. (FERNANDES, 2014, p. 143)

Essa investigação nos levou a entender parte da realidade vivenciada pelos professores nas escolas rurais, conhecendo as dificuldades e necessidades, compreendendo as práticas executadas por esses docentes ao ensinar os números às crianças. Sempre com a preocupação de que aprendessem com significado e se desenvolvessem com as mesmas condições que os estudantes de escolas urbanas, para que pudessem ter, no futuro, as mesmas oportunidades de prosseguirem seus estudos.

Referências Bibliográficas

AGUAYO, A. M. *Didática da Escola Nova.* Tradução e Notas de J. B. Damasco Penna e Antonio d'Ávila. 6ª edição, vol. 15, São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1947.

BURKE, P. *Testemunha ocular:* história e imagem**.** Tradução: Vera Maria Xavier dos Santos. Bauru, SP: EDUSC, 2004.

CAPRIO, A. *De Conceição do Jatahy a Tanabi.* São José do Rio Preto-SP: THS Editora, p. 313-322/347-356/467-473, 2009.

______. *História político administrativa de Tanabi através dos tempos:* 1854 a 2002. São José do Rio Preto-SP: Casa do Livro, p. 191-202/69-70, 2003.

CERTEAU, M. de *A invenção do cotidiano:* 1. Artes de fazer. Petrópolis, RJ: Vozes, 2004.

FERNANDES, L. F. B. *Cenários do ensino de matemática em escolas rurais da cidade de Tanabi, SP*. 2014. 390 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

GARNICA, A. V. M. *Analisando Imagens: um ensaio sobre a criação de fontes narrativas para compreender os Grupos Escolares***.** Bolema, Rio Claro (SP), v. 23, n. 35A, p. 75-100, abr. 2010.

______. História oral em educação matemática: outros usos, outros abusos. In: PACHECO, E. R.; VALENTE, W. R. (Org.) *Coleção história da matemática para professores*. Rio Claro: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2007.

______. Registrar oralidades, analisar narrativas: sobre pressupostos da História Oral em Educação Matemática. *Ci. Huma. e Soc. em Rev. Seropédica,* v. 32 n.2, p. 29-42, Jul./Dez., 2010.

GARNICA, A. V. M.; MARTINS, M. E. *Educação e educação matemática em escolas rurais do Oeste Paulista:* um olhar histórico. Zetetiké, Campinas, v. 14, n. 25, p. 29-64, jan./jun. 2006.

KOSSOY, B. *Realidades e Ficções na Trama Fotográfica.* 3. ed. Cotia, SP: Ateliê Editorial, 2002.

LABEGALINI, A. C. F. B. *A Formação de Professores nos Institutos de Educação do Estado de São Paulo (1933-1975).* São Paulo: Arte & Ciência Editora, 2009.

MARTINS, M. E. *Resgate histórico da formação e atuação de professores da escola rural:* um estudo no oeste paulista**.** Relatório de Iniciação Científica. Unesp/Bauru. 2003. Disponível em: http://www.ghoem.com/textos/h/relatorio_final_IC_Edneia.pdf. Acesso em: 28 out. 2013.

MARTINS-SALANDIM, M. E.; SOUZA, L. A. de; FERNANDES, D. N. *História Oral em Educação Matemática: contribuições para um referencial metodológico.* Ciências Humanas e Sociais em Revista. Seropédica, RJ, EDUR, Vol. 32, nº2, jul-dez. 2010.

MEIHY, J. C. S. B. *Manual de História Oral*, Edições Loyola, São Paulo, Brasil, 1996.

NACARATO, A. M. *Eu trabalho primeiro no concreto.* Revista de Educação Matemática. São Paulo, vol.9, números 9 e 10, p. 1-6, 2005.

SÃO PAULO (Estado). *Secretaria da Educação. Programa para o Ensino Primário Fundamental.* 1º Ano, Ato n°17, de 23 de fevereiro de 1949, São Paulo: Editora Paulo de Azevedo Limitada, 1949a.

A construção de relações entre o raciocinio Combinatório e o pensamento probabilístico por meio da linguagem

Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos
Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)
jaquelisantos@ig.com.br

Resumo

Este texto apresenta um recorte da pesquisa de doutorado intitulada “A produção de significações sobre combinatória e probabilidade numa sala de aula do 6º ano do Ensino Fundamental a partir de uma prática problematizadora”, concluída no primeiro semestre de 2015, na Universidade São Francisco, em Itatiba/SP. A pesquisa possui cunho qualitativo baseia-se na perspectiva histórico-cultural, que considera a sala de aula – um ambiente de aprendizagem de alunos e, neste caso, professora-pesquisadora – como contexto de pesquisa. Têm-se como objetivos: reconhecer as ideias que surgem na comunicação oral e escrita em um contexto de problematização em sala de aula e procurar sinais da contribuição de um estudo da combinatória vinculado ao desenvolvimento do pensamento probabilístico. A pesquisa foi realizada com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, que realizaram uma sequência de tarefas com foco na linguagem relacionada à combinatória e à probabilidade, bem como no raciocínio combinatório e no probabilístico. A dinâmica de desenvolvimento das aulas propõem três fases − apresentação, atividade independente e reflexão conclusiva. A análise centra-se em eixos em que estudam-se as ideias de combinatória que emergem em um processo de comunicação oral e escrita, em um contexto de problematização. A partir da análise, é possível observar que os alunos possuem conceitos sobre combinatória e probabilidade e − ao se verem diante de uma proposta de ensino problematizadora, relacionada à linguagem e a uma cultura de aula de Matemática apropriada − podem se envolver em um processo de elaboração conceitual, (re)significando conceitos, atingindo outros mais complexos. Ademais, a articulação da combinatória e da probabilidade com elementos mediadores – linguagem, tarefas e ambiente de aprendizagem – leva à imbricação do raciocínio combinatório e do pensamento probabilístico por meio de significações, permitindo a aprendizagem com compreensão.

Palavras-chave: Raciocínio combinatório. Pensamento probabilístico. Educação Estatística. Ensino e aprendizagem.

Introdução

A presente pesquisa se insere no campo da Prática Pedagógica em Educação Matemática, com foco nas significações produzidas pelos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental a partir da articulação entre a combinatória e a probabilidade. Considero a sala de aula em que atuei como professora e pesquisadora como espaço de investigação. Dessa forma, optei por produzir o texto na primeira pessoa do singular, entendendo que minha voz traz múltiplas vozes, dos autores, dos alunos e dos parceiros desta pesquisa. Além disso, compartilho das considerações de Coracini (1991), que considera que o uso da primeira pessoa em discurso (texto) científico não rompe com a objetividade, uma vez que é garantida pela forma dêitica.

Busco, a partir das ideias apresentadas pelos alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, articular os conhecimentos sobre probabilidade e pensamento combinatório e encontrar respostas para a seguinte questão de investigação: "Quais indícios de articulação entre conceitos probabilísticos e combinatórios podem ser identificados em uma prática problematizadora, pautada nas interações e na produção de significações com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental?". Tal questão remete a alguns objetivos específicos: identificar as ideias sobre combinatória que emergem do processo de comunicação oral e escrita, tendo como contexto a problematização em sala de aula; identificar quais tarefas são potencializadoras para o raciocínio combinatório e buscar indícios da contribuição de um estudo da combinatória articulado ao desenvolvimento do pensamento probabilístico.

A tese está centrada no pressuposto de que um estudo articulado entre combinatória e probabilidade possibilita o desenvolvimento do pensamento probabilístico *com significação* aos alunos do Ensino Fundamental. Compreendo que evidências poderão ser obtidas em um contexto de sala de aula que inclua tarefas em uma prática problematizadora. Na literatura, há autores que defendem a importância de tal articulação, como Lopes e Coutinho (2009); entretanto, raras são as evidências apresentadas em dados concretos de sala de aula, em suas reais condições de trabalho. Esse fato é observado por Fernandes, Correia e Roa (2010), que destacam a reduzida exploração de investigações didáticas sobre combinatória e probabilidade.

Diante do exposto, optei por fazer uma pesquisa de cunho qualitativo, baseada na perspectiva histórico-cultural, que considera a sala de aula um ambiente de aprendizagem de alunos e professores, tratando-a como contexto de pesquisa, como espaço de formação, tal como propõe Freitas (2009; 2010). Essa perspectiva leva em conta os pressupostos de Vygotsky, que considera a linguagem como uma função básica para o desenvolvimento do ser humano a partir do intercâmbio social e do desenvolvimento do pensamento generalizante, a qual apresento na sequência.

A formação de conceitos na perspectiva histórico-cultural: articulações entre linguagem e contextos

De acordo com Vygotsky (2001), a linguagem constitui duas funções básicas para o desenvolvimento do ser humano: o intercâmbio social e o desenvolvimento do pensamento generalizante. Para o autor, “é para se comunicar com seus semelhantes que o homem cria e utiliza os sistemas de linguagem” (OLIVEIRA, 2004, p. 42). Dessa forma, a linguagem é muito mais do que palavras, inclui formas de comunicações verbais e extraverbais, como gestos, sons, olhares, etc. É por meio dessa linguagem, gerada e desenvolvida no diálogo, que o ser humano cria seu mundo interior, apropria-se da sociedade em quem que vive e a transforma.

Na concepção de Vigotsky, o pensamento verbal e a linguagem racional surgem quando os processos de pensamento e linguagem se unem. Dessa forma, o sujeito tem a possibilidade de um desenvolvimento psicológico mais elevado, o pensamento generalizante.

> É essa função de pensamento generalizante que torna a linguagem um instrumento de pensamento: a linguagem fornece os conceitos e as formas de organização do real que constituem a mediação entre o sujeito e o objeto de conhecimento. A compreensão das relações entre pensamento e linguagem é, pois, essencial para a compreensão do funcionamento do psicológico do ser humano. (OLIVEIRA, 2004, p. 43).

O processo de construção de si, de desenvolvimento, que acontece pela reconstrução interna de operações externas é denominado por Vygotsky como internalização. Para o pesquisador, a internalização se dá por meio de práticas e conceitos desenvolvidos em determinados contextos, por meio das funções básicas − linguagem e pensamento generalizante−, que são apropriadas, (re)significadas e transformadas pelo sujeito. Assim, pelas relações sociais (atividade interpessoal), o sujeito desenvolve modos de ação/elaboração particulares (atividade intrapessoal) que o constituem.

De acordo com Smolka (2000, p. 26), a internalização é um construto teórico central na perspectiva histórico-cultural. Isso porque “se refere ao processo de desenvolvimento e aprendizagem humana como *incorporação* da cultura, como *domínio* dos modos culturais de agir, pensar, de se relacionar com outros, consigo mesmo”.

Segundo Vygotsky, a evolução do pensamento verbal nas crianças é fator determinante para a formação de conceitos, cuja evolução é marcada por duas linhas de desenvolvimentos. Uma delas se desenvolve espontaneamente na vida cotidiana, constituindo os conceitos espontâneos. A outra se desenvolve no contexto escolar, estabelecendo os conceitos científicos.

Para Vygotsky, a divisão entre conceitos espontâneos e conceitos científicos não se dá pelos conteúdos dos conceitos, mas pelo caráter específico de sua formação. O processo de formação do conceito não representa um percurso linear, limitado por idade cronológica ou maturação biológica; uma fase não aparece quando a outra se completa. Elas coexistem e em determinados momentos se unem e admitem o surgimento de conceitos científicos.

Os conceitos escolarizados emergem do desenvolvimento social e histórico da educação formal em instituições escolares, baseados em conceitos científicos. De acordo com Núñez (2009), as condições nas quais os conceitos espontâneos e científicos se desenvolvem são diversas, pois dependem de como o processo de formação é organizado e sistematizado. A diferença na organização e no desenvolvimento do processo de aprendizagem pode conduzir os alunos a sentidos diversos na construção do pensamento conceitual.

Smolka (2010) leva em conta que a atividade de ensino é enigmática, pois em alguns momentos é surpreendente, em outros inusitada e até mesmo desconcertante. Para a autora, na perspectiva histórico-cultural o ensinar está relacionado ao significar, uma vez que o processo de ensinar e significar implica em "formas de (inter) ação, (oper) ação mental e trabalho com signos" (SMOLKA, 2010, p. 108).

Segundo Smolka (2010), vale a pena explorar, nas relações de ensino, a compreensão da produção de sentidos, porque o trabalho simbólico das interações nos possibilita pensar na dinâmica interdiscursiva em diferentes dimensões: individual, social e ideológica.

Diante do exposto, conclui-se que o processo de elaboração conceitual é dinâmico e articulado, não se esgota quando uma generalização é elaborada ou quando um conceito científico é desenvolvido. Isso porque, ao se deparar com uma nova problemática, conceitos científicos fazem com que conceitos espontâneos sejam desenvolvidos e utilizados para que outros conceitos científicos sejam desenvolvidos e/ou (re)significados.

Dessa forma, considero que essa discussão esteja contemplada no processo de ensino e de aprendizagem da combinatória e da probabilidade, uma vez que acredito que a compreensão da linguagem matemática não é algo simples, pois consiste na relação da língua materna com a matemática, com símbolos e significados construídos no cotidiano e no contexto escolar, carregados de concepções históricas e culturais, tal como proponho nesta pesquisa.

De acordo com Watson (2006), a discussão sobre a linguagem probabilística em diferentes contextos é importante, pois as respostas dos alunos podem apresentar conceitos dos contextos pessoais, do ambiente escolar imediato ou do mundo externo, ou seja, referem-se aos conceitos espontâneos. Segundo a autora, apresentar situações que abordem os diferentes contextos em sala de aula, estabelecendo relações entre a linguagem coloquial e a formal é importante para o desenvolvimento de conceitos científicos sobre probabilidade. Compreendo que esse seria o movimento entre os conceitos espontâneos e os científicos.

Considero que os diferentes sentidos atribuídos pelos alunos às palavras do vocabulário probabilístico são produtos de conceitos espontâneos e científicos desenvolvidos em contextos escolares e não escolares por meio da linguagem, de experiências vivenciadas e de mediação consciente do professor, deliberada e planejada por ele e que esses sentidos interferem na resolução de problemas de combinatória e probabilidade.

Pesquisas como as de Gal (2005), Celi Lopes (2008), Roa (2000) e Watson (2006), sobre a formação de conceitos de combinatória e probabilidade, normalmente analisam-na a partir da habilidade (ou não) de resolução de problemas. Desse modo, apontam que os alunos apresentam dificuldades com a temática e atribuem tal fato ao processo de ensino e aprendizagem.

Entendo que, ao adotar uma dinâmica no trabalho em sala de aula, em que professor e alunos estão inseridos em um processo de aprendizagem que visa não apenas à aquisição de conhecimento, mas à mudança, à reorganização e ao enriquecimento dos envolvidos. Nessa perspectiva, a mediação do processo de ensino e de aprendizagem envolve uma prática problematizadora que se apoia no desenvolvimento e no uso de estratégias cognitivas, constituída em um jogo de confronto entre sentidos produzidos na enunciação.

Diante de tais considerações, apresento a metodologia adotada na pesquisa.

Procedimentos metodológicos: descrevendo o objeto de investigação

Os sujeitos envolvidos são alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, com idade entre 11 e 13 anos, de uma escola da rede pública estadual da cidade de Amparo, interior de São Paulo, em que fui professora de Matemática durante 11 anos. A pesquisa foi desenvolvida no decorrer das aulas de Matemática sendo eu a pesquisadora e a professora (professora-pesquisadora). A sala de aula possuía 28 alunos.

Os dados da pesquisa foram produzidos no primeiro semestre do doutorado, uma vez que as classes do 6º ano nas quais eu ministrava aulas eram propícias à investigação. Esses dados foram produzidos a partir de: registos dos alunos diante das tarefas propostas, Diário de Campo da professora-pesquisadora, transcrições de áudio do diálogo entre professora-pesquisadora e alunos no desenvolvimento das tarefas de investigação em grupos e gravações em vídeo dos momentos de socialização coletiva das tarefas realizadas.

Foram desenvolvidas inicialmente 18 tarefas com os alunos, que proporcionaram a eles o contato com a linguagem ligada à combinatória e à probabilidade, bem como o raciocínio combinatório e probabilístico. Tais tarefas tinham como objetivo principal promover a reflexão sobre a análise combinatória e pensamento probabilístico nas aulas de Matemática. Ao final dessas tarefas, os alunos realizaram individualmente outras cinco tarefas sobre probabilidade.

As tarefas propostas sobre raciocínio combinatório e pensamento probabilístico foram desenvolvidas a partir de estudos feitos por Batanero, Godino, e Navarro-Pelayo (1994). Outros autores também foram referências para este trabalho: Antonio Lopes (2000), Celi Lopes (2003), Godino, Batanero e Cañizares (1996), Macedo, Petty e Passos (1997), São Paulo (1998) e Skovsmose (2008).

Para o desenvolvimento das tarefas da pesquisa, os alunos foram organizados em duplas, mas alguns trios foram formados quando a quantidade de alunos da sala de aula era ímpar. A dinâmica de desenvolvimento foi elaborada a partir da proposta de Christiansen e Walther (1986), sugerindo três fases: (1) apresentação; (2) atividade independente; e (3) reflexão conclusiva.

A fase de apresentação é aquela em que o professor apresenta a tarefa que será desenvolvida pelos alunos. A de atividade independente é aquela em que os alunos realizam as tarefas propostas, discutem no grupo, ou na dupla, suas considerações. A fase da reflexão conclusiva é o momento em que os grupos discutem coletivamente suas considerações, tentando chegar a uma conclusão coletiva.

A análise foi realizada em dois eixos. No primeiro deles, analisei as ideias sobre combinatória que emergem em um processo de comunicação oral e escrita, em um contexto de problematização. No segundo, estudo as contribuições do estudo da combinatória ao pensamento probabilístico. A escolha desses eixos vem ao encontro da perspectiva histórico-cultural, permitindo a compreensão dos sentidos e dos significados construídos e compartilhados entre professora e alunos em um contexto de interação dialógica (NACARATO; GRANDO, 2013).

Para melhor compreensão dos sentidos e significados construídos entre os envolvidos na pesquisa, professora-pesquisadora e alunos, selecionei três tarefas. São elas: "linguagem probabilística", "itinerários" e "o problema das cordas". Neste texto, apresento a um trecho da análise da tarefa "linguagem probabilística".

Considero que a tarefa relativa à linguagem probabilística possibilita a produção e a negociação de significações, não apenas dos termos, mas dos conceitos de combinatória e de probabilidade. A tarefa, associada à dinâmica desenvolvida, favoreceu o processo de elaboração conceitual dos alunos. O que corrobora a colocação de Góes (1997, p. 21) "o conceito não é apenas representado pela palavra e nem se reduz ao desenvolvimento de impressões (pela percepção, pela memória). Forma-se por meio do uso da palavra, que não é um rótulo aderido a uma ideia estabelecida, a um conceito pronto".

Foi esse olhar teórico que me mobilizou a analisar a tarefa "linguagem probabilística". Essa tarefa foi por mim criada a partir de tarefas utilizadas anteriormente, no mestrado e desencadeou o "episódio 1".

Tarefa 1 – Linguagem probabilística
Considerando os possíveis resultados de um jogo de par ou ímpar entre dois colegas − em que cada jogador só pode usar os dedos de uma das mãos −, classifique com uma das palavras do quadro abaixo os acontecimentos citados:
Impossível - pode ser – possível - bastante provável – certo - se espera que – seguro- há alguma possibilidade - há alguma probabilidade - incerto
a) A soma ser um número ímpar: b) A soma ser um número menor do que 10: c) A soma ser o número 12: d) A soma ser um número maior do que 0: e) A soma ser o número 0: f) Os colegas apresentarem números de dedos distintos: g) Os colegas apresentarem números de dedos iguais:

Na sequência do desenvolvimento da tarefa, após a apresentação da tarefa e a conclusão da fase da atividade independente, foi realizada a reflexão conclusiva da tarefa. Para a socialização dessa tarefa, escrevi o enunciado de cada item na lousa; e, diante deles, escrevia o termo que cada dupla dizia ter usado para cada evento. Com isso, os alunos apresentavam suas respostas às tarefas e também tomavam conhecimento das realizadas pelos colegas. Normalmente, ao final da apresentação dos termos utilizados em cada item, iniciávamos a discussão.

Na sequência apresento a transcrição 2 da reflexão conclusiva realizada ao item b, “a soma ser um número menor que 10”. Depois que os termos utilizados pela dupla no item foram organizados na lousa, iniciou-se a fase de reflexão conclusiva do segundo item.

 **Transcrição 2: fragmento da reflexão sobre o item “a soma ser um número menor que 10” (T2)**	**Possíveis eventos críticos**
1. Augusto: *O que é “há alguma probabilidade”?* 2. P: *Alguém já ouviu esse termo?* 3. Classe: *Sim.* 4. P: *O que sabem sobre ele?* 5. Núbia: *Que é provável acontecer.* 6. Stela: *Que está provando alguma coisa, tipo assim.* 7. P: *Quando eu associo esse termo a alguma situação, o que posso concluir?* 8. Raquel: *Que tem alguma chance de acontecer.* 9. Augusto: *Entendi.*	Movimento: significado para o termo “há alguma probabilidade”
10. P: *Pensando no jogo do “par ou ímpar”, qual a menor soma que temos?* 11. Classe: *“Zero”.* 12. P: *E a maior?* 13. Classe: *“Dez”.*	Ideias sobre os limites do espaço amostral do evento
14. Raquel: *“Cinco”.* 15. Augusto: *De uma pessoa é “cinco” e de duas são “dez”.* 16. Raquel: *É “cinco”.* 17. Bruna: *“Dez”.* 18. Augusto: *Se cada um coloca cinco, quanto vai ter?*	Conflito com a maior soma: construção de argumentos para validar considerações
19. Bruna: *Prô, pode colocar duas mãos ou tem que colocar só uma?* 20. Classe: *Uma só.* 21. Stela: *Com um ou com dois jogadores?* 22. Lucas: *São dois?* 23. Raquel: *Mais pode ser de mais jogadores.* 24. P: *No jogo com dois jogadores qual a maior soma que podemos obter?* 25. Raquel: *É dez.*	Legitimação dos argumentos de validação
26. P: *E se fosse com três jogadores?* 27. Augusto: *Quinze. Aumenta cinco quando aumenta um jogador. Sempre assim.* 28. P: *E a menor soma com três ou mais jogadores?* Os alunos ficaram quietos por um tempo. 29. Augusto: *Zero. Todo mundo não põe nada.*	Generalização: espaço amostral se altera de acordo com os parâmetros
30. P: *Ok. Voltando ao item b: a soma ser um número menor que dez; o que podemos concluir?* 31. Augusto: *Que é certo.* 32. P: *Como assim?* 33. Augusto: *Cada mão tem cinco dedos.* 34. P: *Quando eu digo “menor que dez”, o dez está incluso ou não?* 35. Stela: *Não! Você está falando menor que “dez”.*	Equívoco provocado pelo termo “menor que”

36. P: *E quais são essas somas?* 37. Classe: *Nove, oito, sete, seis, ..., zero.* 38. P: *Quando eu digo que é possível cair um número menor que "dez", o que eu estou querendo dizer?* 39. Luís Felipe: *Que é possível que caia um número desses.*	
40. P: *E se não fosse o menor que dez, que número seria?* 41. Luís Felipe: *O "dez".* 42. P: *E o pode acontecer nessa situação?* 43. Luís Felipe: *Pode ser um número menor que dez: nove, oito, assim.* 44. P: *E é certo?* 45. Bruna: *É certeza que vai acontecer.* 46. P: *Temos certeza que vai sair um número menor que "dez"?* 47. Stela: *Não. Mais ou menos.* 48. P: *Por que mais ou menos?* 49. Bruna: *Não tem certeza que vai tirar "dez".* 50. Stela: *É. Vai saber, ela pode por "cinco" e eu "um".* 51. Bruna: *Aí fica "seis".*	Negociação de possibilidades e probabilidades

A reflexão conclusiva do item b, "a soma ser um número menor que 10", envolveu mais alunos na discussão do que no item a. Esse fato indica o desejo, por parte dos alunos, de expressar suas ideias sobre a tarefa. Acredito que o ambiente de aprendizagem propiciado para o desenvolvimento das tarefas e a postura dialógica adotada por mim, enquanto professora, na fase de reflexão conclusiva da tarefa sejam fatores preponderantes para tal atitude, uma vez que os alunos se sentem envolvidos na dinâmica de ensino e aprendizagem. Considero que a dinâmica de ensino e essa postura da professora são fatores relevantes para o desenvolvimento de conceitos e significações sobre combinatória e probabilidade, de acordo com as considerações de Moura et al (2010, p. 83) é no "movimento do social ao individual que se dá a apropriação de conceitos e significações".

Observa-se, no início do episódio 2 (T2.1-9), que as alunas Núbia, Raquel e Stela buscam esclarecer a dúvida do colega Augusto, "*O que é: há alguma probabilidade?*", e, no trecho T2 (10-13), que os alunos apresentam suas ideias sobre os limites do espaço amostral no jogo de par ou ímpar entre dois jogadores ao afirmarem que a menor soma é 0 e a maior é 10. Ambas as situações são desencadeadas por questionamentos realizados por mim, no papel da professora, que busco, por meio de problematizações, estimular a apresentação dos conceitos dos alunos sobre a temática em questão e também provocar a construção de significações para as ideias colocadas por eles. Essa postura adotada indica, mais uma vez, a relevância da intencionalidade do professor como mediador de suas ações para a construção de significações nas aulas de Matemática.

O processo de comunicação e circulação de ideias no decorrer do episódio parece algo natural, os alunos apresentam seus conceitos, contrariam os apresentados pelos colegas, o que provoca conflitos de ideias, como o apresentado pela aluna Raquel quando discorda de Augusto, no trecho T2 (14-18), ao afirmar que a maior soma no jogo de par ou ímpar é "*cinco*" e não "*dez*", como ele coloca. A ideia de Raquel também é refutada por Bruna (T2.17), mas a partir da justificativa e do questionamento de Augusto, "*de uma pessoa é cinco e de duas são dez*" T2 (15) e "*se uma coloca 5, quanto vai ter?*" T2 (18), Raquel valida as respostas dos colegas (T2.25), as quais indicam que a maior soma no jogo de par ou ímpar entre duas pessoas é "*dez*". Nesse momento, na tentativa de convencer a aluna Raquel de que estava equivocada, Augusto explica as alterações do espaço amostral no jogo de par ou ímpar. A ideia de que o espaço amostral é alterado de acordo com os parâmetros é compreendido pelo aluno, tanto que, quando questiono "*e se o jogo fosse com três jogadores?*", ele responde que seria "*15*" e justifica que "a*umenta cinco quando aumenta um jogador. Sempre assim*".

Esse trecho evidencia que os conceitos sobre combinatória dos alunos de uma mesma faixa etária estão em níveis diferenciados. Mas, a partir de um movimento mediado pela linguagem, os conceitos vão sendo (re) significados, alcançando níveis mais elevados de generalizações, como aponta Fontana (1993, p. 125), "na dinâmica de elaboração conceitual, a palavra é mediadora da compreensão ativa dos conceitos e da transição de uma generalização para outras generalizações".

A interpretação errônea do enunciado "a soma ser um número menor que 10" levou várias duplas a conclusões equivocadas do espaço amostral, incluindo a soma 10 na contagem e considerando a palavra "certo" adequada para o evento (T2. 30-39). Um dos alunos que apresentou essa concepção equivocada foi Augusto, que no trecho anterior apresentou conceitos significativos sobre alterações do espaço amostral no jogo de par ou ímpar. Esse fato traz dois indicativos: a influência dos significados atribuídos à linguagem e à estimação das probabilidades, pois o aluno que apresentava conceitos científicos sobre o espaço amostral do jogo de par ou ímpar, em momento subsequente, fez interpretação equivocada do termo "menor que" e estimação da probabilidade por meio de termo do vocabulário probabilístico − e a influência dos diferentes contextos no movimento de concepções espontâneas e científicas desse aluno.

Esse apontamento, de certo modo, é notado por Vygotsky (2001) quando afirma que a formação de conceitos não apresenta percurso linear e não é limitada por idade cronológica e maturação biológica. Penso que a formação de conceitos sobre combinatória pode ser compreendida como um processo circular, que se movimenta de forma vertical e horizontal, como uma espiral, a partir de interferências do outro, desencadeadas por intervenções didáticas pedagógicas, pela linguagem, como pensamento verbal e forma de comunicação e também do movimento individual de significações, tal como apresentado no esquema 2.

A relação entre possibilidades e probabilidade surgiu no diálogo, na negociação entre as possibilidades do jogo e a probabilidade de sair ou não um número menor que 10 (T2. 40-51).

As reflexões produzidas nos itens “b” da tarefa “linguagem probabilística” sinalizam que a dinâmica de ensino utilizada na pesquisa, desenvolvida a partir da proposta de Christiansen e Walther (1986), aliada à tarefa, favorece o processo de linguagem e formação de conceitos sobre a combinatória e a probabilidade. O papel do professor nessa dinâmica de ensino e de aprendizagem é crucial, pois é ele que, de certa forma, provoca o movimento do esquema, constituído por componentes mediadores: tarefa, linguagem e ambiente de aprendizagem e conceitos espontâneos e científicos. O movimento provocado pelo professor tem origem em sua intencionalidade, no propósito de formar conceitos científicos específicos, mas é a partir das problematizações que desenvolve, ou conduz, que esse esquema ganha força para se movimentar e articular conceitos sobre combinatória e probabilidade.

Significações do trabalho realizado

A análise realizada me possibilitou observar que a interpretação dos termos do vocabulário probabilístico não são compartilhadas por todos os alunos. Mas, a partir de um ambiente de aprendizagem em que a comunicação de ideias é permitida, eles desenvolvem um movimento de construção de significações para os termos, chegando a um consenso entre os que são adequados aos contextos.

Os alunos possuem conceitos sobre combinatória e probabilidade, mesmo que espontâneos, mas ao se depararem com uma proposta de ensino problematizadora, articulada à linguagem e a uma cultura de aula de Matemática adequada, são capazes de se envolver em um processo de elaboração conceitual, (re)significando conceitos, chegando a outros mais elaborados.

Os conceitos espontâneos, quando utilizados como ponto de partida no processo de ensino de combinatória e probabilidade, possibilitam que os alunos os (re)signifiquem. Essa ação é importante para o desenvolvimento do pensamento científico, uma vez que os próprios alunos vão coordenando a relação entre seus conceitos e os elementos mediadores, possibilitando o desenvolvimento do pensamento combinatório e probabilístico.

As situações relacionadas à probabilidade são passíveis de equívocos, pois envolvem a interpretação dos enunciados, e muitas vezes as concepções desenvolvidas na vida cotidiana não se aproximam dos conceitos científicos. Assim, a articulação entre os conceitos espontâneos e os científicos no processo de ensino da probabilidade favorece o desenvolvimento de conceitos mais elaborados, evitando também que conceitos equivocados sejam desenvolvidos. Daí a importância de uma cultura social de aula de Matemática (HIEBERT et al, 1997) que possibilite que essas concepções sejam explicitadas, constituindo um contexto favorável para o professor tomá-las como ponto de partida.

Um ambiente de aprendizagem dialógico nas aulas de Matemática requer do professor uma participação ativa. Por meio desta, ele não apenas tem a intencionalidade de propor tarefas, mas também de promover estratégias de comunicação, reconhecer possibilidades de reflexão nas ações dos alunos, criar espaços de negociação de significados e, a partir deles, proporcionar articulações entre os conceitos e as vivências.

Considero que, ao articular a combinatória e a probabilidade com elementos mediadores – linguagem, tarefas e ambiente de aprendizagem –, o raciocínio combinatório e o pensamento probabilístico são imbricados por meio de significações, possibilitando a aprendizagem com compreensão. Para que os alunos desenvolvam conceitos sobre probabilidade e consigam adequá-los aos diferentes contextos, é necessário que eles sejam estudados na escola em uma dinâmica adequada.

Da mesma forma como os alunos, também estive envolvida na pesquisa. Desde o início, vi-me em um processo de (re)significações constantes nas questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem da combinatória e da probabilidade, no desenvolvimento da pesquisa em contexto real, no duplo papel por mim assumido – professora-pesquisadora –, mas principalmente no processo de elaboração conceitual na perspectiva vygotskyana nas aulas de matemática.

Referências Bibliográficas

BATANERO, Maria Carmen; GODINO, Juan D.; NAVARRO-PELAYO, Virginia. *Razonamiento combinatório*. Madrid: Síntesis, 1994.

CHRISTIANSEN, Bent; WALTHER, Gerd. Tarefa e actividade. In: CHRISTIANSEN, Bent; HOWSON, Geoffrey; OTTE, Michael (Org.). *Perspectives on mathematicseducation. Dordrecht:* D. Reidel, 1986. p. 243-307. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/sd/mestrado-bibliografia.htm>. Acesso em: 6 mar. 2015.

CORACINI, Maria José Rodrigues Faria. *Um fazer persuasivo: o discurso subjetivo da ciência.* Campinas: Pontes, 1991.

FERNANDES, José; CORREIA, Paulo; ROA, Rafael. *Aquisição das operações combinatórias por alunos pré-universitários através de uma intervenção de ensino.* Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, México, v. 13, n. 2, p. 215-242, 2010. Disponível em: <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362010000200005&script=sci_arttext>. Acesso em: 07 mar. 2015.

FREITAS, Maria Teresa de Assunção. *A pesquisa de abordagem histórico-cultural: um espaço educativo de construção de sujeitos.* Teias, Rio de Janeiro, v. 10, p. 1-12, 2009. Disponível em: <http://www.periodicos.proped.pro.br/index.php/revistateias/article/download/381/362>. Acesso em: 7 jul. 2015.

______. *Discutindo sentidos da palavra intervenção na pesquisa histórico-cultural.* In: Freitas, Maria Teresa; Ramos, Bruna Sola (Org.). Fazer pesquisa na abordagem histórico-cultural: metodologias em construção. Juiz de Fora: Ed. UFJF, 2010.

FONTANA. Roseli A. *A elaboração conceitual: a dinâmica das interlocuções na sala de aula.* In: SMOLKA, Ana Luíza; GÓES, Maria Cecília (Org.). A linguagem e o outro no espaço escolar: Vygotsky e a construção. Campinas: Papirus, 1993. (Coleção Magistério, formação e trabalho pedagógico)

______. *Mediação pedagógica na sala de aula*. Campinas: Autores Associados, 2005. (Coleção Educação contemporânea)

GAL, Iddo. *Towards probability literacy for all citizens: building blocks and instructional dilemmas*. In: Jones, Graham. (Ed.). Exploring probability in school: challenges for teaching and learning. Nova York: Springer, 2005. p. 39-63.

GODINO, Juan; BATANERO, Maria Carmen; CAÑIZARES, Maria José. *Azar y probabilidad*. Madrid: Síntesis, 1996.

GÓES, Maria Cecília. *As relações intersubjetivas na construção de conhecimentos.* In: GÓES, Maria Cecília; SMOLKA, Ana Luiza. (Ed.), *A significação nos espaços educacionais: interação social e subjetivação.* Campinas: Papirus, 1997. p. 11–28.

HIEBERT, James et al. Making sense: *teaching and learning mathematics with understanding.* Portsmouth: Heinemann, 1997.

LOPES, Antonio José (Bigode). *Matemática agora é feita assim:* 7ª séries. São Paulo: FDT, 2000.

LOPES, Celi E. *Reflexões teórico-metodológicas para a Educação estatística.* In: LOPES, Celi; CURI, Edda (Org.). *Pesquisas em Educação Matemática:* um encontro entre a teoria e a prática. São Carlos: Pedro e Pontes Editores, 2008. p. 67-86.

LOPES, Celi; COUTINHO, Cileda. *Leitura e escrita em Educação Estatística*. In: LOPES, Celi; Nacarato, Adair (Org.) Educação Matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades. Campinas: Mercado das Letras, 2009.

MACEDO, Lino; PETTY, Ana Lúcia; PASSOS, Norimar. Jogos de Senha. In: ______ (Org.). *Quatro cores, senha e dominó:* oficinas de jogos em uma perspectiva construtivista e psicopedagógica. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1997. p. 51-92.

MOURA, Manuel et al. *A atividade orientadora de Ensino como unidade entre ensino e aprendizagem.* In: MOURA, Manuel Orisvaldo (Org.). A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural. Brasília: Liber livro, 2010.

NACARATO, Adair; GRANDO, Regina. *Aprendizagens compartilhadas a partir do trabalho colaborativo tendo a estocástica como objeto de investigação.* In: ______ (Org.). Estatística e probabilidade na educação básica: professores narrando suas experiências. Campinas: Mercado de Letras, 2013.

NÚÑEZ, Isauro Beltrán. Vygotsky, Leontiev, Galperin*: formação de conceitos e princípios didáticos.* Brasília: Liber Livro, 2009.

OLIVEIRA, Martha. Vygotsky: *aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico.* 4. ed. São Paulo: Scipione, 2004.

ROA, Rafael. *Razonamiento combinatorio en estudiantes con preparación matemática avanzada.* 2000. 184 f. Tese (Doutorado)−Departamento de Didática da Matemática da Universidade de Granada, Universidad de Granada, Granada, 2000.

SANTOS, Jaqueline. *O movimento do pensamento probabilístico mediado pelo processo de comunicação com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.* 2010. 183f. Dissertação (Mestrado em Educação)–Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2010.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. *Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Experiências matemáticas:* 7ª série. São Paulo: SEE/CENP, 1998.

SKOVSMOSE, Ole. *Desafios da reflexão em educação matemática crítica.* Campinas: Papirus, 2008.

SMOLKA, Ana Luiza. *Ensinar e significar: as relações de ensino em questão ou das (não)coincidências nas relações de ensino*. In: SMOLKA, Ana Luiza; NOGUEIRA, Ana Lúcia (Org.). *Questões de desenvolvimento humano:* práticas e sentidos. Campinas: Mercado de Letras, 2010. p. 107-128.

SMOLKA, Ana Luiza. *O (im)próprio e o (im)pertinente na apropriação das práticas sociais.* Caderno CEDES, ano XX, n. 50, abr. 2000. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ccedes/v20n50/a03v2050.pdf>. Acesso em: 5 jul. 2015. p. 26-40.

VIGOTSKY, Lev. *A construção do pensamento e da linguagem.* Tradução Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

WATSON, Jane M. *Statistical literacy at school:* growth na goals. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 2006.

A matemática nas salas de aula do município do rio de janeiro

Laura Mazzola
laumaz84@gmail.com
UFRJ/projeto Ciência sem fronteiras,

Rodrigo Rosistolato
rosistolato@hotmail.com
PPGE/UFRJ,

José Abdalla Helayël-Neto
helayel@cbpf.br
CBPF

Resumo

O objetivo da pesquisa aqui relatada é investigar a metodologia e as estratégias de ensino da matemática em escolas do segundo segmento do ensino fundamental na cidade do Rio de Janeiro. O passo seguinte à etapa aqui apresentada será uma comparação com as escolas do segmento correspondente na cidade finlandesa de Turku. Este Projeto é financiado pelo Programa Ciência Sem Fronteiras, do CNPq/MCTI. Estamos analisando as desigualdades de ensino/aprendizagem no Rio de Janeiro, comparando escolas de alto e baixo desempenho na prova Brasil. Com base em entrevistas de profundidade e observação participante (Wacquant, 2002) em sala de aula, estamos mapeando as metodologias de ensino e as expectativas dos professores. Temos dados já sistematizados que nos permitem discutir a estrutura das aulas de matemática e comparar a proposta didática dos professores com suas visões relacionadas aos alunos. A literatura sobre eficácia escolar aponta para uma correlação direta entre expectativas docentes e eficácia escolar (Soares, 2005; Sammons, 2008). Por esta razão, as comparações aqui apresentadas e discutidas constituem o principal foco de nosso trabalho.

Palavras-chave: estudo comparativo; ensino fundamental; percepções dos professores; ações pedagógicas.

Introdução

O ensino de matemática no Brasil não corresponde aos padrões esperados de uma nação desenvolvida. Os resultados do último "Programme for the International Student Assesment", PISA, que é feito por alunos de 15 anos em 64 países da OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development), mostram que os estudantes brasileiros ocupam a 57ª posição do ranking em matemática (e 58ª em ciências).

Estes resultados, muito semelhantes aos das edições anteriores, mostram que o Brasil precisa identificar os problemas relacionados ao ensino de matemática para que possa buscar alternativas que permitam formar os estudantes. No caso específico do Rio de Janeiro, observa-se um conjunto de disparidades na qualidade e no conteúdo do ensino oferecido pela rede pública de ensino. Essas diferenças parecem estar diretamente associadas com as desigualdades sociais, que estão, por sua vez, correlacionadas às desigualdades educacionais. Para se tornar uma nação cientifica e tecnologicamente competitiva, o Brasil precisa encontrar maneiras de melhorar o seu sistema educacional e reduzir as desigualdades no aprendizado da matemática. O primeiro passo nessa direção é entender por que elas acontecem, levando em consideração as particularidades culturais, sociais, étnicas e geográficas brasileiras. Neste sentido, é preciso buscar respostas às seguintes perguntas:

1 – Como se ensina matemática para crianças no segundo segmento do ensino fundamental no Brasil?
2 – Quais as motivações para a escolha da profissão docente na área de matemática no Brasil?
3 – Como está estruturado o currículo de matemática no Brasil?
4 – Como os professores de matemática interpretam os resultados das avaliações externas em matemática no Brasil?

As questões apontadas serão desenvolvidas em dois contextos diferentes. O primeiro deles é a cidade do Rio de Janeiro e o segundo, a cidade finlandesa de Turku. Nesse momento, estamos realizando trabalho de campo na cidade do Rio de Janeiro. Os dados mapeados já nos permitem analisar alguns processos internos de segmentação relacionados ao ensino de matemática. O projeto que deu origem a este artigo é financiado pelo Programa Ciência sem Fronteiras (CNPq/MCTI). Trata-se de uma parceria entre a Universidade Federal do Rio de Janeiro, o Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF) e a Universidade de Turku, na Finlândia.

Discussão teórica

O debate sobre ensino de matemática no Brasil envolve uma série de vertentes. Dentre elas, duas são as que mais interessam à nossa discussão. Por um lado, há estudos centrados em metodologias de ensino e no ensino propriamente dito (Rangel, Giraldo; Maculan Filho, 2014). Por outro, temos análises de fluxo e aprendizagem em matemática com base em avaliações externas de aprendizagem e em pesquisas longitudinais (Franco; Brooke; Alves, 2008; Alves, 2010). Ao mesmo tempo, existem poucos estudos que pensam a articulação entre os dois temas.

A literatura – nacional e internacional - sobre eficácia escolar indica que o aprendizado de qualquer disciplina está diretamente relacionado às expectativas de professores com relação à capacidade dos estudantes aprenderem, ao tempo efetivo dedicado ao ensino em sala de aula e às metodologias de ensino utilizadas para cada período de ensinamento (Sammons, 2008, Soares, 2005; Franco et all, 2007). Dessa forma, se as notas das avaliações em matemática no Brasil são ruins, é possível supor que há baixas expectativas, pouco tempo dedicado ao ensino e uso de metodologias inadequadas.

É possível dizer que essas questões são fundamentais para entendermos as diferenças de desempenho em matemática no Brasil. Há uma série de trabalhos que indicam essas diferenças e apontam para hipóteses explicativas (Ribeiro & Kaztman, 2008; Alves; Nogueira; Nogueira; Resende, 2013). Nossa proposta é investigar qualitativamente a produção dessas diferenças no cotidiano do ensino de matemática em salas de aula do ensino fundamental na cidade do Rio de Janeiro.

Por mais que no Brasil existam níveis significativos de desigualdade entre escolas (Costa, 2008, 2010; Costa, Pires do Prado & Rosistolato, 2012), há um número delas que apresenta melhores resultados nas avaliações de matemática. Sabemos, desde o relatório Colemann, que as diferenças de desempenho estão associadas à origem social dos estudantes, mas, é preciso ressaltar que há casos onde a origem social é equivalente e o desempenho diferente. Por isso, cabe indagar sobre os processos de ensino e aprendizagem presentes nas escolas, com foco nas visões dos professores, em seu planejamento e - muito importante - nas expectativas que eles apresentam em relação aos alunos.

Metodologia

Nossa pesquisa vem sendo realizada em duas zonas da cidade do Rio de Janeiro – zona sul e zona norte. Ambas são regiões populosas, socioeconomicamente diversas e apresentam concentração de escolas municipais que se diferenciam por seus desempenhos em matemática. Nessas duas regiões, escolhemos duas Coordenadorias Regionais de Educação (CRE's): a segunda e a quarta, contendo respectivamente 146 e 145 escolas. Ao todo, o sistema municipal de educação do Rio de Janeiro é dividido em 11 CRE`s. Cada CRE é responsável por coordenar uma região da cidade e, portanto, as escolas municipais que ali estão distribuídas. As CRE's se organizam internamente por conjuntos ou grupos de escolas próximas umas às outras. Eles são chamados de polos.

A segunda CRE tem 12 polos de matrícula e a quarta CRE tem 14. Escolhemos os polos que apresentaram maior estratificação interna, considerando o desempenho em matemática. Na sequência, realizamos entrevistas em profundidade com os professores das escolas dos polos escolhidos e observações participantes durante as aulas oferecidas pelos professores entrevistados.

Nosso trabalho ainda se encontra em fase inicial. Até o momento, entrevistamos cinco professores e realizamos 63 tempos de 50 minutos de observação participante. Apresentaremos, nesta contribuição, os dados que já passaram pela primeira sistematização. Nossa análise ainda é basicamente descritiva, mas permite indicar algumas correlações entre as percepções e ações dos professores de matemática que foram entrevistados e acompanhados em suas aulas.

Plano de sistematização dos dados e perfil sócio-profissional dos professores

Os dados aqui apresentados são relativos às percepções e ações pedagógicas de cinco professores - Ana, Francisco, João, Marcello, Renato - que trabalham em escolas da segunda CRE. Na sequência, traçaremos o perfil sócio-profissional de cada professor, apresentaremos as visões dos professores sobre os alunos e seu desempenho, e as ações pedagógicas presenciadas em sala de aula. Como precedentemente mencionado, a metodologia empregada é antropológica, consistindo de entrevistas em profundidade e observação participante nas salas de aula. Porém, temos que apontar uma diferença entre os nossos professores: mapeamos visões e ações de Ana, Francisco, João e Renato através de uma entrevista em profundidade e mais de 5 tempos de observação em sala de aula por cada professor. Com relação ao Marcelo, o acompanhamos ao longo de dois meses, entrevistando-o duas vezes e assistindo mais de 40 tempos de aula.

Começamos apresentando o perfil sócio-profissional dos professores. Usamos nomes fictícios para proteger a identidade dos nossos entrevistados:

1) Ana tem 65 anos, 41 anos de magistério na educação pública, licenciatura em matemática e pós-graduação em administração escolar. Atualmente tem uma matrícula de 16 horas na rede municipal e trabalha na Educação de Jovens e Adultos.

2) Francisco tem 50 anos e é licenciado em matemática. Trabalhou por 20 anos como professor de matemática e atualmente tem uma dupla regência na rede municipal e uma matrícula de 16 horas numa escola estadual de ensino médio.

3) João tem 58 anos de idade e 31 anos de magistério, tem licenciatura e mestrado em matemática, trabalhou nas redes municipal, estadual e particular. Atualmente, trabalha só na rede municipal (dupla regência) e se aposentou este ano na rede estadual.

4) Marcello tem 64 anos, trabalha há 41 anos como professor nos níveis fundamental, médio e superior, tem licenciatura em matemática, física e desenho geométrico. Tem duas matrículas na rede municipal, uma de uma dupla regência e a outra de 16 horas.

5) Renato tem 30 anos e 8 anos de ensino, é licenciado em matemática e mestre em história das ciências. Tem duas matrículas na rede municipal e trabalha em um colégio particular.

Percepções dos professores

Para investigar as percepções dos professores sobre os alunos, usamos as declarações feitas pelos professores durante as entrevistas, as falas dos professores em sala de aula e as eventuais conversações acontecidas com os pesquisadores. O nosso método principal é a descrição e a análise das categorias que os professores usam para distinguir os estudantes. Fornecemos aqui um esquema das categorias extraídas das falas dos professores e o do significado que eles atribuem:

- **alunos que participam versus aqueles que não participam**: por participação se entende frequência em sala, trazer o material, fazer os trabalh os em casa e em sala. Essas categorias são as únicas usadas por todos os cinco professores;
- **favorecidos versus desfavorecidos**: alunos desfavorecidos são alunos que moram em favelas, em condições sócio-econômicas precárias e que, na visão dos professores, não têm um acompanhamento adequado na família;
- **com-base versus sem-base**: alunos sem-base chegam ao sexto ano do ensino fundamental sem ter domínio das quatro operações, e têm dificuldades de interpretação dos textos de língua portuguesa que acompanham os problemas de matemática;
- **interessados versus desinteressados**: a falta de interesse é identificada pelos seguintes aspectos: o aluno não só não participa, mas também não presta atenção em sala-de-aula, fica conversando durantes as aulas e, às vezes, até atrapalha o ritmo das atividades em sala;
- **que querem aprender versus que não querem aprender**: essa oposição é estritamente ligada à anterior, mas aqui, diferentemente da falta de interesse pelo assunto ensinado, os professores enfatizam a vontade do aluno de aprender ou não;

- **disciplinados versus indisciplinados**: alunos indisciplinados são irrequietos, levantam durante as aulas, brigam com os colegas, perturbam a aula;
- **capazes versus incapazes**: são considerados incapazes os alunos que não têm capacidade de se apropriar de todos conhecimentos matemáticos.

Apresentaremos, na sequência desse texto, como essas categorias aparecem nas falas dos profesorres.

Durante a entrevista e as interações com **Ana,** antes e depois dos trabalhos em sala- de-aula, ela declarou que *"O objetivo do professor é ver o sucesso dos alunos"*. Ana expressa a satisfação que sente quando os ex-alunos a chamam na rua e contam das próprias conquistas. Ela tem 65 anos e acha *"um absurdo"* que não seja possível lecionar depois dos 70 anos, ela fala: *"...eu acho que eu tenho energia para dar aula. Então podia ficar até os 75."* Quando perguntada sobre os seus planos de carreira pelos próximos 5 anos, Ana responde com olhos ficando aguados *"quero terminar, e fico até emocionada, tendo bastante sucesso com os alunos."* A professora gosta de ensinar para o o nono ano. Como é a professora mais antiga, a gestão da escola lhe concede prioridade de escolher os anos onde pretende lecionar. Ela gosta dos alunos do nono ano porque pode conversar com os estudantes e contar a própria experiência.

Todas essas afirmações indicam que a professora gosta de se relacionar com os alunos e têm alta expectativas em relação pelo menos a uma parte deles. Na fala da professora, além da oposição entre alunos que participam versus que não participam, achamos alunos interessados versus desinteressados, alunos que querem versus que não querem aprender, e alunos capazes versus incapazes. Essas últimas categorias têm uma posição notável na visão da professora. Se por um lado, durante uma aula, a professora parabeniza um aluno dizendo *"Ele tem chance de entrar lá na faculdade"*, por outro lado, ela afirma que está dando um conteúdo mais básico para uma das suas turmas, porque *"coitadinhos, eles não entendem"* e que essa mesma turma *"tem aquela tendência de desprezar o conteúdo"*. Ana não acredita que todos os alunos tenham capacidade para incorporar todos os conhecimentos de matemática. Ana afirma que *"tem alunos que saem de um tratamento psicológico, até neurológico"*, que precisariam *"tomar alguma vitamina"*, *"ter um acompanhamento melhor"*. Para complementar essas afirmações, a professora explica: *"eu [os] vejo às vezes voando, assim, não acompanhando aquilo que eu estou falando e eu explico de outra forma, coloco o colega no quadro, como você viu. Às vezes, eu faço monitoria, eu vejo que não cresce, não sai em nada."* Em suma, a professora apresenta uma visão do ensino como algo que leva o aluno ao sucesso. Entretanto, também entende que nem todos os alunos têm capacidade, interesse ou motivação para aprender.

Da entrevista com **Francisco**, emerge uma forte preocupação com a formação pré-adquirida dos alunos que começam o segundo segmento. O professor declara: *"o problema maior é um problema de baseamento, eles chegam do fundamental 1, primeiro segmento, sem conhecimento de operações básicas, sem saber... alguns chegam bem, mais muitas vezes eles chegam da rede particular, da rede municipal estão chegando sem saber somar, subtrair, multiplicar e dividir."* O professor enfatiza que cinco anos são o bastante para aprender as 4 operações na rede particular. Na escola pública, ao contrário: *"o pessoal da escola pública não tem ênfase no estudo".* Dessa forma, a oposição de categorias alunos com-base versus sem-base vem a coincidir com alunos provenientes de escola privada versus pública na fala desse professor. Como os alunos não têm uma base sólida, o professor explica que *"tem que resgatar isso [esse conteúdo] para o sexto ano, que é muito complicado, e aí vai levar bastante tempo"*. Porém, Francisco afirma que 50-60% dos alunos de sexto ano têm notas acima de 5, com desempenho *"bem melhor"* no oitavo e nono anos, onde mais de 70% da turma estão acima do suficiente. O professor acredita que essa melhoria se deve a uma mudança de comportamento, à maior autosuficiência e ao hábito de estudar. De todo modo, acreditamos que esses resultados relativamente positivos, apesar das difíceis condições iniciais, poderiam ser explicados à luz da seguinte afirmação do professor, relativa ao nível de dificuldade das provas bimestrais: *"[um outro professor] considera a avaliação bimestral muito facil, mas para o nível do nosso aluno eu acho que é até adequada. Como eles são fracos, a gente tem que se adequar."* O nosso argumento é que o professor acredita no baixo nível inicial de uma parte considerável dos seus alunos e adequa o ensino conforme as próprias expectativas em relação à turma.

Preocupações similares com a formação dos alunos, e as diferenças entre as redes pública e particular, também são presentes na fala de **João**. O professor enfatiza como ele conseguia, trabalhando em uma escola particular, dar todo o conteúdo planejado, diferentemente da escola pública, onde, conseguindo cobrir 70% do programa, ele já se sente satisfeito. O professor argumenta que o aluno da escola particular tem *"um ritmo bem acelerado para conseguir assimilar todo o conteúdo"*, diferentemente do aluno de escola municipal, que chega ao sexto ano sem saber as 4 operações e que, às vezes, entra no nono ano sem saber a taboada. Então, explica: *"o meu caminho é adequar o conhecimento à realidade deles [dos alunos]"*. Mesmo com essas dificuldades, João acredita que os alunos têm muito conhecimento do dia-a-dia; ele afirma: *"vou sempre mostrando para eles [os alunos] que já sabem aquilo [matemática] e vou tirando deles"*, e que isso é mais fácil do que *"despejar em cima deles algo que eles pensam que seja difícil e não é."* Na visão de João, os alunos têm muitas informações da vida cotidiana e o professor pode construir o conhecimento matemático partindo dessa base. O professor acha que, com a exclusão de alunos com deficiências, as diferenças na aprendizagem da matemática são devidas a *"certas tendências"* relativas ao fato de gostar ou não da disciplina, e que o processo fica mais fácil se *"tiver a colaboração dos pais". O* professor também comenta sobre a ausência da família, que *"às vezes é uma criança de 13 anos, 14 anos, que cuida do irmão"*. Então, há alunos que apresentam dificuldades devidas ao contexto social e à falta de colaboração da família. Ele opera com as categorias alunos favorecidos versus desfavorecidos, que chegam sem base suficiente; contudo, *"muita coisa eles já sabem do dia-a-dia"*.

As categorias de percepção mais recorrentes na fala de **Marcello** são alunos interessados versus desinteressados, favorecidos versus desfavorecidos, disciplinados versus indisciplinados, que querem estudar versus que não querem estudar. O professor enfatiza a própria vontade de ajudar: *"eu gosto de escola, eu gosto de estar com os alunos, eu gosto de tentar ajudar"*. Quando perguntado por que escolheu a rede de ensino municipal, ele nota que o público da escola municipal é principalmente morador de favelas, e responde: *"eu vim trabalhar também para poder colaborar, tentar ajudar porque a única coisa que os habitantes dessas comunidades podem conseguir para sair dessas comunidades e viver melhor, numa residência melhor [...] é investir na educação. Se eles tiverem sucesso na educação eles vão melhorar a qualidade de vida deles, a maneira de viver, ajudar a família, então é por isso que eu escolhi a escola pública".* Ao mesmo tempo, o professor lamenta a falta de interesse e de uma *"visão futurista"* dos alunos, a falta de disciplina e compromisso, e a ausência dos pais. O professor ataca a família, afirmando que esta não acompanha os filhos e não fornece valores e nem referência de educação para eles. O professor fala: *"Colocar o filho no mundo é fácil, mas educar... Não tem tempo para educar o filho? Não tenha! Não coloque o filho para dar [de babá] ao professor."* Ao mesmo tempo, notamos que, durante a aula, o professor desenvolve interações jocosas com os alunos; brincadeiras que, às vezes, adquirem um caráter estigmatizante ou até ofensivo, como no caso seguinte: *"Você poderia ser o símbolo de economia da light, a sua luz está sempre* *apagada"*. O professor admite ter *"expectativas pessimistas"* em relação às turmas que observamos em nossa pesquisa, mas afirma que vai *"continuar exigindo deles"*, *"porque eles precisam uma cobrança como eu [ele] cobro[a]"*. Portanto, o desejo de ajudar os alunos desfavorecidos se combina a uma visão negativa dos mesmos.

Concluímos esta seção sobre as percepções dos professores com **Renato**. Além de pensar os alunos a partir das categorias os-que-participam versus os-que-não-participam, emergem de suas falas também as categorias de alunos favorecidos versus desfavorecidos. O professor acha que *"o problema da educação no Brasil é social"*, porque *"[o aluno] mora em uma casa que não tem condição nenhuma, não tem uma mesa para ele estudar, [...], o cara não come durante o dia, a única comida que ele tem é no colégio"*. Há alunos que *"não têm um apoio social"*, *"os pais estão trabalhando, eles ficam meio que largados, eles não têm onde ficar, eles não têm quem olhar por eles"*, *"então é dificil ele pegar todo o conteúdo. É difícil ele pegar um conteúdo às vezes"*. Essas condições, na visão do professor, afetam a capacidade dos alunos incorporarem todos os conhecimentos matemáticos. Quando perguntado sobre as razões da escolha de trabalhar na educação pública, Renato fala: *"eu acho que você tem que fazer alguma coisa para melhorar a situação no País, e não vai ser dando aula no ensino particular."* É interessante notar que categorias ligadas a interesse, disciplina e vontade de aprender não aparecem na fala desse professor.

Ações pedagógicas e visões

Nesta seção, apresentamos aspectos da metodologia e ação pedagógica dos professores, e apontaremos relações com as visões e percepções sobre os alunos. Vamos focar em alguns aspectos ligados à interação com os estudantes, por exemplo: se e como o professor estimula a participação, se e como promove o raciocínio matemático nos alunos. Não trabalharemos, nesse momento, com questões como o material didático usado pelos professores, o estilo de ensino e a divisão dos tempos de aula.

A aula de **Ana** baseia-se na participação dos alunos; os alunos são continuamente convidados a prestar atenção, acompanhar a aula, e ir ao quadro. Os alunos resolvem no quadro os exercícios deixados em sala ou como tarefas de casa. A professora estimula os alunos a irem ao quadro, dizendo que o exercício *"vale ponto"* (na verdade, os alunos não ganham pontos a mais, mas a professora leva isso em conta na nota final). A professora passa a maior parte do tempo em pé, seja explicando ao quadro, ou andando pelas mesas dos alunos, e se disponibilizando. Durante o trabalho em sala, a professora encoraja os alunos a fazerem perguntas, tirarem dúvidas, checarem se o exercício solucionado pelo colega está correto. A professora insiste que a turma não converse e que cada aluno faça o próprio trabalho. Pouco tempo é gasto em sala de aula em atividades que não sejam didáticas. Relacionamos a postura "pró-ativa" de Ana e o trabalho promovido de forma individual com os alunos ao desejo manifestado por ela de ter/ver o sucesso dos alunos. Em uma das duas turmas de nono ano observadas, segundo Ana a melhor turma, ela deixa uma questão do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) para os alunos refletirem em casa. Ela explica que essa é uma ação pedagógica com o objetivo de motivar os alunos a pensarem no futuro. Ao fim do segundo bimestre, a professora acaba de lecionar equações de segundo grau em ambas as turmas de nono ano, com a diferença que na turma que ela classifica como "fraca", o nível de dificuldade dos problemas é menor e a participação dos alunos é menos constante. Por exemplo, às vezes os convites para se ir ao quadro são recusados. A professora exercita as mesmas cobranças nas duas turmas, em relação ao trabalho de casa/sala, mas não deixa a questão do ENEM na turma pior. Então, as visões da professora sobre as capacidades dos alunos não se refletem de forma clara em uma diferenciação da ação pedagógica nas duas turmas; no entanto, não excluímos que uma diferença sutil exista e que se manifeste, por exemplo, no caso da questão do ENEM.

A metodologia de ensino de **Francisco** estimula muito menos a participação dos alunos. O professor inicia a aula escrevendo no quadro, sem falar, até preenchê-lo todo; espera que os alunos copiem e, só quando eles terminam, começa a explicar o conteúdo. Esse processo é interrompido para chamar atenção e resolver problemas disciplinares; enfim, nas aulas observadas foram necessários até 40 minutos entre escrever no quadro e esperar que os alunos copiassem. Durante a explicação, o professor faz perguntas simples demais ou deixa algumas frases inacabadas para que os alunos as completem. Por exemplo, durante a aula sobre ângulos opostos ao vértice, Francisco pergunta se dois ângulos que apresenta são complementares ou suplementares; os alunos respondem em coro uma das duas respostas. Ainda que boa parte dos alunos tenham dado a resposta certa, a impressão é que vários responderam em coro e sem pensar, de forma que não foi possível saber, de fato, quantos sabiam a resposta corrreta. As contribuções dos alunos são, em maior parte, coletivas e o professor acolhe as respostas certas simplesmente ignorando aquelas erradas. Em vários momentos da aula, acontece de os alunos andarem pela sala, brigarem, conversarem em voz alta; frequentemente o professor precisa levantar a voz para chamar atenção, reclamar do uso dos celulares, pedir que os alunos sentem da maneira correta (olhando para a frente). A conversa entre os alunos não cessa nem durante os trabalhos em sala, quando o professor passa pelas mesas e se coloca à disposição dos estudantes. Essa metodologia não parece nem estimular uma contribuição ativa e individual por parte dos alunos e nem encorajar o desenvolvimento do raciocínio e do espirito crítico. Ao contrário, bem se adequa às baixas expectativas do professor em relação à turma, e à sua convicção de que os alunos são fracos.

As aulas de **João** começam com um resumo da aula anterior e com um esquema da aula do dia, terminando com uma referência ao argumento da aula seguinte. Durante a aula, o professor faz perguntas aos alunos, mas pretende que estes respondam um de cada vez. Às vezes, o professor pergunta aos alunos se concordam com a resposta dada por um certo colega, ou escreve algo de errado no quadro para testá-los. Os trabalhos em sala são deixados aos poucos, com tempo médio de resolução de 15 minutos. Quando acaba de transcrever os exercícios, João conclui, dizendo: *"Por enquanto, só isso"*. Ele informa aos estudantes o tempo que sobra para a resolução e, quando o tempo se esgota, inicia a resolução dos exercícios no quadro e ainda propõe novos exercícios. Durante o trabalho em sala, o professor caminha por entre as mesas e controla cada caderno. Em relação à interação com os alunos, o professor não precisa levantar a voz em nenhum momento. Quando João quer chamar atenção de alunos que conversam, olha intensamente para eles até inibí-los. Notamos o uso de metáforas futebolísticas como *"não saber taboada é como um jogador de futebol que não sabe jogar com a bola"*. A abordagem do professor, voltada para estimular o espírito crítico dos estudantes e aproximar a matemática à vivência deles, se relaciona com a ideia de que os alunos têm conhecimentos da vida cotidiana e que o professor pode utilizar esse conhecimento para lecionar o conteúdo.

A ação pedagógica de **Marcello** é possivelmente a mais contraditória dentre os professores entrevistados. O professor começa a aula perguntando para um aluno específico o conteúdo da aula anterior. Se o aluno não sabe responder, ele pergunta a um outro, e assim por diante. Durante a aula, o professor faz perguntas individuais aos alunos, sobre a resolução de problemas, sobre conceitos encontrados, até sobre o significado de palavras da língua portuguesa. Isso permite ao professor acompanhar o desempenho dos estudantes, que ele monitora também através de testes frequentes e vistoria sistemática de cadernos. Podemos supor que, por trás dessas ações pedagógicas, esteja o desejo do professor de *"ajudar"* e de *"cobrar"* dos alunos, como ele próprio diz, de tal forma que eles atinjam um bom nível de educação. Ao mesmo tempo, quando o professor deixa trabalhos em sala, raramente passa pelas mesas ou se disponibiliza aos alunos; frequentemente, deixa a sala-de-aula, às vezes até mesmo por 20 minutos. Consequentemente, especialmente nas turmas mais jovens, vários alunos entram em agitação, brincam e incomodam os demais colegas. O professor lamenta a falta de interesse, a indisciplina dos alunos e a falta de colaboração da família, mas, ao mesmo tempo, tolera a conversa constante dos alunos e, às vezes, termina a aula antes do tempo, com o objetivo de *"dar uma relaxada"* na turma. O professor faz regularmente brincadeiras relativas às baixas notas dos alunos: *"O resultado dessa espressão é 0, como a nota de Maria Clara na prova!"*. Acreditamos que a visão negativa sobre o interesse e as motivações dos alunos, combinada com as baixas expectativas, se reflitam nessas ações do professor.

Renato leciona para turmas de sexto ano e dedica os primeiros minutos da aula a organizar as mesas dos alunos e a vistoriar os cadernos. O professor faz perguntas individuais para os alunos sobre o conteúdo anterior e cobra a resolução de exercícios. Ele não tolera que mais de um aluno fale ao mesmo tempo, chamando a atenção quando isso acontece. Os alunos ouvem em silêncio quando o professor fala e as interações acontecem ordenadamente. O professor encoraja os alunos a refletirem, a continuarem na linha de pensamento, a *"serem espertos"* e usarem a dedução como estratégia para simplificar a resolução de exercícios. Esse foi o caso, por exemplo, de um exercício em que se precisava calcular a raiz quadrada de quadrados perfeitos; ao invés de fazer toda a conta, o professor sugeriu olhar apenas o último algarismo para excluir alguns números. Como João, Renato usa metáforas compreensíveis pelos alunos, compara "esquecer o caderno com querer jogar futebol sem bola". O professor, na entrevista, admite que tem uma turma mais avançada que a outra. No processo de observação das aulas, notamos que o professor dá exatamente o mesmo conteúdo para as duas turmas, com diferença apenas no nível de dificuldade dos exercícios. Essas ações pedagógicas exprimem um ensino que bem representa a ideia do professor, de contribuir ao desenvolvimento do País, trabalhando com a Educação.

Considerações finais

Nesta contribuição, investigamos as percepções sobre os alunos por parte de cinco professores de matemática, que trabalham em escolas municipais do segundo segmento do ensino fundamental, em escolas na segunda CRE do Rio de Janeiro, e comparamos as suas respectivas ações pedagógicas. Embora ainda estejamos em uma abordagem inicial, é possível notar correlações entre visões e ações. Resumimos aqui os aspectos mais notáveis desta investigação no caso dos cinco professores aqui observados. O desejo de sucesso dos/com os alunos de Ana reflete-se nas ações motivadoras em sala e na referência ao ingresso na universidade. As visões sobre a falta de capacidade de certos alunos, se presentes na ação da professora, são sutis e não evidentes. Francisco lamenta a falta de base dos alunos e afirma a necessidade de se adequar ao despreparo dos mesmos; o seu ensino pouco desafiador e pouco crítico reflete essa visão. Ainda que lamentando a falta de base, João acredita que os alunos têm muito conhecimento do dia-a-dia; essa ideia se reflete no seu método de ensino, que aproveita as expressões próximas à experiência dos alunos. Marcello combina a vontade de ajudar os desfavorecidos com convicções sobre a falta de interesse e motivação dos alunos. Essa visão multivalente se expressa em ações pedagógicas contrastantes, como seguir o desempenho dos alunos individualmente, ausentar-se da sala durante o trabalho em aula e usar brincadeiras estigmatizantes. Renato vê lecionar na escola pública como uma oportunidade de contribuir ao desenvolvimento do País; o seu processo de ensino estimula o raciocínio e a participação parece refletir este aspecto de sua abordagem. Neste artigo, focamos apenas em especificos aspectos da metodologia. Uma análise mais completa da metodologia e das percepções dos professores, à luz do conceito de “ensino republicano”, será o foco de trabalhos futuros.

Referências Bibliográficas

ALVES, F; FRANCO, C; RIBEIRO, L. C de Q. Segregação residencial e desigualdade escolar no Rio de Janeiro. In: RIBEIRO, L. C. de Q. & KAZTMAN, R. (Orgs). A cidade conta a escola: segregação urbana e desigualdades educacionais em grandes cidades da América latina. Rio de Janeiro: Letra Capital: FAPERJ; Montevidéu, Uruguai: IPPES, 2008.

ALVES, M. T. G.; NOGUEIRA, M. A.; NOGUEIRA, C. M. M. and RESENDE, T. de F. Fatores familiares e desempenho escolar: uma abordagem multidimensional. *Dados* [online]. 2013, vol.56, n.3, pp. 571-603. ISSN 0011-5258. http://dx.doi.org/10.1590/S0011-52582013000300004.

ALVES, F. . Escolhas Familiares, Estratificação Educacional e Desempenho Escolar: quais as relações?. Dados (Rio de Janeiro. Impresso), v. 53, p. 447-468, 2010.

ALVES, M. T. G.; NOGUEIRA, M. A.; NOGUEIRA, C. M. M. ; RESENDE, T. de F. Fatores familiares e desempenho escolar: uma abordagem multidimensional. Dados (Rio de Janeiro. Impresso), v. 56, p. 571-603, 2013.

COSTA, M. Prestígio e hierarquia escolar: estudo de caso sobre diferenças entre escolas em uma rede municipal. *Revista Brasileira de Educação* (Impresso), v. 13, p. 455-469, 2008.

COSTA, M. Famílias e acesso diferenciado a escolas públicas prestigiadas: um estudo de caso. *Educ. rev.* [online]. 2010, vol.26, n.2, pp. 227-247. ISSN 0102-4698. doi: 10.1590/S0102-46982010000200011.

COSTA, M; PIRES DO PRADO, A; ROSISTOLATO. "Talvez se eu tivesse algum conhecimento...": caminhos possíveis em um sistema educacional público e estratificado. *Interseções*, Rio de Janeiro. v. 14 n. 1, p. 165-193, jun. 2012.

FRANCO, C., et al.Qualidade e eqüidade em educação: reconsiderando o significado de "fatores intra-escolares". *Ensaio: aval.pol.públ.Educ.* [online]. 2007, vol.15, n.55, pp. 277-298. ISSN 0104-4036. http://dx.doi.org/10.1590/S0104-40362007000200007.

FRANCO, C.; BROOKE, N. and ALVES, F. Estudo longitudinal sobre qualidade e equidade no ensino fundamental brasileiro: GERES 2005. *Ensaio: aval.pol.públ.Educ.* [online]. 2008, vol.16, n.61, pp. 625-637. ISSN 0104-4036. http://dx.doi.org/10.1590/S0104-40362008000400008.

HARTAS, D. *Educational Research and Inquiry, Qualitative and Quantitative Approaches.* Continuum International Publishing Group, London, 2010.

RESENDE, T. F ; NOGUEIRA, C. M. ; NOGUEIRA, Maria Alice. Escolha do Estabelecimento do Ensino e Perfis Familiares: uma faceta a mais das desigualdades escolares. Educação & Sociedade (Impresso), v. 32, p. 953-970, 2011

FOOTE-WHYTE, W. *Sociedade de esquina: a estrutura social de uma área urbana pobre e degradada.* Rio de Janeiro, Jorge Zahar, 2005.

SAMMONS, P. As características-chave das escolas eficazes. In: BROOKE, Nigel e SOARES, José Francisco (org.). *Pesquisa em eficácia escolar*: origem e trajetórias. Belo Horizonte: Editora UFMG, p. 335-382, 2008.

SOARES, J. F. O efeito da escola no desempenho cognitivo de seus alunos. *In*: MELLO E SOUZA, Alberto (Org.). *Dimensões da avaliação educacional*. Petrópolis: Vozes, 2005. p. 174-204.

A motivação de estudantes do ensino fundamental e a aprendizagem de matemática

Ana Cecília Moz Alves Rodrigues
acmarana@yahoo.com.br
UNICAMP

Resumo

A matemática tem sido uma disciplina que suscita muitas discussões acerca da forma como seus alunos aprendem seus conceitos. Algumas dessas discussões giram em torno do fator motivacional, como sendo um dos obstáculos a um aprendizado mais efetivo da matéria. No presente trabalho, além de uma breve justificativa sobre esta pesquisa e uma pequena explanação acerca dos conceitos de motivação intrínseca e extrínseca, busco apresentar os resultados de uma pesquisa realizada no ano de 2011, com 283 estudantes do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental de duas escolas públicas da cidade de Campinas, interior de São Paulo. Os dados obtidos, através de dois questionários aplicados aos alunos, foram interpretados qualitativa e quantitativamente e tiveram como objetivos principais: verificar as percepções dos estudantes acerca da disciplina de matemática; verificar os níveis de motivação intrínseca e extrínseca em relação à disciplina de matemática; verificar se existe relação entre a percepção dos estudantes e seus níveis de motivação intrínseca e extrínseca; e verificar se existe correlação dos níveis de motivação com o gênero dos estudantes. O trabalho foi de natureza exploratória e abre possibilidades para estudos mais aprofundados de cada uma das questões nele colocadas.

Palavras-chave: motivação intrínseca; motivação extrínseca; matemática; ensino fundamental.

Introdução

A matemática comumente é retratada como uma das disciplinas de mais difícil compreensão por parte de pais e alunos que por vezes tem a sensação de que essa matéria se resume em decorar formulas e fatos sem compreendê-los em sua totalidade e, portanto, sem perceber suas aplicações, o que traz a impressão de que tal aprendizado lhes será de pouca utilidade. A constatação de que determinados conteúdos não teriam utilidade pratica levam o aluno a assumir atitudes negativas e que culminam em um fatídico desinteresse pelo aprendizado e conseqüentemente pelos resultados que ele obterá naquela disciplina, o que pode levar os alunos a um bloqueio em relação à matéria que possivelmente o fará afastar-se de situações que venham a abranger conteúdos matemáticos em sua vida futura (BRASIL 1997). É recorrente nas

Universidades nos depararmos com alunos que escolhem determinados cursos com base na maior ou menor presença de disciplinas matemáticas na grade curricular.

Observando tais fatores em grande parte dos estudantes da atualidade buscou-se, através deste trabalho, investigar a orientação motivacional apresentada por alunos do Ensino Fundamental, de duas escolas públicas da cidade de Campinas, tendo como foco a disciplina da matemática. Este artigo foi produzido com base nos dados deste trabalho, realizado como parte de um trabalho de conclusão de curso de graduação em pedagogia na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). O estudo é de natureza exploratória e, portanto, os resultados por ele trazidos não poderão abranger todos os questionamentos acerca desta temática, mas podem, por sua vez, orientar novos olhares para essa questão.

Referencial teórico

O fato de a matemática muitas vezes gerar atitudes negativas, tais como ansiedade e fobia em relação a disciplina, acabam por levar o aluno a se sentir desmotivado perante o aprendizado dessa ciência. Sendo a motivação um dos conceitos que englobam as atitudes relacionadas ao bom desempenho de estudantes em matemática, é necessário averiguar como essa variável se relaciona ao aprendizado da matemática. (BRITO, 1996)

Como o termo "motivação" aparecerá de modo recorrente em nosso trabalho, buscamos diversas conceituações do termo para tentar explorar e explicitar ao máximo seus significados e atributos. Segundo o dicionário online da língua portuguesa, Michaelis (2007), um dos dicionários online mais acessados do país, motivação é definida, em um de seus significados, como uma energia psicológica que movimenta o organismo humano, determinando um dado comportamento.

Para Vernon (1973 apud Martinelli, 2007 pág. 21) a motivação seria como uma força interna que emerge do indivíduo a fim de regular e sustentar suas ações. Em Bzuneck (2009), encontramos que motivação seria ainda entendida como um fator psicológico que leva o indivíduo a fazer uma escolha e o induz em relação a um determinado objetivo, assegurando a persistência deste diante dos obstáculos e fracassos que possa vir a encontrar. Apesar de inúmeros significados aqui trazidos, e que essencialmente convergem numa mesma direção, Martinelli (2011) nos aponta que as varias teorias que postulam acerca da motivação indicam que esse fenômeno é complexo em relação a determinação de todos os componentes que venham a interferir sobre a motivação de um individuo, tais como as diferenças individuais, as diferenças situacionais, os fatores culturais e sociais e cognição.

Para que possamos identificar de forma adequada os problemas que se relacionam a motivação escolar, devemos olhá-los sob dois aspectos: aspecto quantitativo e aspecto qualitativo. (AMES, 1990; AMES & AMES, 1984; BROPHY, 1983 apud BZUNECK, 2009). O aspecto quantitativo pode ser observado na intensidade da motivação que o aluno apresenta. O fato de o aluno apresentar ocorrências de baixa motivação em determinadas matérias não é tão preocupante quanto o fato de ele apresentar baixa motivação em praticamente todas e, infelizmente, tal tipo de aluno não tem sido tão incomum quanto se gostaria. O contrário também pode ser prejudicial, ou seja, quando o aluno está excessivamente motivado ele pode vir a sofrer de fadiga, gerar um quadro ansioso e isso pode culminar com diminuição na concentração prejudicando o raciocínio e a aprendizagem. O ideal é que a "quantidade" de motivação esteja na medida ideal para que o aluno não fique prejudicado nem pelo excesso nem pela falta.

Em relação ao aspecto qualitativo é importante observar que tipo de motivação guia o aluno a desempenhar suas atividades. Há alunos que estão motivados para buscar a aprovação de outrem, ou ainda, alunos que se motivam em ser os melhores da classe, assim como aqueles que se preocupam excessivamente com as notas, o diploma ou a reprovação na disciplina. Alguns tipos de motivação podem ser prejudiciais ao aluno e fazer com que ele alimente emoções negativas diante do fracasso ou do medo do fracasso. (NAVEH-BEM-JAMIN et al., 1987; SYLWESTER, 1994 apud BZUNECK, 2009).

Algumas abordagens teóricas sobre o assunto detiveram-se no estudo da motivação em busca de razões que levassem os indivíduos ao engajamento nas tarefas. Dentre elas destacam-se as teorias sociocognitivistas que identificaram a existência de duas orientações para a motivação: a intrínseca e a extrínseca. A distinção entre ambas se deu a fim de facilitar a organização das ações envolvidas nos processos motivacionais e para demonstrar que as finalidades de cada uma traçam diferentes caminhos. (MARTINELLI, 2011)

A motivação intrínseca pode ser conceituada como aquela que determina as escolhas de um individuo para com base em seus interesses pessoais, ou seja, escolhas que causem a ele alguma geração de prazer. Nesse caso, o comprometimento com a atividade é voluntario e espontâneo e o individuo se sente recompensado pelo processo e não apenas pelos resultados finais que se possa obter. O aluno tomado por este tipo de motivação tem como características alta concentração nas tarefas, baixa distração, baixa ansiedade, desinteresse na aprovação de terceiros a respeito de seu trabalho e a busca constante por novos desafios (GUIMARÃES, 2009). Em ambientes de aprendizagem, esse tipo de motivação mantém o estudante ativamente engajado e persistente nas tarefas, mesmo quando estas apresentarem desafios, pois ele esta sustentado na busca por processos de alta qualidade que lhe permitam superar suas próprias expectativas em relação ao seu desempenho pessoal (GUIMARÃES, 2009), o deixando, assim, ainda mais entusiasmado e motivado a procurar desafios que desenvolvam suas capacidades.

Já a motivação extrínseca é definida como a resposta dada pelo individuo frente a um incentivo externo, ou seja, frente a um reconhecimento vindo de terceiros ou uma recompensa. Na escola podemos observar diversos elementos e situações que nos levam a constituir uma cultura que culmine na exaltação de praticas que incentivem a motivação extrínseca como, por exemplo, premiações, concursos, jogos competitivos, entre outros. Uma pequena pergunta pode nos ajudar a definir se o aluno é extrinsecamente ou intrinsecamente motivado em alguma atividade: basta questioná-lo se ele realizaria aquela tarefa caso ela não lhe resultasse em nenhuma recompensa. Se a resposta for não, claramente podemos enxergar o aluno sendo guiado pela motivação extrínseca, e caso seja sim, podemos observar que este aluno esta agindo intrinsecamente motivado (GUIMARÃES, 2009). A presença de um tipo de motivação não exclui, necessariamente, a existência de outra pois, apesar de apresentarem fatores motivacionais diferenciados, os conceitos de motivação intrínseca e extrínseca não são dicotômicos e podem ser complementares.

No contexto escolar este tema é de elevada importância, pois verificamos comumente os relatos de professores que se queixam da falta de motivação de seus alunos no aprendizado das disciplinas. Tal motivação é considerada por muitos como um dos principais motivos para fracassos na vida escolar do individuo. Quando a escola se põe a debater as razões da falta de empenho por parte de alguns alunos nas tarefas escolares e o conseqüente menor rendimento em aprendizagem obtido por estes, a motivação toma o centro da discussão (MCCASLIN & GOOD, 1996 apud BZUNECK, 2009). O potencial individual, que está intimamente ligado a aprendizagem, parece ocorrer apenas mediante algum tipo de motivação (BZUNECK, 2009).

Segundo Brito (1996), atualmente têm sido encontrados cada vez mais estudiosos interessados em pesquisar as influencias dos fatores psicológicos na aprendizagem e no estudo de uma disciplina. Para a autora, estudos sobre cognição humana devem ser levados cada vez mais em conta pelos educadores, pois apresentam várias possibilidades de aplicações práticas, considerando não apenas a aquisição de conhecimentos, mas também o surgimento de atitudes favoráveis a aprendizagem.

Objetivos

Neste artigo buscaremos contemplar os seguintes objetivos: Verificar por meio de um questionário estruturado, o que pensam estudantes do 6º ao 9º ano do ensino fundamental em relação à disciplina de matemática, seu desempenho nesta disciplina, e algumas experiências que tiveram com esta disciplina; Verificar o nível de motivação intrínseca e extrínseca de estudantes do 6º ao 9º ano em relação à disciplina de matemática; Verificar a existência ou não de relação entre a percepção dos estudantes sobre suas experiências com a disciplina de matemática na escola e seu nível de motivação intrínseca e extrínseca para esta disciplina; Verificar se há correlação do nível de motivação intrínseca e extrínseca dos estudantes do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental em relação ao gênero.

Metodologia

Neste estudo foram utilizados dois instrumentos de coleta de dados. O primeiro foi um questionário estruturado (RODRIGUES, 2012), criado exclusivamente para esta pesquisa, e o segundo foi uma escala de motivação intrínseca e extrínseca já preexistente. O questionário estruturado era composto por 11 questões, tanto abertas quanto fechadas, e buscou compreender como o aluno se relacionava com a disciplina de matemática. Neste artigo traremos apenas algumas dessas questões que mostraram-se mais relevantes neste momento.

A escala de motivação Intrínseca e Extrínseca (MARTINELLI, S.; SISTO, F., 2011) usada para avaliar a motivação do grupo amostral, é composta de 20 afirmações onde o aluno deve se posicionar, em cada uma delas, em relação ao fato de aquela afirmação acontecer “sempre”, “as vezes” ou “nunca”. Das 20 afirmações, 10 se referem a motivação intrínseca e as outras 10 se referem a motivação extrínseca.

Para a análise dos dados, foi utilizado o programa estatístico SPSS e estes foram submetidos a dois testes não paramétricos, teste de Mann Whitney e teste de correlação de Spearman. Para analisar os dados da escala de motivação foram realizadas, no programa estatístico SPSS, estatísticas descritivas e provas não paramétricas, ou testes de distribuição livre, que consistem em métodos aplicáveis independentemente da forma de distribuição válidos, portanto, para um ou mais largo espectro de distribuições. Uma das provas utilizadas foi o teste de Mann-Whitney, que é utilizado quando estão em comparação dois grupos independentes e a variável deve ser de mensuração ordinal.

Segundo Aguayo e Lora (2007) o coeficiente de correlação de dados não-paramétricos oscila entre os valores -1 e +1. Os valores que estiverem entre 0 e -1 indicam correlação negativa, e os valores que estiverem entre 0 e +1 indicariam correlação positiva. O valor de 0 ocorrerá quando não existir nenhuma correlação entre as variáveis analisadas. Neste trabalho consideraremos que valores abaixo de $|0{,}3|$ representam correlação fraca, valores entre $|0{,}3|$ e $|0{,}7|$ apresentam correlação moderada e valores acima de $|0{,}7|$ apresentam correlação forte.

O grupo amostral dessa pesquisa foi composto por 283 estudantes, oriundos de duas escolas estaduais da cidade de Campinas, cursando entre o 6º e o 9º ano. Todos os alunos do grupo amostral cursavam suas respectivas séries no período diurno (matutino ou vespertino).

Tabela 1- Composição do grupo amostral por série, escola, gênero e o total.

Ano	Gênero		Escola 1	Escola 2	TOTAL
	M	F			
6º	17	21	38	0	38
7º	20	22	14	28	42
8º	63	55	51	67	118
9º	44	41	27	58	85
TOTAL	144	139	130	153	283

Resultados

Aqui traremos algumas das principais contribuições desta pesquisa, tanto do questionário estruturado quanto das escalas de motivação intrínseca e extrínseca aplicada aos alunos. Algumas das perguntas contidas no questionário estruturado mostraram-se relevantes para este artigo e seus resultados foram aqui trazidos a fim de complementar a discussão que será feita nas conclusões finais.

Na questão referente a percepção dos alunos em relação as suas notas de matemática, eles foram questionados acerca de três pontos: o eles que pensavam sobre seu desempenho na disciplina, o que eles acreditavam que seus pais pensavam acerca desse desempenho e o que eles acreditavam que seus professores pensavam acerca desse desempenho. Repare que a percepção acerca dos três sujeitos aqui trazidos (pais, professores e alunos) vem do próprio aluno e não buscou-se comprovar se os pais e professores tinham, de fato, a mesma percepção evidenciada pelo aluno.

Tabela 2- Respostas dos estudantes a respeito de suas percepções em relação as suas notas de matemática.

Questões	Boas		Na média		Ruins		Total
	N	%	N	%	N	%	N
O que você acha das suas notas em matemática?	69	24,4	142	50,2	72	25,4	283
O que o seu professor acha de suas notas em matemática?	58	20,5	143	50,5	81	28,6	282
O que seus pais acham de suas notas em matemática?	88	31,1	107	37,8	87	30,7	282
Total	215	-	392	-	240	-	847

Conforme os dados observados na Tabela 2, os alunos acreditam que seus professores sejam os mais exigentes dos três sujeitos citados (aluno, pais e professores) sendo demonstrado através do fato de que apenas 20,5% dos alunos acreditam que os professores considerem suas notas boas enquanto 31,1% dos alunos acreditam que seus pais acham suas notas em matemática boas. Podemos observar, nestas respostas, que os próprios alunos mostraram-se mais exigentes que seus pais em relação ao seu desempenho porém consideram ser menos exigentes que seus professores.

Outra pergunta do questionário estruturado que chamou a atenção foi a que se refere a percepção do estudante quanto a importância de se estudar a disciplina de matemática. Aliada a essa questão, vinha uma pergunta que indagava o estudante sobre ele gostar ou não da disciplina e matemática.

Tabela 3- Respostas dos alunos sobre a disciplina de matemática.

Questões	Sim		Não		Total
	N	%	N	%	N
Você acha que estudar matemática é importante?	265	93,6	17	6,0	282
Você gosta da disciplina de matemática?	161	56,9	119	42,0	280
Total	426	-	136	-	562

A Tabela 3 nos mostra que apesar de 93,6% dos alunos terem respondido acreditar que estudar matemática é importante, apenas 56,9% declararam gostar da disciplina. Isso demonstra que a maioria dos alunos reconhece, de alguma forma, que estudar essa disciplina seja importante. Dos alunos que consideraram a disciplina de matemática importante, 61 alunos, representando 21,55%, declararam que a matemática tem importância, pois os ajudará a ter êxito em suas profissões no futuro.

Uma questão posterior indaga o aluno acerca de suas experiências pessoais com professores de matemática, perguntando a eles se consideram que tiveram bons professores de matemática.

Tabela 4- Respostas a pergunta: você considera que teve bons professores de matemática?

Respostas	Frequência	Porcentagem %
Sim	213	75,3
Não	65	23,0
Total de respostas	278	98,2

Apesar de observamos que 42% dos alunos disseram não gostar da disciplina de matemática (conforme a tabela 3), 75,3% deles acreditam terem tido bons professores de matemática.

Uma ultima questão do questionário estruturado que gostaria de trazer, para fomentar nossa discussão posterior, se refere à freqüência com a qual os alunos dedicam-se a estudar a matéria de matemática. As opções contidas abaixo foram oferecidas para que o aluno marcasse a opção que mais se adequasse ao seu caso.

Tabela 5- Respostas dos alunos em relação a frequência de suas práticas de estudo em matemática.

Respostas	Frequência	Porcentagem %
Nunca	39	13,8
Sempre estudo fazendo os deveres de casa	53	18,7
Sempre estudo fazendo os deveres de casa e revendo as anotações em aula	51	18,0
Estudo apenas para as provas	84	29,7
Estudo apenas quando meus pais mandam	23	8,1
Estudo apenas quando vou mal nas provas	33	11,7
Total de respostas	283	100,0

A maior concentração das respostas pode ser encontrada na somatória das alternativas que continham as respostas "Sempre estudo fazendo os deveres de casa" e "Sempre estudo fazendo os deveres de casa e revendo as anotações em aula", totalizando 36,7% das respostas e demonstrando que esse percentual de alunos estuda a disciplina cumprindo as tarefas escolares. Logo em seguida, em 29,7% das respostas, os alunos declararam estudar apenas para o período de provas. Os alunos que declararam nunca estudar a disciplina de matemática, representaram 13,8% dos entrevistados.

Em relação ao questionário que continha a escala de motivação, alguns questionários precisaram ser invalidados pois alguns entrevistados deixaram em branco pelo menos um campo da escala de motivação.

Tabela 6- Pontuação máxima, mínima, média e desvio padrão em motivação intrínseca (MI) e extrínseca (ME).

Orientação motivacional	N	Pontuação mínima	Pontuação máxima	Média	Desvio padrão
MI	272	2	20	13,40	3,804
ME	268	0	19	6,91	4,025

A Tabela 6 nos mostra que para a motivação intrínseca a pontuação mínima foi de 2 e a pontuação máxima foi de 20, o que revela que alguns estudantes se mostraram muito pouco motivados intrinsecamente e outros totalmente. Já para a motivação extrínseca a pontuação mínima foi de 0 e a pontuação máxima foi de 19. A média da pontuação para a motivação intrínseca foi de 13,4 (com desvio padrão de 3,804) e a média de pontuação para a motivação extrínseca foi de 6,91 (com desvio padrão de 4,025), o que mostra que os alunos, na média, mostraram-se mais motivados intrinsecamente do que extrinsecamente.

O teste e Mann Whitney foi aplicado para verificar se havia diferenças entre os gêneros quanto a motivação.

Tabela 7- Resultado da prova de Mann Whitney na comparação entre os gêneros.

Teste	MI	ME
U de Mann-Whitney	8031,500	6654,000
W de Wilcoxon	17622,500	15300,000
Z	-1,782	-3,585
Valor de p	0,075	0,000

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 7, houve diferenças entre os sexos apenas para a motivação extrínseca, pois o valor de p foi menor do que 0,05. Analisando o ponto médio entre os pesquisados do sexo feminino e do sexo masculino, verificou-se que estudantes do sexo masculino (Ponto médio= 150,57) se declararam mais motivados extrinsecamente do que os estudantes do sexo feminino (Ponto médio= 116,79).

Abaixo serão apresentados os resultados dos testes de correlação entre as questões do questionário estruturado e a escala de motivação, para verificar se houve correlação, seja ela positiva ou negativa. Serão apresentados os coeficientes de correlação e o Valor de p, para cada tipo de motivação (MI e ME) em relação a cada uma das questões. Será considerado significativo todo valor de p igual ou inferior a 0,05.

Tabela 8- Correlação entre as questões de múltipla escolha do questionário estruturado e as escalas de Motivação Intrínseca (MI) e Motivação Extrínseca (ME).

Questões	MI		ME	
	r	p	R	P
1. O que você acha das suas notas em matemática?	0,414	0,000	-0,049	0,426
2. O que o seu professor acha de suas notas em matemática?	0,379	0,000	-0,049	0,422
3. O que seus pais acham de suas notas em matemática?	0,383	0,000	-0,088	0,151
4. Você acha que estudar matemática é importante?	-0,194	0,001	0,038	0,535
5. Você gosta da disciplina de matemática?	-0,393	0,000	0,156	0,011
6. Você acha que teve bons professores de matemática?	-0,222	0,000	0,007	0,911
7. Você costuma estudar matemática?	-0,066	0,281	0,085	0,164
9. Você, quando era mais novo, gostava de matemática?	-0,063	0,304	0,001	0,990

As questões 1, 2 e 3 apresentaram correlação positiva moderada com a escala de MI, assim como a questão 5 apresentou correlação positiva fraca em relação a escala de ME, já as questões 4, 5 e 6 apresentaram correlação negativa fraca em relação a escala de MI e a questão 5 apresentou correlação negativa moderada com a escala de MI.

Conclusões

Os alunos estão expostos a diversos desafios, constantemente, em sala de aula, e sabe-se que a motivação é um fator importante para processos de aprendizagem (BRITO, 1996; BZUNECK, 2009; BORUCHOVITCH, 2010) e na transposição dos obstáculos naturais destes processos. A disciplina de matemática foi foco deste trabalho devido as inúmeras queixas de estudantes que a retratam como e difícil entendimento e aprendizado e, portanto, verificar se a motivação estava relacionada a essas dificuldades mostrou-se relevante.

Um dos primeiros dados observados trazidos neste artigo é que o resultado que mostrava que alunos que consideram suas notas em matemática boas, teve correlação positiva com alunos intrinsecamente motivados, embora não tenha sido analisado se, de fato, esses alunos apresentavam boas notas.

Quando nos deparamos com a questão que indagou ao aluno se ele considerava importante estudar matemática, foi verificado que 93,6% deles responderam afirmativamente e 21,55% desses entrevistados justificou, utilizando os campos de respostas presentes nas questões abertas, relatando que o aprendizado de matemática os ajudaria a obter êxito em suas futuras profissões. Um dos alunos relatou que o aprendizado da disciplina era importante porque no futuro ele precisaria dos estudos em matemática -“sem os estudos eu não vou chegar a nada. Eu não vou trabalhar, não vou ter as coisas que preciso. Sem os estudos eu não vou a nenhum lugar”-. Outro aluno justificou tal importância, pois disse- "a matemática é importante para a sua vida, para você arranjar um emprego e até uma namorada”- imputando ao conhecimento da disciplina não só a possibilidade de ascender profissionalmente, mas também a possibilidade de se realizar em sua vida amorosa. Já em relação a aqueles que não acreditavam ser importante o estudo da matemática, um dos alunos justificou sua resposta dizendo que a matemática tinha algumas- "coisas inúteis que acreditava nunca mais ter que fazê-las, a não ser na aula"-.

Essa relação entre a “utilidade” da matemática e a vida profissional do estudante mostra-se muito comum, pois, a razão de existir da escola, é geralmente associada ao aprendizado que promova ascensão social. As respostas destes alunos em relação a importância da matemática suscitam muitos outros questionamentos no que se refere ao papel da escola na sociedade de hoje, que pelo visto, tem aspectos significativos para alguns alunos (como a importância do aprendizado para o trabalho) e outros aspectos significativos para os demais. Em um trabalho desenvolvido por Charlot (2001) encontramos novamente essa referencia à utilidade que os conhecimentos específicos disciplinares têm ao futuro trabalho que o jovem possa desempenhar.

Outro fato interessante observado com a questão “Você gosta da disciplina de matemática?”, foi a verificação de uma correlação moderada negativa, ou seja, os alunos que responderam positivamente a gostar da disciplina de matemática revelaram uma motivação intrínseca baixa. Essa questão apresentou correlação positiva fraca com a motivação extrínseca. Isso pode nos levar a concluir, com base nesses dados, que os alunos estão sendo mais extrinsecamente motivados do que intrinsecamente a gostar de matemática.

Segundo Bandura (1986; 1989; 1993 apud Bzuneck, 2009) o aluno tem motivação em envolver-se com determinada atividade de aprendizagem acadêmica quando ele acredita que possui os conhecimentos, talentos e habilidades necessários para alcançar os objetivos da tarefa e adquirir mais habilidades e conhecimentos novos com o cumprimento desta. Neste caso, podemos dizer que o aluno possui fortes crenças de autoeficácia (BANDURA, 1997 apud Azzi & Polydoro, 2010), que irão lhe permitir implementar as melhores estratégias para a finalização de suas tarefas, apesar de possíveis dificuldades.

O estudo da motivação no contexto escolar tem sido o tema de pesquisa de muitos investigadores assim como tem sido motivo de indagação de professores e educadores em geral. Quando nos dispomos a estudar a motivação de estudantes, precisa-se considerar o contexto, assim como os componentes próprios, aos quais eles estão expostos no ambiente escolar.

Quando voltamos o nosso olhar para a formação dos professores de matemática percebemos o quão fundamental são disciplinas relacionadas a psicologia, pois estas auxiliam o professor a compreender, de modo mais apurado, como algumas questões, como a motivação, são importantes para o desenvolvimento satisfatório do processo de ensino aprendizagem em sala de aula.

Este trabalho tem o intuito se ser mais uma pesquisa acerca de motivação escolar que venha a somar aos demais não sendo, portanto, conclusivo sob diversos aspectos necessitando que muitos dos itens aqui trabalhados sejam melhor investigados.

Referências Bibliográficas

AGUAYO, C. M.; LORA, M. E. *Cómo hacer una regressión logistica binaria "paso a paso"*. In: DocuWeb-fabis. Fundación Andaluza Beturia para la Investigación en Salud. Sevilha, Espanha; 2007. Disponível em: <http://www.fabis.org/html/archivos/docuweb/regresion_logistica_2r.pdf>. Acesso em: 15 agosto. 2015.

AZZI, R. G; e POLYDORO, S. A. J. *O papel da autoeficácia e Autorregulação no Processo Motivacional*. In: Boruchovitch, E.; Bzuneck, J. A. e Guimarães, S. E. R. (orgs.) Motivação para aprender: Aplicações no contexto educativo. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. Brasília:* MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf> Acesso em: 15 agosto. 2015.

BRITO, Marcia Regina Ferreira de. *Um estudo sobre as atitudes em relação à Matemática em estudantes de 1º e 2º grau.* 1996. 398 f. Tese (Livre Docência) - Faculdade de Educação- UNICAMP, Campinas, 1996.

BUROCHOVITCH, E; BZUNECK, J. A.; GUIMARÃES, S. É. R.(orgs). *Motivação para aprender: aplicações no contexto educativo.* Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

BZUNECK, José Aloyseo; BURUCHOVITCH, Evely (Org.). *A motivação do aluno.* Petrópolis- Rj: Vozes, 2009.

CHARLOT, Bernard (Org.). Os jovens e o saber: *Perspectivas mundiais.* Porto Alegre: Artmed, 2001.

GUIMARÃES, Sueli Édi Rufini; BZUNECK, José Aloyseo. *Propriedades psicométricas de uma medida de avaliação da motivação intrínseca e extrínseca*: um estudo exploratório. Psico-USF, v. 7, n. 1, p.01-08, jan. 2002.

MARTINELLI, Selma de Cássia; BARTHOLOMEU, Daniel. *Escala de motivação acadêmica: uma medida de motivação extrínseca e intrínseca.* Avaliação Psicológica, p.21-31, 2007.

MARTINELLI, Selma de Cássia; SISTO, Fermino Fernandes. *Escala para avaliação da motivação escolar infanto-juvenil.* São Paulo: Casa do Psicólogo, 2011.

RODRIGUES, Ana Cecília Moz Alves. *A motivação de estudantes do ensino fundamental e a aprendizagem de matemática.* 2012. 46 f. TCC (Trabalho de Conclusão de Curso). Faculdade de Educação- UNICAMP, Campinas. 2012.

WEISZFLOG, Walter (Ed.). Michaelis: *Moderno dicionário da Língua Portuguesa.* São Paulo: Melhoramentos, 2007. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index. php>. Acesso em: 13 jul. 2012.

A urna de bernoulli como modelo fundamental no ensino de probabilidade

Marcelo Rivelino Rodrigues
marcelorrodrigues@yahoo.com.br
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Resumo

Neste artigo o nosso objetivo é o de apresentar um recorte feito na pesquisa realizada por Rodrigues (2007), em que o autor contempla no seu trabalho uma situação de aprendizagem, com a utilização da modelagem Matemática para o ensino dos conceitos probabilísticos de base. Com esse intuito e, fundamentado nos pressupostos da Engenharia Didática de Michèle Artigue, aplicamos e analisamos uma situação de aprendizagem composta por quatro atividades. Dentre estas, apresentamos a atividade denominada "A Garrafa de Brousseau", que busca representar um modelo pseudo concreto da Urna de Bernoulli. Esta atividade colaborou com o nosso objetivo, que era o de possibilitar, para os alunos participantes de nossa pesquisa, a construção dos conceitos probabilísticos de base, a partir da introdução da dualidade dos pontos de vista, tanto pela visão Clássica como pela visão Frequentista, tal como já havia sido apontado tanto por Coutinho assim como por outros autores. Como aporte teórico da nossa pesquisa, utilizamos a Teoria da Situações Didática (TSD) de Guy Brousseau e a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. A teoria de Brousseau nos auxiliou na elaboração das atividades propostas, cuja análise apontou que esses estudantes, por meio da mobilização dos princípios multiplicativos e não só os aditivos e também, pela dualidade das visões Clássica e Frequentista, construíram o significado dos conceitos probabilísticos de base.

Palavras-chave: Modelagem. Probabilidade. Campos Conceituais. Urna de Bernoulli. Garrafa de Brousseau.

Introdução

O foco em questão é o de fazer com que os alunos avancem da mobilização de estratégias unicamente no princípio aditivo para uma manipulação também no princípio multiplicativo, utilizando uma situação didática cujo principal objetivo é, ao fim da quarta atividade, que eles possam fazer uso de ambos os princípios na resolução da atividade alcançando, dessa forma, o estágio que Henry (2006) classificou de pré-probabilidade. Para alcançarmos o nosso objetivo utilizaremos a urna Bernoulli como modelo fundamental para ensino e aprendizagem dos conceitos probabilísticos de base. Toda a sequência de ensino foi elaborada no intuito de que o aluno use o modelo pseudoconcreto do modelo binomial. Em Coutinho (2001) a autora define da seguinte forma o domínio pseudoconcreto: "*o domínio de transição entre o domínio da realidade* *e o domínio teórico, quando colocamo-nos num processo de modelização. O domínio pseudoconcreto é aquele no qual se utilizam os nomes dos objetos da realidade para designar objetos abstratos, idealizados, teóricos. Sua função didática é induzir implicitamente o modelo teórico em causa, mesmo se esse modelo não é ainda acessível aos conhecimentos dos alunos. Pode-se apresentar um modelo por uma analogia, introduzindo-se objetos idealizados da realidade. Isto quer dizer que, num vocabulário corrente, os objetos do modelo são dotados de propriedades características bem definidas, ilustrando a mudança de domínios, necessária quando de um processo de modelização."*

A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, irá nos nortear sobre a construção do conceito de probabilidade. Por meio de uma análise *a priori*, iremos identificar quais são os esquemas mentais mobilizados pelo sujeito (aluno) quando quer fazer uso dos princípios aditivos ou multiplicativos na resolução de um determinado problema. Poderemos verificar também quais os conceitos-em-ação ou quais os teoremas-em-ação relativos a esses princípios para que possamos, na continuidade da coleta dos dados, numa análise *a posteriori*, identificar quais foram às mudanças ocorridas durante o desenvolvimento da sequência de ensino por nós aplicada. Essa identificação se dará por meio da análise das produções dos alunos na resolução de atividades que irão compor a sequência de ensino por nós idealizada. A identificação desses invariantes tem como objetivo principal verificar se esses alunos utilizam os princípios aditivos e os princípios multiplicativos pois, segundo Henry: *"... o aluno deverá mobilizar na resolução de problemas envolvendo conceitos de probabilidade tanto os princípios aditivos quanto os princípios multiplicativos, pois somente a partir daí o aluno estará apto na construção de tais conceitos (Henry, 2006)".* Quando ocorrer a mobilização de ambos os princípios, o aluno estará no estágio de "pré-probabilidade" (Coutinho, 2001), segundo essa autora, o estágio pré-probabilidade se caracteriza pela mobilização dos princípios multiplicativos, além dos princípios aditivos na resolução de problemas envolvendo ideias probabilísticas.

A teoria das situações tem como objeto central a situação didática, composta de um conjunto de relações estabelecidas explicita e/ou implicitamente entre o aluno ou um grupo de alunos, o meio e o professor que tem a missão de fazê-los adquirir um saber constituído ou em constituição. Para Brousseau, um meio sem intenções didáticas se torna insuficiente para a aquisição do conhecimento. Para tanto, o professor tem a incumbência de criar e organizar um meio e situações suscetíveis de provocar essa aprendizagem. Esse meio e essas situações devem englobar os saberes matemáticos cuja aquisição é visada. *“Um novo conhecimento é construído a partir de conhecimentos antigos e também contra esses mesmos conhecimentos” (Bachelard, 1938 apud Coutinho, 2001).* Corroborando com essa ideia: *“O aluno aprende adaptando-se a um meio. Esse saber, fruto da adaptação do aluno, manifesta-se pelas novas respostas que são a prova da aprendizagem” (Brousseau, 1986 apud Almouloud, 2005).*

Para uma representação concreta da urna de Bernoulli, faremos uso da atividade denominada a Garrafa de Brousseau apresentada por Guy Brousseau em 2002. A urna de Bernoulli é o modelo frequentista de probabilidade, e representa uma experiência aleatória, um modelo binomial resultando em dois eventos possíveis: “sucesso” ou “fracasso”. Esse modelo permite, conforme comentou Coutinho (2004), exprimir de uma forma completa o processo de modelagem, desde a observação da situação aleatória a ser modelada até a explicitação do modelo que representa, além de caracterizar-se por através poderem ser construídas a partir desta modelo maioria das leis discretas, para populações finitas, representativas de outros tipos de experiências aleatórias.

A atividade baseia-se em estimar a composição das bolas dentro de uma garrafa não transparente, ou seja, como estimar a proporção de bolas brancas na garrafa. Espera-se que os alunos percebam a necessidade da modelização, e especificamente a do modelo pseudoconcreto da Urna de Bernoulli, a fim de alcançar o estágio de pré-probabilidade. Para isso é necessário que os alunos tenham conhecimento de proporção para que possam, por meio dos conceito-em-ação, construírem os conceitos probabilísticos de base. São necessárias variáveis como a quantidade de bolas brancas e pretas dentro do saco e o desconhecimento por parte dos alunos desse total, bem como a escolha de cinco bolas para serem colocadas dentro da garrafa não transparente, que também vemos como uma variável interessante nesse processo. Acreditamos que esses fatores produzam o que, na Teoria das Situações, Brousseau chamou de “meio antagônico”.

A Situação de Aprendizagem – Construção dos conceitos probabilísticos de base utilizando-se a modelagem Matemática

Participaram voluntariamente do experimento uma turma de 39 alunos do último ano do Ensino Fundamental (antiga 8ª série e atual 9º ano), de uma escola estadual, situada na cidade de São Paulo – SP. As quatro atividades que compuseram a situação de aprendizagem foram aplicadas em dois encontros com a duração de 50 minutos cada. Nas três primeiras atividades os alunos responderam individualmente as questões, e estas foram aplicadas separadamente e, entre uma questão e outra, os alunos puderam justificar as suas respostas. Para a Teoria das situações Didáticas, esta momento de justificação encontra-se na terceira fase, classificada como fase de validação, onde mecanismos de prova utilizados pelos alunos e, os saberes por eles já elaborados passam a ser usados com uma finalidade de justificar suas respostas. A quarta atividade foi apresentada em um segundo encontro. Nesta atividade os alunos foram separados em grupos de 5 alunos, onde um deles fez as anotações dos experimentos realizados pelos demais, buscando a configuração apresentada da atividade da Garrafa de Brousseau.

Análise da Situação de Aprendizagem

Atividade 1 - *"Letícia prefere balas de laranja ao invés de balas de limão."*

Existem dois potes de balas, ambos contendo balas de laranja e balas de limão. Sabendo que ela deverá escolher um dos potes, responda:

- Qual dos potes Letícia deve escolher para retirar sua bala preferida, já que o pote 1 contém 6 balas de laranja e 10 de limão e que o pote 2 contém 8 balas de laranja e 14 de limão?".

Nessa atividade buscaremos identificar quais princípios, aditivos ou multiplicativos, os alunos mobilizam na resolução do problema. Também faz parte do nosso intento introduzir um modelo com resultados do tipo "sucesso ou fracasso", objetivando a busca da regularidade de um modelo adequado na resolução das atividades por parte dos alunos pesquisados.

A análise dos diálogos, durante a aplicação da atividade, terá como objetivo identificar os invariantes operatórios mobilizados pelos alunos. Essa identificação se dará também através da justificativa das respostas dadas.

O objetivo é levar o aluno a dar-se conta de que não é suficiente escolher o pote que tem mais balas de laranja ou menos balas de limão, mas que é necessário também perceber as duas quantidades simultaneamente. Isso deverá ser feito por meio de um relato comparativo de grandezas (ou seja, um estudo da proporção entre as quantidades que compõem os potes de balas). Determinar seguidamente e comparar os relatórios dos números de balas de laranja e de limão através de razões (de mesmo denominador ou numerador), ou dividindo um por outro. Determinar e comparar os relatórios do número balas de laranja e o número total de balas de cada pote. Ou ainda planificar um raciocínio proporcional, do tipo: em um pote de 6/10 haveria a mesma possibilidade que um pote de 12/20. Preparar uma lista do tipo:

Laranja	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	...
Limão	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	...
Total	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	...

Laranja	8	16	24	32	40	48	56	64	72	...
Limão	14	28	42	56	70	84	98	112	136	...
Total	22	44	66	88	110	132	154	176	198	...

Levar a refletir que se pode comparar facilmente 42/70 e 40/70, 66/176 e 64/176, 24/ 64 e 24/ 66 ou 48 /128 e 48/132, para deduzir que, com a escolha do primeiro pote, é mais favorável que se tire uma bala de laranja.

Apresentamos algumas das respostas para essa atividade:

O aluno D respondeu: *"Ela deve escolher o pote 1, porque tem 4 balas de diferença do 2, que tem 6 balas de diferença"*.

O aluno J respondeu: *"Ela deve escolher o pote 1, pois só há 4 balas de diferença, pois 10 - 6 = 4, então ela terá só 4 chances a mais de errar. Já o pote 2 tem 6 chances de errar, pois 14 – 8 = 6. Então é preferível ela ter apenas 4 balas de diferença do que 6"*.

A aluna R respondeu: *"Bem, Letícia sabendo quantas balas tem em cada pote, deverá escolher o primeiro pote, pois contém menos balas de limão, e facilitará muito a ela pegar a bala de laranja"*.

Aqui vemos que a aluna R fez uso do princípio aditivo: comparou a quantidade de balas de limão em cada pote e concluiu que a possibilidade de sucesso (bala de laranja), será maior na escolha do pote que contiver um número menor de balas de limão.

O grupo de alunos que D1, J e R representam optou por mobilizar os princípios aditivos na resolução da atividade 1. Aparentemente esses alunos se encontram num estágio inferior àqueles que mobilizaram os princípios multiplicativos da resolução desta atividade (como é o caso dos grupos que os alunos D2 e I representam), conforme as suas respostas a seguir.

O aluno D2 respondeu: *"Bom, eu fiz as contas e ficou assim: pote 1 (6 laranjas + 10 limão = 16 balas, 6 ÷ 16 = 0,375 ou 37,5%). Já o pote 2 tem: (8 laranjas + 14 limão = 22, 8 ÷ 22 = 0,3637, ou 36,37%). Portanto, a probabilidade de ela pegar uma bala de laranja é maior no pote 1 do que no pote 2".*

Já a resposta de I foi: *"Pote 1: P(A) = 6 / 16 = 0,37. Pote 2: P(A) = 8 / 22 = 0,36.*
Letícia deve escolher o pote 1, pois a probabilidade de tirar as balas preferidas é maior".

Na resolução da atividade, o aluno D mobilizou com clareza os princípios aditivos e os princípios multiplicativos. Dessa forma, ele se apresenta mais apto a construir os conceitos básicos de probabilidade pois, ao que parece, para alunos como D o professor deverá descontextualizar o conceito implícito e institucionalizar o conceito, já que ele apresenta as ferramentas necessárias para a resolução de problemas dessa natureza.

Já o aluno I mobilizou apenas os princípios multiplicativos para resolver o problema. Mas isso não dizer, em hipótese alguma, que I não saiba mobilizar os princípios aditivos. Isso porque, segundo Henry, ambos os princípios devem ser mobilizados na resolução de problemas de caráter probabilista

Atividade 2 - *"Qual é a chance de se escolher um aluno da sala de aula, ao acaso, e que o aniversário desse aluno, neste ano, seja num domingo?".*

Mantendo a linha de pesquisa por nós estabelecida, que seja a de ratificar a necessidade intuitiva por parte dos alunos da utilização de modelo probabilístico pertinente para a resolução do problema, essa atividade tem o objetivo de, além de verificar a ocorrência ou não de mudança do princípio aditivo para o multiplicativo por parte dos alunos, também validar ou não o modelo probabilístico utilizado no exercício anterior.

A aluna D respondeu desta forma: *“A probabilidade de 1 em 7, pois em uma semana tem 7 dias, contando 1 domingo”*

Eis a resposta da aluna G: *“A probabilidade é de 1 em 7.”*

Tanto aluna D como a aluna G e os grupos que elas representam fizeram uso do modelo Laplaciano, ou seja: a razão entre os eventos desejados e os eventos possíveis, considerando como total os dias da semana.

Assim respondeu a aluna F: *“1 / 7 = 0,1428571”*

A aluna F está em um estágio de pré-probabilidade, pois forneceu uma resposta aceitável para a questão, já que levou em conta o número de dias da semana na sua justificativa além, é claro, de mobilizar o princípio multiplicativo pertinente nesta atividade.

Atividade 3 - “Sabendo que seis alunos desta sala fazem aniversário num domingo, você mudaria sua resposta na questão anterior? Justifique”.

Na atividade 3 é introduzida uma informação sobre a composição desse espaço amostral, buscando solução na estimação da probabilidade pelo estudo das frequências observadas. Se pedirmos aos alunos para repensar sobre a resposta da atividade 2, é com o objetivo didático de compreender porque o primeiro modelo, ainda que razoável, sobretudo se os alunos são numerosos, é muito aproximativo e não pode dar um bom valor à probabilidade solicitada. Isso coloca em evidência a importância de tratar os problemas de probabilidade em termos de modelos e de cálculos teóricos quando nos propomos a lhes aplicar à realidade. Nesse sentido, essas atividades se mostram muito simples para isso, visto que os problemas tradicionais de moedas ou dados não permitem claramente distinguir realidade de modelo, visto que são geradores de acaso (quase) perfeitos. Assim, após essa inserção de esclarecimento sobre a pertinência das atividades 1 e 2, que tem por objetivo tornar claro o porquê da utilização dessa sequência de ensino e da manutenção das atividades, voltamos à apresentação das atividades restantes.

Nessa atividade, a aluna F deu a seguinte resposta: *“Sim, porque as chances são maiores de fazer aniversário no domingo do que na atividade anterior, pois agora são 6/39”.*

Nessa atividade, a aluna C deu a seguinte resposta: *“Sim, porque a quantidade de alunos são maiores e as chances de fazer aniversário também são”.*

Para os alunos do grupo do qual as alunas F e C fazem parte, da questão 1 para a questão 2 mudou o total de referência. Para eles, o total passou de 7 dias/ semana para 39 alunos.

Para essa atividade a aluna D deu a seguinte resposta: *"6 / 365 = 0,01 possibilidades. Sim mudaria, pois a possibilidade diminuiu."*.

A aluna D representa o grupo que tomou como referencial os dias do ano para a atividade 3, e que por isso acha que mudaria a suas respostas.

Chamemos a atenção para este fato, pois aqui se apresenta uma necessidade gritante da modelagem para questões de caráter probabilista, uma vez que os alunos apresentam certa dificuldade para determinar um total como referencial.

Resposta da aluna G: *"Não, porque eu não saberia se o aluno que eu escolhi fará aniversário no domingo ou não"*.

Observemos que, analisando as respostas da aluna D e da aluna G para a segunda questão, fica evidente que elas estão num estágio pré-probabilidade em que o conceito é algo ainda desconhecido. Por força do contrato didático, elas buscam respostas mesmo que, às vezes, contraditórias em relação a outras já dadas.

Como esses alunos do grupo de respostas das alunas D e G já mobilizam princípios multiplicativos, podemos dizer que eles possuem, à luz da teoria das Situações Didáticas, os pré-requisitos para a construção de novo conceito – no caso, o de probabilidade.

Resposta da aluna F para esta atividade: *"6 / 7 = 0,8571. Sim, mudaria, pois na atividade anterior havia apenas uma chance, agora há seis possibilidades de um aluno fazer aniversário no domingo"*.

A aluna F também encontra dificuldade para justificar sua resposta, muito embora ela faça parte do grupo que, na atividade 2, já mobilizava os princípios multiplicativos, além de fazer uso do modelo Laplaciano p(A) = n(A)/n.

Os resultados aqui apresentados mostram, que na atividade, dois alunos utilizaram o conceito de probabilidade, em que se verifica que a probabilidade da ocorrência de determinado evento provém da razão do número de eventos satisfatórios pelo número de eventos possíveis de determinada experiência.

Já na atividade 3, vemos que alguns alunos (que na atividade já utilizavam, mesmo sem se dar conta, o conceito de probabilidade Laplaciano), não o ratificaram na atividade 3, pois encontraram dificuldades para justificar suas resposta através deste conceito.

Por outro lado há um grupo de alunos que percebeu a mudança no total de referência, e desta forma aplicaram em ambas as atividades o conceito de probabilidade a partir do modelo p(A) = n(A) / n.

São estes alunos que Henry classificou num estágio pré-probabilidade. Eles possuem, mesmo sem a formalização do mesmo, o conceito de probabilidade e, na busca da resolução dos problemas, mobilizaram os princípios aditivos e os princípios multiplicativos.

Atividade 4 - *"Em uma garrafa não transparente e vazia colocaremos cinco bolas, tomadas de um saco opaco que contém cerca de trinta bolas. Devemos verificar que haja no saco apenas bolas brancas e bolas pretas. Após misturar, retirar 5 bolas, permitindo aos alunos a constatação da quantidade (mas não a cor). Colocar as 5 bolas na garrafa, fechando seu gargalo com material transparente, simulando um funil. Questão a ser colocada: como estimar a composição na garrafa? Ou seja, como estimar a proporção de bolas brancas na garrafa?".*

Após as mais diferentes tentativas de se descobrir qual a cor das bolas dentro do saco, inclusive a de entornar a garrafa para observar a cor da bola através da tampa transparente (esse processo de tentativa de resolução por parte dos alunos está prevista na Teoria das Situações – meio antagônico e a tentativa de evoluir de forma autônoma), propor uma atividade com as seguintes regras:

1 – Misturar as bolas na garrafa.

2 – Entornar a garrafa e observar a cor bola que aparece na tampa transparente.

3 – Anotar a cor dessa bola.

a) Faça 5 blocos de 20 sorteios sucessivos, preenchendo um quadro com os resultados. Use (B) para branca e (P) para preta.

b) Qual a quantidade de bolas brancas e de bolas pretas na garrafa? Justifique sua resposta.

c) Qual a chance de ser sorteada uma bola branca?

d) Qual a chance de ser sorteada uma bola preta?

Nessa tarefa utilizamos a representação concreta da urna de Bernoulli, tal como sugerida na atividade elaborada por Brousseau (2002). Dessa forma, como apontam os trabalhos de Coutinho (1994, 2001), fica patente a necessidade da introdução do conceito de Probabilidade, levando-se em conta a dualidade dos pontos de vista experimental e frequentista. A utilização da representação concreta da urna de Bernoulli por meio da atividade da Garrafa de Brousseau caracteriza nossa tentativa de levar o aluno a construir o conceito de Probabilidade, evoluindo do modelo concreto para o pseudoconcreto, como salientou Coutinho (2001).

Nosso objetivo é o de identificar quais os princípios, aditivos ou multiplicativos, que os alunos pesquisados mobilizaram na resolução das questões, além de verificar se ocorreu uma evolução nos alunos da utilização de um princípio aditivo para um princípio multiplicativo (que, na Teoria dos Campos Conceituais, Vergnaud chamou de teoremas-em-ação). Também gostaríamos de verificar, na ocorrência dessa evolução, que conceitos-em-ação os alunos mobilizaram na justificativa de suas respostas.

Resposta do aluno W para a questão "b": *"Conseguimos mexer a garrafa 400 vezes, sendo que saiu 243 vezes bolas brancas e 157 bolas pretas". 243 = 60,75% brancas. 157 = 39,25% pretas. Então, na garrafa, tem 5 bolinhas, sendo 3 brancas e 2 pretas".*

A resposta do aluno W representa a resposta da maioria dos alunos. W utilizou a informação de que, ao todo, foram feitas 400 amostras com a exibição da bolinha no gargalo da garrafa.

A partir desta informação, o aluno usou o conhecimento que possuía de cálculo de porcentagem na elaboração de sua resposta. Esse aluno apresenta uma evolução no que diz respeito à mobilização dos invariantes operatórios na resolução da atividade, além de mobilizar os princípios aditivos e multiplicativos.

Nesse momento da pesquisa voltamos a ser o professor "clássico": foi retomada a direção da atividade e institucionalizado o conceito de probabilidade a partir do modelo binomial, em que onde a probabilidade é medida entre "sucesso" e "fracasso". Então comentamos sobre a validade implícita em se realizar um grande número de experimentos que caracteriza o modelo frequentista de probabilidade. Feitas essas institucionalizações, passamos às questões "c" e "d" da atividade 4. Para essas questões, obtivemos as seguintes respostas:

Aluno W, com relação às questões "c" e "d": *"A chance de ser sorteada uma bola branca é a de 3 em 5, e de ser sorteada uma bola preta é de 2 em 5".*

Considerações finais

Acreditamos que a construção conceitos probabilísticos de base, por meio do modelo pseudoconcreto da Urna Bernoulli ficou facilitada, uma vez que que os alunos pesquisados puderam construí-lo observando a dualidade dos pontos de vista Clássico e Frequentista, além do fato de esses alunos passaram a mobilizar além dos princípios aditivos também os multiplicativos, tal como aponta Henry. E de fato a modelização na introdução dos conceitos de probabilidade possibilitou a construção dos mesmos pelos alunos sujeitos de nossa pesquisa. Pudemos observar que, ao final da quarta atividade, esses alunos haviam alcançado o estágio de pré-probabilidade a que Coutinho (2001) faz menção. Uma vez que aqui foram apresentados resultados satisfatórios quando da utilização da Urna de Bernoulli como modelo fundamental no ensino desses conceitos.

Esta pesquisa também ratifica as orientações dos documentos oficiais que dizem que tal área do conhecimento deve ser ensinada já nas séries iniciais. Aqui se abre mais uma linha de pesquisa, que é para verificar a construção desses conceitos em séries anteriores, às quais esta pesquisa se ateve.

Referências e bibliografía.

ALMOULOUD, S.A., Fundamentos da didática da Matemática, CEMA, PUC-SP, 2005.

ARTIGUE, M. Epistémologie et didactique. Recherches em didactique des Mathématiques, RDM, v.10, n.2-3, p.241-286, Grenoble, 1990.

BROUSSEAU, G. Fondaments et méthodes de la didactique des mathématiques.
In: Recherches en Didactique des Mathématiques, v.7, n.2, pp. 33-116. Grenoble, 1986.

BROUSSEAU, G., BROUSSEAU, N., WARFIELD, V., "An experiment on the teaching of statistics and probability". Journal of Mathematical Behavior, 20 (2002).

COUTINHO, C.Q.S., Introdução ao conceito de probabilidade pela visão freqüentista – estudo epistemológico e didático. 1994 - São Paulo. Dissertação de Mestardo. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

COUTINHO, C.Q.S., Introduction aux situations aléatoires dès le collège: de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre II, 2001. 330 p. Tese (Doutorado em educação matemática), Université Joseph Fourier, Grenoble I, França.

COUTINHO, C.Q.S., Modelagem, simulação e as orientações dos PCN-EF para o ensino de Probabilidade. Artigo publicado nos anais do IX seminário IASI de Estatística Aplicada – "Estatística na Educação e Educação em Estatística" – Rio de Janeiro, 2003.

COUTINHO, C.Q.S., Atelier: Introdução aux situations aléatoires et à leur modélisation - http://www-leibniz.imag.fr/EM2000/Actes/Ateliers/COUTHINO.pdf (10 de março de 2007).

COUTINHO, C.Q.S., RODRIGUES, L.L. A introdução do conceito de probabilidade no ensino fundamental por meio de processo de modelagem de situações aleatórias. Artigo publicado nos anais do VII EPEM. Universidade de São Paulo – São Paulo, 2004.

HENRY, M., Mini-curso da didática da Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2006.

VERGNAUD, G. La théoria des champs conceptuals. Recherches des didactique des Mathematiques. RDM, v.10, n. 2/3, pp. 133-169.Grenoble, 1990.

A utilização do GeoGebra na contextualização do ensino de Química: um relato da Práxis Docente

Jonatas Teixeira Machado
Instituto federal goiano.
jonatas.ifgoiano@gmail.com

Gilmar Ferreira de Aquino Filho
Faculdade de tecnologia de são vicente.
g.aquinofilho@gmail.com

Luiz Henrique Amaral
Universidade cruzeiro do sul.
luiz.amaral@unicid.edu.br

Resumo

Apresentamos nesse artigo os resultados finais da pesquisa qualitativa aplicada no IFGoiano referente ao ensino do conceito de integral definida, desenvolvido a partir da análise da práxis docente em turmas do curso de Licenciatura em Química. Foi realizado um comparativo de metodologias de ensino com e sem a utilização do software GeoGebra, como ferramenta tecnológica no estudo do Cálculo Diferencial Integral I. As atividades desenvolvidas com o GeoGebra mostraram-nos que é possível ensinar Cálculo de forma dinâmica, tornando a aula mais interativa, instigante e atrativa, com o aluno participando e interagindo com seus colegas na construção do seu próprio conhecimento.

Palavras-Chave: Práxis docente. Integral definida. GeoGebra. Cálculo

Introdução

O estudo do Cálculo nos ambientes acadêmicos nem sempre é tranquilo. Por conta disso, este trabalho de pesquisa sugere como as ferramentas tecnológicas podem contribuir para o processo de aprendizagem. Partindo de uma análise do panorama atual das pesquisas relacionadas ao ensino de Cálculo Diferencial e Integral, observa-se que a preocupação dos pesquisadores com o ensino dessa disciplina é crescente, podendo ser encontradas na literatura várias pesquisas relacionadas ao tema.

O Cálculo Diferencial e Integral constitui-se em um domínio de conhecimento na sociedade moderna, principalmente, pela sua potencialidade na resolução de problemas nas diversas áreas. Entretanto, o processo de ensino e aprendizagem do Cálculo passou a ser, nas últimas décadas, objeto de pesquisa no Ensino Superior, especialmente, pela problemática inerente às dificuldades encontradas para a compreensão de seus conceitos e pelo elevado número de evasão e reprovação de alunos na disciplina de Cálculo. Ruthven (2002) analisou os vínculos entre a investigação e o ensino de Cálculo e propôs uma cooperação entre os conhecimentos derivados da investigação acadêmica e os derivados da prática profissional.

As pesquisas em Educação Matemática relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem do Cálculo se justificam pelo grau de importância que essa disciplina possui nos diversos cursos da área de Ciências Exatas. Assim, segundo Igliori (2009), a pesquisa tem papel fundamental no levantamento de causas e na indicação de caminhos a serem trilhados na busca de melhorias. Ainda de acordo com o autor, as várias pesquisas relacionadas ao tema se justifica tanto pelo fato de o Cálculo constituir-se um dos grandes responsáveis pelo insucesso dos estudantes quanto por sua condição privilegiada na formação do pensamento avançado em Matemática.

Inúmeros pesquisadores destacam fatores que interferem no desempenho dos alunos nessa disciplina. Silva e Borges Neto (1994) destacam diversos fatores, dentre eles, ressaltam que o ensino de Cálculo poderia se tornar mais significativo se os professores soubessem em que e como estão sendo aplicados, *a posteriori*, os conteúdos ensinados. Os estudos desses pesquisadores destacam que, muitas vezes, quando os professores são questionados pelos alunos sobre a importância dos conteúdos estudados em Cálculo, alguns não sabem responder e aconselham os alunos a perguntar aos professores de disciplinas específicas dos cursos dos alunos, e que seu papel é trabalhar os conhecimentos matemáticos com o desenvolvendo das técnicas de resolução de problemas sem possuir, necessariamente, relação com o conteúdo de outras disciplinas e aplicações que serão ensinadas posteriormente.

A crítica desta postura docente é observada em Barbosa (2004), quando o autor refere-se que, o Cálculo pelo cálculo, sem aplicação e contextualização, fica centrado em uma pedagogia rotineira, tradicional, em que muitos docentes estão acostumados.

Nesse contexto, Lopes (2013) descreve:

> “A forma de aprender dos alunos do século XXI está mudando. A incorporação da informática na sociedade e sua difusão mudaram o perfil e de seus interesses. Os espaços sociais atuais exigem das pessoas uma compreensão mais ampla das questões científicas. Assim, apenas o ensino de fatos e fórmulas, leis e teorias não prepara mais o aluno para as demandas sociais e culturais” (LOPES, 2013, p. 127)

Trabalhar o Cálculo e suas aplicações pode ser úteis, também, como formas de motivação do estudante. Para Silva e Borges Neto (1994), quando os alunos conseguem relacionar os conteúdos com situações reais que possam ser vivenciadas em sua vida profissional, o nível de interesse é maior, proporcionando melhor apreensão dos conhecimentos trabalhados e, com isso, as habilidades são desenvolvidas mais rapidamente.

Consideramos ser imprescindível a integração e a interação entre tecnologia e ensino de Cálculo nos cursos de graduação. Mas, para isso, conforme Miskulin (2006), é importante que o professor esteja preparado à essas tendências pedagógicas para compatibilizar os métodos de ensino, a teoria dos conteúdos com as tecnologias, tornando-as parte da realidade do acadêmico.

De acordo com Artigue (2003), o problema está na formalização dos conteúdos de Cálculo requerida aos acadêmicos e como os obriga a romper com os trabalhos algébricos e passar a reconstruir significados. A mesma autora destacou as dificuldades que surgem aos acadêmicos nos cursos em que há, como componente inicial, o Cálculo I destacando que, no ensino tradicional da mesma disciplina, tais dificuldades são resolvidas através da exaustiva e excessiva algebrização, em detrimento do estudo das funções; do cálculo de derivadas em detrimento das aproximações lineares e do cálculo de primitivas em detrimento do significado para a integral; do algoritmo para calcular as integrais em detrimento da sua interpretação, o qual Powell (2013) corroborou quando disse que até 1950 o ensino de Matemática era por práticas pedagógicas voltadas a memorização por repetição.

De acordo com Gravina e Santarosa (1998), um ambiente educacional informatizado possibilita ao aluno a construção do seu conhecimento, pois com auxílio de um recurso computacional o estudante pode modelar problemas e fazer simulações, além de visualizar uma situação que muitas vezes não seria possível sem essa ferramenta.

Ambientes informatizados proporcionam um conhecimento matemático dinâmico, contribuindo para a apreensão do significado dos conteúdos matemáticos, bem como uma maior interação do aluno com o conhecimento que está sendo construído e favorecem a simulação, permitindo ao educando expressar seus pensamentos e ideias.

Para Fonseca e Gonçalves (2010), a utilização de softwares educacionais facilita a compreensão dos conceitos matemáticos, em particular conceitos de Cálculo

Diferencial e Integral I, faz com que possamos explorar por meio de construções que podem ser manipuladas, deixando de ser estáticas e proporcionando uma nova visão da matemática. Contudo, para que esse software contribua para a obtenção de resultados positivos dessa natureza em sala de aula, é imprescindível que os professores adotem a postura de mediadores do processo. O mesmo autor complementa que o docente é indispensável no processo de aprendizagem com auxílio de ferramentas computacionais, pois é ele o responsável por motivar os alunos e conduzi-los na busca de descobertas.

Nesse processo, o professor enquanto mediador da aprendizagem, cabe explorar junto com o estudante o conhecimento matemático que está sendo construído, assim como, os conceitos matemáticos envolvidos. Logo, a utilização de recursos computacionais nas aulas possibilita a exploração dos conteúdos matemáticos a partir do campo visual do aluno. Vale enfatizar que são estas concepções que geram a abordagem da pesquisa proposta, ou seja, o aluno constrói, investiga e é conduzido a descobertas orientadas pelo professor. A partir da prática docente, observamos que, nos cursos de graduação de grande parte das Instituições de Ensino Superior (IES) no Brasil, muito se tem comentado e estudado a inclusão digital e sobre a influência da tecnologia nas metodologias educacionais. Entretanto, pouco se tem utilizado das ferramentas tecnológicas de forma consistente e consciente nas atividades docentes e, no caso da pesquisa, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

O elevado índice de reprovação e evasão em Cálculo tem levado muitos pesquisadores a se preocuparem com o desempenho dos alunos. Considerando a relevância da utilização de recursos computacionais na sala de aula e tendo em vista a importância da abordagem conceitual de Cálculo, propusemos esta pesquisa com objetivo de apresentar uma proposta para o ensino de Cálculo no curso de Licenciatura em Química a partir de sua interpretação geométrica, explorando graficamente suas ideias principais, para que os alunos possam visualizar e investigar.

Nessa perspectiva, desenvolvemos esse trabalho com o objetivo de contribuir com a produção, aplicação e análise de materiais didáticos com utilização de tecnologias como apoio ao processo de ensino e aprendizagem do Cálculo. Nesse contexto, o presente artigo analisa se a utilização do *Geogebra*, como recurso tecnológico, nas aulas de Cálculo viabiliza o processo de aprendizagem e facilita a contextualização de conteúdos para acadêmicos do curso de Licenciatura em Química de um Instituto Federal de Educação Tecnológica.

Os dados de campo desta pesquisa foram coletados durante as atividades de ensino do pesquisador em sua Instituição de origem, por meio dos quais buscou-se a compreensão da importância do Cálculo a partir da utilização de softwares educacionais aplicados ao ensino e a conscientização de que o aprendizado se torna mais atraente quando se dá sentido ao estudo do Cálculo na elaboração e desenvolvimento do conhecimento de forma contextualizada com a área de formação.

Nessa perspectiva, algumas questões nortearam a pesquisa: Qual concepção de Cálculo está presente no pensamento dos acadêmicos investigados? Eles abordam o Cálculo com clareza, ou simplesmente cursam esse componente sem uma compreensão maior do seu real significado, especialmente, no meio prático? A utilização de ferramentas tecnológicas ajudará nessa compreensão? Não é preciso apenas saber resolver um problema de Cálculo. O acadêmico precisa saber descrever um simples problema ou interpretar um enunciado. É preciso que o acadêmico produza resoluções tendo por diversos meios; tradicional, com recursos tecnológicos, laboratoriais, etc.

Desta forma, propomos um ensino do Cálculo Inicial baseado na interdisciplinaridade, a fim de proporcionar uma aprendizagem muito mais estruturada e rica com a utilização de recursos tecnológicos, mais precisamente com a utilização de softwares educacionais. As propostas de uma interdisciplinaridade postas sobre a mesa apontam para integrações horizontais e verticais entre as várias áreas de conhecimento.

Partindo do pressuposto de que a maior dificuldade que alunos de cursos de Licenciatura apresentam está na interpretação de texto Matemático escrito, principalmente, no que se refere à organização de ideias, levantamos a hipótese de que a proposta de ensino do Cálculo, a partir de uma abordagem interdisciplinar e com a utilização de recursos tecnológicos, será capaz de fazer com que o aluno operacionalize os aspectos teórico-práticos do Cálculo, a fim de produzirem análises matemáticas coesas e coerentes, considerando os fatores pragmáticos de sua produção. Este enfoque permite buscar a interdisciplinaridade por meio da exploração multissígnica e da conscientização das relações entre significado, significação, sentido e posição discursiva.

Metodologia

O estudo em pauta baseou-se na práxis docente do ensino do Cálculo Diferencial e Integral I para uma turma de alunos do 1º período de um curso de licenciatura em Química com o objetivo de, qualitativamente, observar a práxis docente aplicada pelos autores deste trabalho. Levou-se em consideração as turmas de ingressantes desde 2013.1 da seguinte forma: de 2013.1 a 2014.1, a práxis docente baseou-se na memorização, na repetição, no “decorar” as fórmulas e técnicas de Integral definida sem nenhum tipo de contextualização com a área de atuação dos acadêmicos, verificado pelos autores. Na turma de 2014.2 uma nova práxis docente foi utilizada, a do presente estudo, baseando-se na contextualização com a área de atuação dos acadêmicos, além da utilização do GeoGebra na análise gráfica de uma integral.

A pesquisa desenvolvida ocorreu na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, tem como o foco o estudo da Integral definida. Ressaltamos alguns aspectos que foram úteis neste trabalho, especialmente no processo de ensino e aprendizagem do Cálculo I, componente contemplado no 1º período do curso.

Na segunda etapa da investigação, iniciamos o desenvolvimento do conteúdo programático em 3 aulas por semana, de acordo com o Plano de Ensino da disciplina, estabelecendo uma sequência didática. As aulas foram de forma tradicional, ou seja, sem a contextualização com a área de atuação dos alunos. Essa etapa teve duração de quatro meses e ocorreu normalmente em sala de aula. Foram utilizados apenas o quadro-negro e o giz como recursos didáticos. Esses procedimentos foram os mesmos utilizados para as turmas de 2013.1 a 2014.1.

Para a nova estratégia metodológica, ao final da sequência anterior solicitou-se aos alunos que enviassem um e-mail ao professor refletindo sobre a disciplina. Adicionalmente, ao final da abordagem teórica das Integrais definidas e seu cálculo de área, os alunos foram encaminhados ao laboratório de informática para o desenvolvimento de uma atividade utilizando o GeoGebra como ferramenta tecnológica. Para produção e análise das referidas atividades nos apoiamos em alguns aspectos metodológicos propostos pela Sequência Didática que, segunda Zabala (2007), é um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos.

Ao iniciar a sequência didática, é necessário efetuar um levantamento prévio dos conhecimentos dos alunos e, a partir desses, planejar uma variedade de aulas com desafios e/ou problemas diferenciados, jogos, análise e reflexão. Aos poucos, faz-se necessário aumentar a complexidade dos desafios e orientações permitindo um aprofundamento do tema proposto.

Zabala (2007) defende que ao pensar na configuração das sequências didáticas, esta é um dos caminhos mais acertados para melhorar a prática educativa. Sendo assim, os conteúdos trabalhados devem contribuir para a formação de cidadãos conscientes, informados e agentes de transformação da sociedade em que vivem.

Algumas vezes, professores organizam suas aulas tendo como centro o interesse dos alunos, na intuição de refletir sobre seu dia a dia. Nem sempre agindo assim poderá garantir bons resultados, pois ao valorizar apenas o conhecimento que os alunos trazem fica-se apenas na superficialidade. É necessário também propor investigações sobre resultados encontrados nos cálculos e maneiras de resolvê-los, como poderiam ter sido desenvolvidos de uma maneira mais prática, construindo regras básicas para uma melhor compreensão.

Fato esse corroborado por Lins e Gimenez (2001) que, através de uma sequência didática com foco também em atividades investigativas, a construção do conhecimento pode acontecer de modo a possibilitar a experimentação, generalização, abstração e formação de significados.

Ao seguir essa linha de raciocínio, podemos esboçar, em traços gerais, a estrutura de uma situação de aprendizagem que possibilite construir os processos sociais de ensino-aprendizagem. A sequência didática também permite a interdisciplinaridade, ao tratar de um tema na disciplina elencada poderá recorrer a especificidades de outras permitindo explorar o conhecimento globalmente, diminuindo a fragmentação. Durante o planejamento é possível determinar as possibilidades de trabalho interdisciplinar durante o tempo desejado.

Essa atividade prática teve a duração de 3 horas/aula, realizada no laboratório de informática com os acadêmicos do curso de licenciatura em Química. As atividades foram realizadas em duplas, sendo estabelecido pelo professor que todos deveriam participar na execução da tarefa e no manuseio do GeoGebra.

No início dessa etapa, todos os trinta e cinco alunos receberam a descrição da atividade com duas situações-problemas e o roteiro das atividades, descritas da seguinte forma que, para melhor adequação do espaço, foi dividida em dois quadros:

***Roteiro da atividade número 1: calcular a área da função f(x) = 1/2x²*.**

1. Mostrar o programa e a tela inicial
2. Plotar a função na parte “entrada”: f(x) = 1/2*x^2 e pressionar “enter”.
3. Definir o intervalo (a, b) com a = 0 e b = 3 no comando “ponto”.
4. Clicar no ícone “ponto” e selecionar o ponto A.
5. Clicar o cursor no ponto (0, 0) no plano cartesiano surgindo o ponto A.
6. Clicar no ícone “ponto” e selecionar o ponto B.
7. Clicar o cursor no ponto (3, 0) no plano cartesiano surgindo o ponto B.
8. Clicar com o botão direito do mouse e pedir pra renomear o ponto “A” para “a”.
9. Clicar com o botão direito do mouse e pedir pra renomear o ponto “B” para “b”.
10. Na caixa “entrada” digitar o comando: Integral[<Função>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final>]
11. No comando dado anteriormente, substituir <Função> por f, <Valor de x Inicial> por x(a), <Valor de x Final> por x(b)
12. Visualizar o comando Integral[f, x(a), x(b)] e pressionar o “enter”.
13. Visualizar a área calculada.

Roteiro da atividade número 2: determinar a soma inferior e superior de Riemann da função $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

14. Clicar no ícone “controle deslizante” e clicar em qualquer parte da tela.
15. Substituir o nome “c” por “n”.
16. Substituir o “mín = -5” por “mín = 1”.
17. Substituir o “máx = 5” por “máx = 50”.
18. Substituir “incremento = 0.1” por “incremento = 1”.
19. Clicar em “aplicar”.
20. Na “entrada”, digitar o comando SomaDeRiemannInferior[<Função>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final>, <Número de Retângulos>]
21. No comando dado anteriormente, substituir <Função> por f, <Valor de x Inicial> por x(a), <Valor de x Final> por x(b), <Número de Retângulos> por n.

Quadro 1: Roteiro da atividade

22. Visualizar o comando SomaDeRiemannInferior[f, x(a), x(b), n] e pressionar o “enter”.
23. Pressionar o botão esquerdo do mouse no controle deslizante e direcioná-lo à direita e à esquerda e comparar os valores.
24. Na “entrada”, digitar o comando SomaDeRiemannSuperior[<Função>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final>, <Número de Retângulos>]
25. No comando dado anteriormente, substituir <Função> por f, <Valor de x Inicial> por x(a), <Valor de x Final> por x(b), <Número de Retângulos> por n.
26. Visualizar o comando SomaDeRiemannSuperior [f, x(a), x(b), n] e pressionar o “enter”.
27. Pressionar o botão esquerdo do mouse no controle deslizante e direcioná-lo à direita e à esquerda e comparar os valores.

Quadro 2: Roteiro da atividade

Depois da entrega desse roteiro, os alunos foram orientados a não se reportar ao professor para “tirar” dúvidas de como resolver o problema, visto que os mesmos estavam construindo conhecimento. Após o término da atividade, o professor sugeriu que alguns apresentassem o resultado do desenvolvimento da atividade (relatado pelos alunos como seminário) e apenas 3 (três) duplas se disponibilizaram a fazê-lo, argumentando que não tinha sido pré-definido anteriormente pelo professor. Por fim, depois das apresentações das equipes, o professor pediu aos alunos que, individualmente, lhe mandassem um e-mail avaliando a atividade trabalhada, respondendo a seguinte pergunta: “o que você achou da atividade desenvolvida aqui no laboratório”?

Como exemplo da atividade, apresentamos um gráfico realizado por uma das duplas em sala de aula:

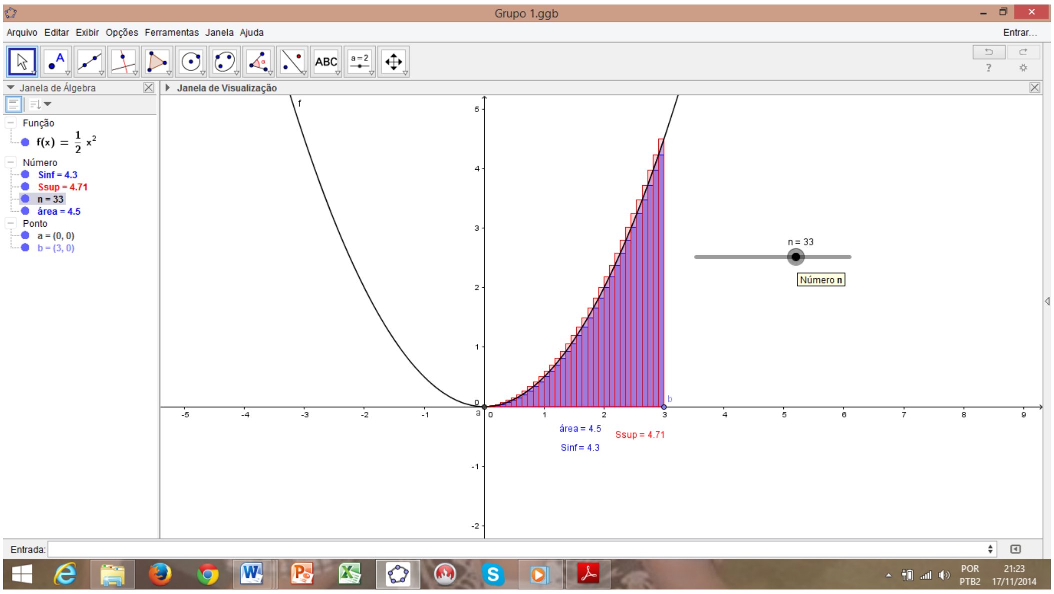


Figura 1: resultado da atividade pelo aluno A.

Resultados e discussão

A seguir são apresentados alguns relatos que foram enviados pelos alunos, por e-mail, ao professor, antes da utilização do recurso tecnológico, no modelo utilizado nos semestres anteriores e, por motivos de sigilo, suas identidades são preservadas e as respostas copiadas diretamente da caixa de entrada de e-mail do professor, respeitando-se, na íntegra, as respostas de cada um dos alunos, inclusive mantendo os erros de ortografia, acentuação e concordância verbal.

1. Aluno A: *“Professor, é simplesmente impossível terminar um curso de Química com esse horror de conta! Fala sério!!”*
2. Aluno B: *“Machado, sem noção isso!!!”*
3. Aluno C: *“Prô, difícil acreditar que isso exista e que tenhamos que estudar isso”.*

4. Aluno D: *“Jonatas, juro por Deus que a matemática não eh de Deus”.*
5. Aluno E: “*Impossível alguém gostar de matemática com isso aí q é mostrado pragente!”*
6. Aluno F: *“Simplesmente impossível aceitar que isso eu tenho que saber pra dar aula de química!”*
7. Aluno G: *Eu nunca gostei de matemática mesmo. Mas agora eu odeio”.*
8. Aluno H: *“Se isso é dado no início. Imagino no fim! Zulivre!!!!!”*
9. Aluno I: *“Eu ainda tenho uma opção... desistir”.*
10. Aluno J: *“Não sabia que pra dar aula de química eu precisava saber disso”!*
11. Aluno L: *“O que eu fico imaginando é, onde diabos vou meter isso na química?????????”*

Apesar dos 35 alunos terem enviado o e-mail com as considerações da disciplina, foram colocadas essas 11 respostas, em virtude da similaridade com as demais.

Pôde-se observar que os alunos não gostaram do “cálculo pelo cálculo” e não se sentiram confortáveis em sala de aula com as definições teóricas sem contextualização, grande dificuldade nos procedimentos de resolução e análise de uma integral. Não ficaram claros os conceitos repassados em sala de aula, pois os conceitos não foram atrativos.

A seguir são apresentados relatos que foram enviados pelos alunos, por e-mail, ao professor, após a utilização do recurso tecnológico GeoGebra, como opção adicional ao modelo didático utilizado nos semestres anteriores:

1. Aluno A: *“Gostei muito de desenvolver esse seminário, adquiri mais conhecimentos, investiguei e sanei algumas curiosidades através do mesmo, e o mais interessante que me foi motivador e tem me levado a pensar "grande", foi ouvir em sala de aula dito pelo Sr. que temos que agir como trigo e não como joio, isso me impulsionou de tal modo a sempre em tudo que ando realizando agir e pensar como o trigo, mesmo sendo eu condicionada de limites e ainda pouco saber”.*
2. Aluno B: *“professor estou enviando novamente o trabalho do meu grupo, nós achamos a nossa apresentação muito boa e gostamos do tipo de avaliação pois nos dá uma ideia de problemas que possivelmente encontraremos na nossa carreira profissional. muito obrigada”*
3. Aluno C: *“O resultado do trabalho foi bom, pois além da turma interagir-se, aprendemos muitas coisas ali que não sabíamos. Tiramos dúvidas, ajudamos os outros colegas de sala e colocamos em prática o que vamos utilizar depois de formados. Aprendendo assim também a matéria que foi proposta pelo professor”.*
4. Aluno D: *“Agora mudei minha opinião. Continuo achando que a matemática não eh de Deus...”.*
5. Aluno E: *“Melhor assim do que o que a gente viu em sala. Ninguém merece!! Agora eu entendi”.*
6. Aluno F: *“Agora sei que eu não preciso resolver um monte de contas. Mas preciso saber onde elas estão aplicada à Química. Legal”.*
7. Aluno G: *“Pude perceber com o geobra o que o senhor fez em sala de aula e ficou bem legal”.*
8. Aluno M: *“Não achei legal esse geogebra. Não vi a contextualização com a química. Só ajudou a resolver um problema qualquer”.*
9. Aluno H: *“Muito bom. Amei. O senhor é tudo de bom. Agora tenho sentido quando vejo um gráfico. Agora sei pra onde vai a química”.*
10. Aluno I: *“mudei a minha opinião. Agora não desisto mais. Mas reconheço que eu meus professores podiam saber disso tb”.*
11. Aluno N: *“Amei esse trem de geogebra. Amei tudo”.*

Foram analisadas as 35 respostas dos alunos. Mas, como algumas tinham o mesmo teor, citamos as respostas acima colocadas e, pôde-se observar que as percepções de aulas “chatas”, “entediantes” ou “estressantes” diminuíram, indicando que a utilização do GeoGebra como opção metodológica no ensino de Cálculo proporciona uma interação mais estreita entre professor e aluno.

Os alunos conseguiram observar que a soma dos retângulos, com o comando do Geogebra “*soma inferior”* e “*soma inferior”* resultava num valor aproximado da área da região que tinham que calcular. Portanto, puderam observar computacionalmente os conceitos teóricos estudados em sala de aula e relacionar o cálculo de área à Soma de Riemann.

Um dos alunos relatou que o GeoGebra não o ajudou na contextualização do Cálculo na Química, mas na interpretação das partições de Riemann. Esse fato nos chamou a atenção, confirmando que o desenvolvimento de problemas contextualizados promove um melhor entendimento dos alunos.

Foto 1: apresentação da contextualização pelos alunos

Resumindo, o objetivo da atividade proposta de contemplar os conceitos da integral definida aplicado ao cálculo de áreas foi atingido de forma satisfatória com um bom desempenho dos alunos, por meio da utilização do software e que, quando estudamos problemas contextualizados na Química, o aprendizado foi bem mais significativo.

Considerações Finais

O objetivo deste trabalho foi contemplar o conceito de integral visto em sala de aula, com a utilização do GeoGebra e, ao final da atividade, perceber o comportamento dos alunos no que diz respeito à essa didática aplicada. As atividades desenvolvidas com o GeoGebra mostraram-nos que é possível ensinar Cálculo de forma dinâmica, tornando a aula mais interativa, instigante e atrativa, com o aluno participando e interagindo com seus colegas na construção do seu próprio conhecimento.

Esta experiência mostrou-nos, também, a importância da inserção dos recursos tecnológicos no âmbito do ensino nos cursos de licenciaturas, pois muitas são as contribuições que os mesmos podem proporcionar à aprendizagem.

Nossa pesquisa apontou que a realização das atividades investigativas contribuiu para a criação de um ambiente de discussão e colaboração que nem sempre é possível de se ter na sala de aula tradicional, na qual o processo de aprendizagem é, na maior parte do tempo, centrado no professor. Enfatizamos, assim, que o desenvolvimento de atividades investigativas utilizando softwares educacionais pode contribuir decisivamente para a criação de um ambiente de aprendizagem que complementa o ensino tradicional de sala de aula.

Observou-se nesse trabalho que as aulas de Cálculo tornaram-se mais atrativas aos alunos, visto que os mesmos perceberam a ligação entre a teoria explicada em sala de aula e a contextualização com a área de abrangência, por meio da realização de atividades práticas com o uso do software GeoGebra para construção de conhecimento.

Referências Bibliográficas

ARTIGUE, M. *O que se pode aprender com a pesquisa educacional em nível universitário?* Boletim da Associação Venezuelana, Vol. X, nº 2, 2003. p. 117-134. Disponível em: http://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol10/artigue.pdf. Acesso em 24 jan. 2015.

BARBOSA, M. A. *O insucesso no ensino e aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.* 2004. 101f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2004.

FONSECA, D. S. S. de M.; GONÇALVES, D. C.. *O Uso do GeoGebra no Ensino de Limite.* In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 10., 2010, Bahia. Anais___. Bahia, 2010.

GRAVINA, M. A., SANTAROSA, L. M. *A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados.* IV Congresso RIBIE, Brasília, 1998. Disponível em: http://ism.dei.uc.pt/ribie/docfiles/txt200342413933117.pdf. Acesso em: 06 fev. 2015.

IGLIORI, S. B. C. *Considerações sobre o ensino de Cálculo e um estudo sobre números reais.* In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Org.). Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates. Recife: SBEM, 2009. p.11-26.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas da aritmética e álgebra para o século XXI. Campinas:* Papirus, 2001. 176 p.

LOPES, C. E. e NACARATO, A. M. (org.). *Educação Matemática: Leitura e escrita*. Campinas: Mercado de Letras, 2013. p. 217.

MISKULIN, R. G. S.; SILVA, M. R. C. *Cursos de licenciaturas de matemática à distância: uma realidade ou uma utopia.* In: JAHN, A. P.; ALLEVATO, N. S. G. (Org.). *Tecnologia e Educação Matemática*: ensino, aprendizagem e Formação de professores. Recife: SBEM, 2010. p. 105-124.

POWELL. A. B. *Desafios e Tecnologias nas Escritas e nas Leituras em Educação Matemática:* In: LOPES, C. E. e NACARATO, A. M. (org.). Educação Matemática: Leitura e escrita. Campinas: Mercado de Letras, 2013, p. 149-168.

RUTHVEN, K.. *Linking researching with teaching: Towards synergy of scholarly and craft knowlege.* In: L.D. ENGLISH, L. D.; M. BARTOLINI-BUSI, M.; JONES, G. A.; R. LESH, R.; TIROSHM, D. Handbook of International research in mathematics education, London: Lawrence Erlbaum Ass, 2002, p. 581-598.

SILVA, J. F.; BORGES NETO, H. *Questões Básicas do Ensino do Cálculo*. *Artigo Científico.* Laboratório de Pesquisa Multimeios da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, 1994. Disponível em: <http://www.multimeios.ufc.br/arquivos/pc/artigos/artigo-questoes-basicas-do-ensino-de-calculo.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2015.

ZABALA, A. *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 2007.

Ações afirmativas, ensino superior e educação matemática

Guilherme Henrique Gomes da Silva - Unesp, Rio Claro – SP
guilhermehgs2@gmail.com
Apoio: FAPESP

Resumo

Diversos países ao redor do mundo possuem políticas de ações afirmativas voltadas ao acesso de estudantes pertencentes a grupos minoritários no ensino superior. No Brasil estas políticas são recentes. Em 2012 o governo federal aprovou uma lei que garante a reserva de pelo menos metade das vagas de todos os cursos de universidades e institutos federais para estudantes egressos da rede pública de ensino, respeitando aspectos sociais e raciais. Este fato tem causado divergências a respeito da legitimidade e do alcance destas políticas na sociedade brasileira. Neste cenário estou desenvolvendo uma pesquisa cujo objetivo é refletir sobre o papel da educação matemática frente às políticas de ações afirmativas no ensino superior. Meu intuito é discutir ações que, do ponto de vista pedagógico, poderiam ser desenvolvidas na universidade visando colaborar na permanência e no progresso de estudantes beneficiados por estas políticas em cursos das ciências exatas. Os dados de minha pesquisa, de cunho qualitativo, são compostos de documentos oficiais e de entrevistas semiestruturadas com docentes, gestores e estudantes beneficiados por ações afirmativas de cursos das ciências exatas. No presente artigo trago discussões preliminares que dizem respeito às entrevistas com os docentes, focando em aspectos estruturais, políticos e pedagógicos. O objetivo é que os resultados desta pesquisa contribuam para o aprimoramento e o desenvolvimento de novas possibilidades de inclusão social e racial no ensino superior brasileiro.

Palavras-Chave: Ações Afirmativas; Ensino Superior; Educação Matemática.

Introdução

Desde o início da última década o cenário mundial vem apresentando uma considerável expansão da educação superior. Em nível global, a porcentagem de matrículas em cursos universitários tem aumentado progressivamente. A demanda por cursos universitários cresceu de forma tão rápida que vários países necessitaram ampliar os investimentos em infraestrutura e em preparação adequada de profissionais. Mesmo assim, a expansão do ensino superior ainda é um desafio para muitas nações. Por exemplo, as matrículas em faculdades e universidades feitas no continente africano representam apenas 5% de todas as matrículas neste nível de ensino do resto do mundo. Na América Latina, apesar de um aumento constante nos últimos anos, o percentual de matriculados no ensino superior representa menos da metade daquele existente em países da América do Norte e Europa (ALTBECH; REISBERG; RUMBLEY, 2009).

No Brasil, a expansão universitária segue a tendência mundial de crescimento. Os relatórios do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) comprovam numericamente este fato. No ano de 2001 havia pouco mais de três milhões de matrículas em cursos superiores, sendo que em 2013 essa quantidade ultrapassou os sete milhões (IBGE, 2013). No cenário brasileiro há muitos debates que circundam a expansão do número de vagas na educação superior. Uma das circunstâncias amplamente debatida é que, mesmo com um aumento constante no número de vagas, o acesso a este nível de ensino não vem ocorrendo de forma igualitária. Candidatos brancos e pertencentes a classes sociais mais privilegiadas acabam ocupando a maioria das vagas, principalmente em cursos mais concorridos e em universidades mais seletivas.

Na tentativa de combater as desigualdades, após pressões de diversos setores da sociedade, muitos países elaboraram políticas de incentivos para que grupos sub-representados ganhassem espaço no ensino superior, adotando estratégias como prioridade no acesso, cotas raciais, bolsas de estudo e financiamentos com juros reduzidos. Estas políticas de incentivo são geralmente chamadas de *ações afirmativas* e estão associadas ao desenvolvimento de princípios que buscam combater a discriminação através da instituição de normas e critérios diferenciados para o acesso a determinados bens ou serviços por indivíduos pertencentes a grupos específicos da sociedade, na maioria das vezes vulneráveis, buscando um ideal de equidade entre as pessoas, independentemente de sua origem étnica, racial, social ou de gênero.

No Brasil, esta política é recente. Apenas em 2003 uma universidade pública adotou políticas nesse sentido em seu processo de seleção. Desde 2012, o Supremo Tribunal Federal Brasileiro governo federal brasileiro tornou constitucional o uso de ações afirmativas no ensino superior e criou uma lei, onde todas as universidades e institutos federais deveriam reservar metade de suas vagas para estudantes egressos da rede pública de ensino, respeitando aspectos sociais e raciais (BRASIL, 2012). Esta lei ficou nacionalmente conhecida como “lei das cotas”. Desde então, o Brasil tem presenciado um grande e intenso debate a respeito da legitimidade e alcance destas ações.

Neste cenário estou desenvolvendo uma pesquisa cujo objetivo é refletir sobre o papel da educação matemática frente às políticas de ações afirmativas no ensino superior. Meu intuito é discutir ações que, do ponto de vista pedagógico, poderiam ser desenvolvidas na universidade visando colaborar para a permanência e o progresso de estudantes beneficiados por estas políticas em cursos das ciências exatas. O intuito é que os resultados de minha pesquisa possam contribuir para o aprimoramento e o desenvolvimento de novas possibilidades de inclusão social e racial no ensino superior brasileiro, marcado tradicionalmente pela sub-representação de estudantes negros, indígenas e socioeconomicamente vulneráveis. Neste artigo, trago resultados parciais de uma das etapas desta pesquisa, ligadas a discussões de docentes da área das exatas de duas instituições federais de ensino superior que adotam políticas de ações afirmativas desde 2007 em seu processo seletivo, mais precisamente a reserva de vagas com base em aspectos raciais e sociais.

Uma breve introdução sobre as políticas de ações afirmativas no contexto brasileiro

No Brasil e em vários países do mundo, as políticas de ações afirmativas são enquadradas em uma arena conflituosa. As mais variadas pessoas nos mais distintos cargos e posições divergem a respeito deste assunto. Em qualquer ambiente, se iniciarmos uma conversa a respeito de políticas afirmativas, ou de formas de acesso não sejam baseadas exclusivamente na meritocracia, não importa o nível de estudo nem a posição social dos participantes, discussões intensas tendem a surgir, e um clima tenso costuma se manifestar. De forma geral, no Brasil, esta discussão começou a se manifestar no final da década de 1990, principalmente após a III Conferência Mundial de Combate ao Racismo, realizada em Durban, África do Sul, em 2001, na qual o país comprometeu-se a lutar contra a discriminação racial e a elaborar estratégias para que ações afirmativas fossem adotadas no campo universitário. Iniciava uma primeira tensão, na arena universitária, relativa ao uso ou não de políticas afirmativas, e que posteriormente trouxe reflexos em diversos outros setores da sociedade.

Em 2003, a Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ) iniciou uma política de ação afirmativa em seu processo seletivo, tornando-se a primeira universidade pública brasileira a utilizar uma estratégia de admissão voltada para estudantes pertencentes a grupos sub-representados no ensino superior. No ano seguinte, a Universidade Federal de Brasília (UnB) seguiu o mesmo caminho e tornou-se a primeira universidade da rede federal a adotar tais políticas. A partir de então, o tema começou a ser amplamente destacado pela *mídia* brasileira, influenciando, muitas das vezes, os posicionamentos da sociedade. Campos, Feres Jr. e Daflon (2013) analisaram, em especial, um dos jornais de maior circulação do país. Segundo os pesquisadores, em todos os anos decorrentes a 2004, os artigos opinativos, publicados pelo jornal que eram explicitamente contrários às ações afirmativas superaram aqueles que se mostravam favoráveis. Além disso, destacam que de 2001 a 2008, mais de 90% dos editoriais que abordaram este tema se mostraram não partidários às políticas afirmativas, principalmente aquelas de cunho racial. É claro que esse movimento de negação acaba influenciando na opinião da população geral, criando, muitas das vezes, pseudoverdades referentes ao assunto.

No meio acadêmico, influenciados ou não pela *mídia*, os argumentos contrários às políticas de ações afirmativas existem e em grande número. Muitos afirmam que a universidade não está preparada para receber estudantes da rede pública de ensino, a maioria totalmente despreparados, e que o nível dos cursos tende a diminuir com a inserção destes estudantes. Dados estatísticos são mostrados para corroborar esse argumento. Utilizam, por exemplo, avaliações de âmbito nacional e internacional que mostram que as notas dos estudantes brasileiros egressos da rede pública de ensino básico são consideravelmente baixas, principalmente em Português e Matemática. Alegam que estes alunos, ao ingressarem na universidade, não teriam o "capital cultural" exigido pela instituição. Há ainda argumentos que enfatizam que reservar vagas para estudantes pertencentes a grupos sub-representados acaba por insultá-los, destruindo seu autorrespeito e sua imagem perante a sociedade. Além disso, muitos dos que se declaram contrários às ações afirmativas no ensino superior defendem que elas representam um perigo para a Constituição, pois efetivam um tratamento diferencial baseado em diferenças raciais e sociais (GOLDENGERG; DURHAN, 2007; MAGGIE; FRY, 2002, 2004). Muitos defendem ainda que estas políticas são injustas, pois muitos daqueles que são beneficiados e ingressam no ensino superior não as merecem e que estas ações têm "punido" os estudantes da classe média.

Segundo Sandel (2014) os defensores das políticas de ações afirmativas, possuem essencialmente três argumentos favoráveis a sua utilização. O primeiro aponta que as ações afirmativas contribuem para que distorções em testes escolares padronizados entre certos grupos de estudantes (negros e brancos, imigrantes e não imigrantes, pobres e ricos etc.) possam ser corrigidos. Existem candidatos que possuem um potencial acadêmico elevado, porém, por questões geralmente relacionadas ao contexto social, não conseguem alcançar as notas mínimas exigidas no processo seletivo. Assim, as políticas de ações afirmativas seriam importantes, pois mitigariam estes resultados e ofereceriam oportunidades para que estes estudantes pudessem aflorar todo seu potencial no ambiente universitário.

Outro argumento diz que as políticas de ações afirmativas são uma forma de compensar os danos que muitos grupos sofreram no passado e que, de certa forma, influenciam na vida de seus descendentes. A escravidão imposta aos afro-brasileiros e aos indígenas por dezenas e dezenas de anos é um exemplo disso. Por meio dela foi construído um abismo em nossa sociedade, trazendo prejuízos incalculáveis para estes grupos, que, de certa forma, influenciam em diversas esferas da sociedade atual. Dessa forma, as ações afirmativas seriam uma possibilidade de combater as injustiças passadas no tempo presente, favorecendo a uma sociedade mais justa.

Um terceiro argumento advoga que as ações afirmativas são importantes já que promovem a diversidade nos *campi* universitários, contribuindo para formar um corpo estudantil com várias raças e etnias e com *backgrounds* sociais e culturais distintos. Desta maneira, os estudantes teriam um ambiente acadêmico mais rico em experiências de vida e esta convivência contribuiria para a formação profissional e pessoal dos estudantes. Há ainda outros argumentos favoráveis. Por exemplo, muitas pesquisas apontam que, após a graduação, estudantes beneficiados por estas políticas são mais propensos a se engajar em atividades cívicas e comunitárias, e que muitos deles acabam retornando para a comunidade de onde vieram. Esta “retomada” incentiva outros membros do grupo a buscar uma carreira universitária (BOWEN; BOK, 2004).

Em 2012 o Supremo Tribunal Federal brasileiro (STF) julgou diversas ações contra a utilização de ações afirmativas no ensino superior. Todas foram indeferidas e os ministros decidiram que as políticas de ações afirmativas são constitucionalmente legais. Em seguida, o Governo Federal aprovou a “lei das cotas”, segundo a qual as instituições de ensino técnico e superior de sua rede de ensino devem reservar 50% de todas suas vagas e de todos seus cursos para estudantes egressos rede pública de ensino, sendo que metade deste percentual deveria ser reservada para estudantes com renda *per capita* familiar de 1,5 salários mínimos. Além disso, nestas duas porcentagens, deveria ser respeitado o percentual de estudantes negros e indígenas da região onde se localiza a universidade, segundo dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (BRASIL, 2012).

A ampliação do acesso por grupos sub-representados tem sido uma etapa importante na busca por equidade no ensino superior. Mesmo assim ainda há muitos avanços que devem ser feitos, principalmente no que diz respeito à permanência do estudante beneficiado pelas políticas de ações afirmativas. Considero que apenas ampliar o acesso não é suficiente para garantir o progresso dos estudantes e favorecer a uma verdadeira situação de equidade neste contexto. Neste sentido, a pesquisa discutida neste artigo evidencia a importância de se refletir sobre questões que vão além do acesso de estudantes tradicionalmente sub-representados na universidade, buscando discutir questões ligadas ao pós-ingresso destes alunos. Para mim, a educação matemática não deve se abster dessa discussão.

Mesmo as políticas de ações afirmativas sendo atualmente uma realidade no Brasil, opiniões divergentes correm pelas universidades entre seus docentes, gestores e estudantes. E é sobre o que dizem alguns desses docentes que este artigo pretende discutir. O objetivo é refletir sobre concepções de docentes da área das ciências exatas de duas universidades federais da região sudeste do país. Os dados aqui debatidos são compostos por entrevistas semiestruturadas com docentes ligados a cursos de matemática e/ou engenharias e fazem parte de uma pesquisa de doutorado em andamento.

Metodologia

A metodologia utilizada para a realização desta pesquisa possuiu um carácter qualitativo. Segundo Denzin e Lincoln (2006) este tipo de metodologia localiza o observador no mundo e é composto por um conjunto de práticas materiais e interpretativas capazes de fornecer visibilidade ao mesmo. Para os autores, tais práticas decompõem o mundo em uma série de representações, incluindo as notas de campo, as entrevistas, as conversas, as fotografias, as gravações e os lembretes. A pesquisa qualitativa envolve o estudo do uso e a coleta de uma vasta gama de materiais empíricos, como por exemplo, o estudo de caso, a introspecção, história de vida, entrevistas, artefatos, textos observacionais, documentos, entre outros, os quais descrevem momentos e significados na vida dos indivíduos. Segundo Denzin e Lincoln (2006), os pesquisadores inseridos nesta área utilizam uma ampla variedade de práticas interpretativas interligadas, vislumbrando uma compreensão mais detalhada sobre o assunto que está ao seu alcance.

Para a produção dos dados, inicialmente realizei uma pesquisa documental, cujo repertório foi formado por documentos oficiais de dezenove universidades públicas federais da região sudeste do Brasil. A análise destes dados contribuiu para a elaboração de um panorama geral sobre o tratamento das políticas de ações afirmativas nesta região. Além disso, influenciou minha escolha por duas destas instituições para a realização da segunda etapa da produção dos dados, chamadas aqui de UFA e UFB (pseudônimos). Os dados desta etapa foram compostos por entrevistas semiestruturadas com docentes, gestores e estudantes beneficiados por ações afirmativas de cursos das ciências exatas. Ao todo foram entrevistados dez docentes, quatro gestores e vinte e um estudante, todos de cursos relacionados à área das ciências exatas (matemática, engenharias, química, etc.). Cada conversa foi feita de forma individual com duração média de uma hora. Elas foram gravadas em áudio e posteriormente transcritas, tudo com autorização dos participantes.

O conjunto de entrevistas ofereceu um amplo repertório de informações vividas pelos participantes que dificilmente poderiam ter sido captadas por meio de questionários fechados. Em relação aos docentes e gestores, as entrevistas focaram aspectos estruturais, políticos e pedagógicos. Em relação aos estudantes, focaram no em seu percurso na universidade, discutindo seus anseios, estratégias acadêmicas e experiências nas disciplinas de matemática. A análise das entrevistas, que está em fase de andamento, tem contribuído na identificação de possíveis formas de engajamento da educação matemática neste contexto. Como já destacado, no presente artigo levanto discussões preliminares que dizem respeito às entrevistas com os docentes universitários, focando em aspectos estruturais, políticos e pedagógicos das duas instituições selecionadas. Os docentes são da área das ciências exatas e lecionam disciplinas em cursos de matemática e engenharias nestas universidades. Neste artigo, trago recortes de entrevistas com alguns destes docentes. Buscando garantir o anonimato dos entrevistados, todos os nomes que aparecem neste texto são fictícios.

A questão da permanência

O debate relativo à permanência do estudante beneficiado por tais políticas é um tema que está emergindo no Brasil [1]. Nos Estados Unidos, esta questão já é amplamente debatida há certo tempo. Segundo Bowen e Bok (2004), no contexto americano, estudantes pertencentes a grupos sub-representados possuem maiores probabilidades de permanecer com sucesso em seus cursos em instituições consideradas de "alta seletividade". Segundo os autores, isso se deve em grande parte aos altos recursos que estas instituições geralmente possuem, mostrando que a questão financeira é fundamental para a permanência do estudante. Meus dados mostram a preocupação com o aspecto financeiro foi recorrente entre os docentes. Henrique, docente da UFB, evidencia que é fundamental a existência destes recursos para subsidiar a vida do estudante, desde alimentação até aquisição de equipamentos.

Henrique: só colocar os alunos na universidade não resolve. Deve haver um conjunto de políticas de promoção do sucesso eu diria. Promoção do sucesso é dar casa para quem não tem, é dar comida. Então não adianta a gente pensar que o aluno está na universidade então logo ele vai viver sem nada, porque ele já tem o bem máximo que ele poderia ter que é a possibilidade de estudar. Ele continua querendo ter o celular, o tênis que o colega dele tem. Como é que a gente cria um espaço onde ele se sente parte daquilo? Então imaginar que só porque ele teve acesso à universidade ele vai ter uma gratidão enorme e vai deixar de querer as outras coisas? Parece-me que não. Ele deve ter as mesmas condições de moradia, de sustentabilidade. Deve ter um ambiente em que ele possa desenvolver suas atividades acadêmicas e que faça parte do todo, que seja igual aos outros. Para isso ele precisa das bolsas, do auxílio na moradia. Eu acho que deveriam ter mais recursos para isso. A minha visão é que todo aluno que entra como cotista por renda automaticamente deveria receber um pacote de auxílios que garantisse a subsistências desse aluno na universidade.

Sem dúvida o aspecto financeiro desempenha um papel importante para a permanência e progresso destes estudantes. Contudo, sozinho ele pode não atingir seus objetivos. Bowen e Bok (2004) mostraram que, no caso das universidades americanas de alta seletividade, além dos tradicionais auxílios moradia e alimentação, recursos destinados à assistência pedagógica e de orientação acadêmica foram fundamentais para a permanência destes estudantes. Segundo os autores, este conjunto de medidas pode ser o fator responsável pelas altas taxas de graduação destes alunos nestas instituições. No cenário de minha pesquisa, os docentes entrevistados apresentaram preocupações neste sentido, afirmando que existem outras demandas no ensino superior que deveriam estar nas discussões da instituição e, em particular, nos departamentos de matemática. Reginaldo, docente da UFA, enfatiza que existe um “capital cultural” que a universidade exige do aluno e que muitas vezes influencia em seu desempenho no curso.

Reginaldo: Então a universidade trabalha em uma perspectiva homogeneizadora em que não se faz notar nenhuma preocupação por parte da instituição em discutir a permanência destes estudantes aqui. Vamos dizer assim 'não, a gente tem o restaurante, depois tem a bolsa permanência, etc.' Então recursos financeiros existem, mesmo que escassos, mas não é só o recurso financeiro que vai fazer que estas pessoas permaneçam aqui. Obviamente que vai depender muito do esforço de cada um em tentar se “enquadrar” [usou a palavra propositalmente] dentro do sistema. Há esforços. Percebo que existem algumas pessoas (...) que conseguem se superar e “vão embora”, mas a custos bastante difíceis, tanto no que se refere a material, aquisição de livros, transporte, moradia, refeição, essas coisas, mas não é só isso. Isso ele consegue sobreviver, mas existe um “capital” digamos assim, capital cultural que está muito distante do capital cultural que a universidade exige que se tenha para permanecer aqui.

Durante as entrevistas, foi possível notar uma preocupação em comum aos professores, relativa aos aspectos do despreparo dos estudantes, tanto os beneficiados quanto aqueles não beneficiados por políticas de ações afirmativas. Assim, uma das primeiras motivações para a criação de possíveis estratégias pedagógicas vem do que eles chamam de uma “falta de preparo” dos estudantes que ingressam nos cursos da área das exatas. Na perspectiva dos docentes, a matemática trabalhada no ensino médio vem enfatizando aspectos de memorização e treinamento, o que culmina em uma dificuldade de reflexão e compreensão dos conceitos quando os conteúdos matemáticos são trabalhados no ensino superior. As entrevistas mostram indícios de que esta preocupação tem sido uma das principais motivações para se pensar em estratégias pedagógicas de permanência nos cursos da área das ciências exatas. Além disso, a questão das altas taxas de reprovações nas disciplinas de matemática do início do curso, como o Cálculo Diferencial e Integral, apareceram constantemente durante as entrevistas. A fala da docente Ana, da UFA, exemplifica esse posicionamento:

Ana: São conceitos sofisticados e que não são trabalhados do jeito que entendo que deveriam ser na educação básica, então vira um ciclo vicioso, pois o estudante chega aqui [na universidade] sem ter o conteúdo, a ideia. Automaticamente ele começa um curso de matemática em que o vilão se torna o Cálculo. E ai ele desiste. Muitos desistem do curso. Por outro lado outras áreas como física e química também não irão se preocupar com estes conceitos, pois partem do pressuposto que eles já sabem. O curso de pedagogia fica meio que à margem, pois só têm uma disciplina que lida com a matemática, que é a 'metodologia do ensino de matemática', e tudo isso comuna lá, na escola básica. Então é um ciclo vicioso que a universidade tem que tratar um pouco, a gente entende isso**.**

Contudo, as entrevistas evidenciaram que estas duas questões já eram problemáticas muito antes da utilização das políticas afirmativas pelas instituições. Claro que com instituição destas políticas, este “problema” aparentemente ficou mais evidente. Na UFA e na UFB, algumas ações pedagógicas foram tomadas para auxiliar os estudantes nessa questão. Dentre elas, destaco os chamados “cursos de nivelamento”. Através de levantamento documental e troca de correspondência eletrônica com diversos coordenadores de cursos e docentes da área da matemática de várias universidades federais do Brasil, percebi que esta tem sido uma prática corriqueira. Geralmente, esta ação é oferecida pelos departamentos de matemática no momento inicial dos cursos, muitas vezes vinculados à Pró-Reitoria de Extensão. Docentes, pós-graduandos e estudantes dos anos finais de graduação ministram as aulas. Ainda, em alguns cursos, modificações na grade curricular foram feitas, reorganizando-a e adicionando disciplinas de “fundamentos” ou “bases” para o Cálculo Diferencial e Integral, que é trabalhado posteriormente. Foi o caso da maior parte dos cursos da UFB e um curso da UFA, que criaram disciplinas nesse formato.

A questão dos "cursos de nivelamento" pode levar a uma discussão interessante. Durante as entrevistas, vários docentes questionaram esta prática. A docente Ana, por exemplo, fez a seguinte pergunta: *Nivelar para quem?* A maioria dos docentes afirmou que as ações devem ser pensadas de uma forma a contemplar todos os estudantes, visto que a prática tem mostrado que tanto estudantes cotistas quanto não cotistas estão enfrentando muitas dificuldades nestas instituições. Paulo, docente da UFB, afirmou que "*O problema é mais grave do que trocar o Cálculo por um Pré-Cálculo. É uma coisa estrutural mais complicada ainda. A universidade não está dando conta desse contingente. Não é questão de colocar atividades a mais aqui [na universidade]"*. Assim, os cursos de nivelamento e as disciplinas tipo "pré-cálculo" geralmente são criadas e frequentadas tanto por estudantes cotistas quanto não cotistas.

Os docentes entrevistados relataram ainda que, de forma geral, estudantes que ingressam por ações afirmativas acabavam sofrendo no inicio das disciplinas, pois muitos deles não estudaram conteúdos necessários para as disciplinas do curso. Já os estudantes não cotistas, geralmente egressos da rede particular de ensino, já trabalharam com tais conteúdos, porém de forma mecânica, visando exclusivamente aprovação no exame de seleção das universidades. Surge então um impasse: a universidade deve se preocupar com essa questão e tentar "remediar" aspectos do ensino médio no ensino superior? Muitos docentes afirmaram que isto não faz parte do papel da universidade. O docente Reginaldo, por exemplo, afirmou que não será uma disciplina introdutória que irá resolver esta questão. Ele expõe sua preocupação em relação à permanência dos estudantes, principalmente de estudantes ingressantes pelas ações afirmativas:

Reginaldo: O cara passou durante onze anos na escola e não é agora em seis meses que ele vai aprender o que ele deixou de aprender em onze anos. Acho isso uma forma completamente equivocada de tratar desse assunto delicado que é a desigualdade que existe em função da cultura que estas pessoas vivem e quando chegam na universidade encontram uma outra cultura. Então há esse choque cultural e isso de certa maneira não tem sido tratado de uma forma mais equilibrada, digamos assim. O que existe é o seguinte: há uma possibilidade de colocar na universidade algumas pessoas que nunca pensaram que pudessem estar lá. Ponto, que é a questão das cotas. A hora que chegam aqui dentro da universidade não há nenhum tipo de tratamento específico para estas pessoas que chegaram aqui diferente daquelas que tiveram outra formação na educação básica.

Há muitos fatores que influenciam na permanência de estudantes de grupos sub-representados na universidade, tanto materiais quanto simbólicos (SANTOS, 2009). Como salientou Reginaldo, geralmente estes alunos precisam se "enquadrar" dentro do sistema, se esforçando em vários pontos, desde ao estudo de conteúdos do ensino básico até aquisição de materiais. Como já mencionado, acredita-se que muitas das vezes oferecer um curso de nivelamento de conteúdo seria o suficiente para ajudar esses alunos. Contudo, Hrabowski (2003) aponta que ações “remediais” são geralmente mais prejudiciais do que úteis. Segundo Hrabowski, uma estratégia mais eficiente seria desafiar estudantes de grupos sub-representados a alcançar padrões mais elevados na universidade.

Baseando-se em diversas pesquisas, Hrabowski *et al.* (2002) discutem alguns fatores que podem colaborar neste sentido. Segundo os autores, a integração acadêmica e social é um ponto fundamental para o progresso destes estudantes em cursos da área das ciências exatas. Por exemplo, estudantes negros destes cursos tendem a sofrer um isolamento acadêmico e social maior do que seus colegas. Assim, o contato com professores fora do ambiente de sala de aula e o desenvolvimento de relações de orientação, tendem a diminuir este isolamento e podem trazer resultados positivos ao estudante.

Hrabowski *et al.* (2002) também apontam que o desenvolvimento de habilidades e conhecimento necessários para as disciplinas das exatas, obviamente, é um ponto importante para o sucesso de estudantes de grupos sub-representados no ensino superior. Neste sentido, o envolvimento em grupos de estudo mostrou-se positivo para o aprimoramento nas habilidades exigidas pelas disciplinas de cursos das ciências exatas. Contudo, fatores como orientação relativa a hábitos de estudo, gerenciamento do tempo, desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas e a utilização dos recursos universitários disponíveis foram associados a resultados acadêmicos positivos na vida destes estudantes. Os autores apontam ainda que suporte e motivação são elementos ligados a altos níveis de sucesso entre estes alunos e que experiências em projetos de pesquisa, expectativa positiva do corpo docente, tutorias e suporte emocional durante tempos de pressão e de dificuldade são elementos que também contribuem e motivam o estudante permanecer no curso (MUSEUS; LIVERMAN, 2010; FOLTZ; GANNON; KIRSCHMANN, 2014).

Dessa forma, é preciso considerar um conjunto de medidas que ultrapassam a criação de uma única disciplina de “remediação”. O discurso dos docentes entrevistados convergiu nesse sentido. Entretanto, foram poucas as ações desenvolvidas dessa forma via docentes ou departamentos da UFA e da UFB. Como já mencionado, os cursos e as disciplinas de “nivelamento” não eram voltados exclusivamente para estudantes cotistas. Ao contrário, são trabalhados com todos os estudantes, visto que os muitos dos docentes não viam diferenças no desempenho acadêmico entre estudantes cotistas e não cotistas. Apontaram que todos os alunos tinham grandes dificuldades nas disciplinas iniciais do curso.

Nesse sentido, a questão do desempenho de estudantes cotistas e não cotistas pode se tornar um assunto contraditório. Por exemplo, Queiroz e Santos (2010) mostraram que na Universidade Federal da Bahia (UFBA), a primeira turma de estudantes cotistas da instituição apresentou coeficientes de rendimento iguais ou superiores aos dos não cotistas em mais de 60% dos cursos de maior concorrência. Em contrapartida, utilizando procedimentos de coleta de dados semelhantes, Mendes Júnior (2014) mostrou uma situação diferente para a Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ). Para a primeira turma de estudantes cotistas desta instituição, de forma geral, os coeficientes de rendimento destes estudantes foram inferiores aos dos não cotistas, sendo que a diferença de desempenho não diminuiu com o passar do tempo. Isso mostra que a questão é delicada. Não podemos levantar conclusões precipitadas. As entrevistadas mostraram evidencias de que os docentes não notaram diferenças acadêmicas muito divergentes entre os estudantes no dia a dia das disciplinas. Apontaram que as dificuldades que os alunos apresentavam nas disciplinas como o Cálculo Diferencial e Integral, por exemplo, eram as mesmas, sendo que o mesmo acontecia com a alta taxa de reprovação. Mas é claro que existem outros pontos que influenciam a vida do estudante na universidade.

Bowen e Bok (2004) utilizaram um vasto banco de dados com registros de admissão e históricos escolares de mais de noventa mil estudantes universitários de dezenas de universidades públicas e privadas norte-americanas. Em uma das questões discutidas em sua obra, Bowen e Bok (2004) apontam que a classificação média de estudantes negros beneficiados por políticas afirmativas destas universidades foi inferior ao dos outros estudantes, dentro de cada intervalo do *College Admission Exam* (SAT), ou seja, "estudantes negros com escores de testes iguais aos dos brancos tendem a obter notas menores" (BOWEN; BOK, 2004, p.131). Mas por que isso acontecia? Segundo os autores, diversos fatores contribuem para este efeito de subaproveitamento. Um deles é que geralmente estudantes beneficiados por ações afirmativas precisam gastar energia com outros assuntos não acadêmicos, pois geralmente enfrentam situações que seus colegas de outros grupos habitualmente não precisam enfrentar no cotidiano universitário.

No contexto brasileiro a investigação de Felicetti (2011) destacou a necessidade de muitos dos estudantes beneficiados por ações afirmativas (bolsas de estudo no contexto da pesquisa desta autora) trabalharem para ajudar no sustento da família, desenvolvendo o que a pesquisadora chama de "jornada dupla" de trabalho, conciliando emprego com a vida acadêmica. Além disso, Santos (2009) destacou a existência de tensões raciais e atitudes preconceituosas com estudantes beneficiados por ações afirmativas, sendo que muitas das vezes estes estudantes precisam elaborar estratégias de "sobrevivência" material e simbólica no campus que seus pares geralmente não o fazem. Para mim, pesquisas que focam no desempenho acadêmico do estudante beneficiado por ações afirmativas não retratam estas questões, por isso precisamos ter cuidado para tirar conclusões precipitadas com base neste tipo de pesquisa.

Considerações finais

Como já mencionado, trago neste texto algumas impressões iniciais de uma pesquisa em andamento. Hoje a questão do acesso equitativo nas universidades federais brasileiras está se tornando uma realidade, possibilitado em grande parte pela adoção das políticas de ações afirmativas. Entretanto, as entrevistas como um todo mostram indícios de que apenas garantir o acesso não é suficiente. No caso dos docentes entrevistados, fica evidente o posicionamento da necessidade de se discutir ações que garantam a permanência do estudante na universidade. Muitos dos docentes relataram a necessidade e a importância dos auxílios financeiros concedidos aos estudantes pertencentes a grupos sub-representados no ensino superior. Como destacado, tais posicionamentos são corroborados por pesquisas que apontam tal necessidade. Entretanto, no caso de cursos da área das ciências exatas, há outras questões que devem ser debatidas. Um dos principais assuntos abordados foi uma possível falta de preparo dos estudantes ingressantes, cotistas e não cotistas, e a alta taxa de reprovação nas disciplinas iniciais dos cursos, principalmente no Cálculo Diferencial e Integral, fato que tem motivado a maior parte das ações pedagógicas realizadas via docentes ou mesmo via instituição. Claro que isso mostra que estas questões são anteriores à adoção de políticas afirmativas.

As entrevistas evidenciaram que uma das estratégias de permanência mais utilizadas na tentativa de diminuir as dificuldades no dia a dia das disciplinas relacionadas com a matemática foi a de criar ações remediais, como os "cursos de nivelamento", os quais muitas das vezes são embutidos na grade curricular dos cursos. Contudo, isto tem gerado uma tensão entre os docentes. Há aqueles que discordam dessa prática, não acreditando que uma simples disciplina (ou curso) poderia ser capaz de promover grandes mudanças. Acreditam que não é possível modificar hábitos de estudo, motivar e "remediar" o conhecimento dos estudantes tentando enquadrá-los na matemática do ensino superior utilizando simplesmente uma ou um conjunto de disciplinas. Considero que a universidade deve buscar um conjunto de medidas. Estudantes pertencentes a grupos sub-representados no ensino superior geralmente enfrentam muitos obstáculos em seu cotidiano na universidade que estão atrelados a questões sociais e acadêmicas (FOLTZ; GANNON; KIRSCHMANN, 2014; HRABOWSKI; MATON, 2009; SANTOS, 2009). Dessa forma, é importante discutir questões pedagógicas que favoreçam a permanência e o progresso destes estudantes. Considero que deveríamos nos questionar quais deveriam ser as especificidades educacionais que as políticas de ações afirmativas exigem da educação matemática.

Agradecimentos: Gostaria de agradecer à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo apoio na realização desta pesquisa.

Referências Bibliográficas

ALTBACH, P.; REISBERG, L.; RUMBLEY, L. (2009*). Trends in Global Higher Education: Tracking an Academic.* Boston, USA: Chestnut Hill. Boston College.

BAUM, S.; MA, J.; PAYEA, K. *Education Pays 2013: The Benefits of Higher Education for Individuals and Society*. CollegeBoard, 2013.

BOWEN, W. G.; BOK, D. *O curso do rio:* um estudo sobre a ação afirmativa no acesso à universidade. Garamond, 2004.

BRASIL. *Lei 12.711 de 29 de agosto de 2012.* Publicada no diário oficial da União em 30 de agosto de 2012.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S.; *O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens.* Tradução Sandra Regina. Porto Alegra: Artmed. Vol. 2, 2006.

FELICETTI, V. L. *Comprometimento do estudante: um elo entre aprendizagem e inclusão social na qualidade da educação superior*. 299f. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Pontifica Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUC-RS), Rio Grande do Sul, 2011.

FERES JÚNIOR, J; CAMPOS, L. A.; DAFLON, V. T. *Administrando o debate público: O Globo e a controvérsia em torno das cotas raciais.* Revista Brasileira de Ciência Política, v. 11, p. 7-31, 2013.

FOLTZ, L. G.; GANNON, S.; KIRSCHMANN, L. Factors that contribute to the persistence of minority students in STEM fields. *Planning for Higher Education Jorunal*, vol.42, n.4 – July-September, 2014.

GOLDEMBERG, J; DURHAM, E. R. Cotas nas universidades públicas. In: FRY, P. et al. (Org.). *Divisões perigosas: políticas raciais no Brasil contemporâneo.* Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2007. p. 167-172.

HRABOWSKI, F. A., KENNETH, I. M., MATON, M. L. G., GEOFFREY, L. G. *Overcoming th Odds: Raising Academically Successful African American Young Women.* New York: Oxford University Press, 2002.

HRABOWSKI, F.A. Support the Talented Tenth: The Role of Research Universities in Promoting Higher Achievement among Minor in Science and Engineering. *David Dodds Henry Lecture*, University of Illinois at Urban-Champaign, November 5, 2003.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística et al. *Síntese de indicadores sociais: uma análise das condições de vida da população brasileira* 2013. Rio de Janeiro, 2013.

MAGGIE, Y.; FRY, P. H. O debate que não houve. *Enfoques online,* Rio de Janeiro, v. 1, n. 1, dez. 2002.

MAGGIE, Y. e P. FRY. A reserva de vagas para negros nas universidades brasileiras. *Estudos Avançados* v. 18(50), pp. 67-80, 2004

MENDES JÚNIOR, A. A. F., Uma análise da progressão dos alunos cotistas sobre a primeira ação afirmativa brasileira no ensino superior: o caso da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. *Ensaio: avaliação das políticas públicas educacionais,* Rio de Janeiro, v.22, n.82, p.31-52, 2014.

MUSEUS, S. D.; LIVERMAN, D. High-Performing Institutions and their implications for studying underrepresented minority students in STEM. *New directions for institutional research,* n.148, 2010, p.17-28.

QUEIROZ, D. M.; SANTOS, J. T. Ações afirmativas para negros no ensino superior e desempenho de estudantes. In: COSTA, L. F.; MESSEDER, M. L. L. (Orgs). *Educação, multiculturalismo e diversidade.* Salvador: EDUFBA, 2010.

SANDEL, M. J. *Justiça. O que é Fazer a Coisa Certa.* 13ª edição. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2014.,

SANTOS, D. B. R. *Para Além das Cotas:* A Permanência de Estudantes Negros no Ensino Superior Como Política de Ação Afirmativa. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal da Bahia, 2009.

SILVA, G. H. G. Políticas de cotas nas universidades brasileiras e seus reflexos na educação matemática. *Actas del VII CIBEM ISSN*, v. 2301, n. 0797, p. 3773-3780, 2013.

[1] Veja, por exemplo, as pesquisas apresentadas nos simpósios temáticos “Ação Afirmativa e Afro-Brasileiro: realizações, dilemas e perspectivas” e “Ações afirmativas e sucesso acadêmico” do VIII Congresso Brasileiro de Pesquisadores(as) Negros(as), com o tema “Ações afirmativas: cidadania e relações Étnico-Raciais”. Veja também Silva (2013).

Documento para o ensino do conceito de função

Sonia Barbosa Camargo Igliori
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
sigliori@pucsp.br

Marcio Vieira de Almeida
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
marcioalmeidasp@gmail.com

Resumo

O objetivo deste trabalho é apresentar parte da organização de um documento, quais sejam a componente material e a matemática, para o ensino de funções reais. O termo documento tem o significado atribuído por Trouche, um conjunto de recurso e um esquema de utilização desse conjunto. O referencial teórico é composto pela Gênese Documental, e por elementos teóricos propostos por David Tall e seus associados. Pela Gênese Documental é apresentada uma maneira pela qual um documento pode ser produzido por um professor para o trabalho em sala de aula, sendo essa maneira inspirada pela abordagem instrumental. E em Tall encontram-se conceitos cognitivos que podem nortear atividades para o ensino do conceito de função. E ainda dentre esses elementos é destacado como o computador, com o *software* adequado, pode ser utilizado no ensino de conceitos da Matemática. Os procedimentos metodológicos que norteiam o trabalho apresentado neste artigo são aqueles defendidos na teoria da Gênese Documental. Eles fornecem elementos para se tornar possível a criação do documento aqui apresentado. Esse documento é parte dos resultados de uma pesquisa de doutoramento, que visa à construção de um conjunto de documentos para o ensino do Cálculo Diferencial e Integral, com vistas a possibilitar a integração da teoria com a prática no campo de pesquisa em Educação Matemática no Ensino Superior.

Palavras-chave: Ensino de Cálculo; Funções; Gênese Documental.

Introdução

Este artigo está inserido no âmbito das pesquisas sobre o ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino Superior, em especial no ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Exatas. O objetivo é apresentar parte da organização de um documento para o ensino de funções reais.

O conceito de função foi escolhido porque num estudo realizado com três pesquisas nacionais, que abordaram esse conceito, foram apontadas dificuldades que podem emergir na aprendizagem desse conceito e pode-se inferir que representações gráficas como as propostas no documento proposto podem contribuir para a melhoria da compreensão.

A primeira pesquisa (BARBOSA, 2009) tem por referência o construto teórico seres-humanos-com-mídias e tem por alvo fazer compreender como um coletivo formado por alunos-com-tecnologia produz conhecimento acerca de tópicos da Matemática, entre eles funções de variável real, a partir de uma abordagem gráfica.

Ardenghi (2008) realizou um panorama sobre o estudo de funções abrangendo dissertações e teses desenvolvidas no Brasil, dois artigos internacionais e um capítulo de um livro, no período de 1970 a 2005. O objetivo do pesquisador era compreender dificuldades de alunos, relacionadas ao conceito de função, observados tanto na experiência de ensino desse conceito, por parte do pesquisador, quanto em outras pesquisas da área da Educação Matemática.

As análises dos dados indicaram que professores e livros apresentam o conceito de função utilizando-se de uma linguagem técnica. Ardenghi indica que os resultados de pesquisas não têm sido incorporados livros, o que pode corroborar com a geração de novos obstáculos.

Em Costa (2004) é realizado um estudo, caráter de diagnóstico, cujo intuito foi investigar conhecimentos de estudantes universitários sobre o conceito de função. A análise dos dados norteou-se pelos elementos teóricos conceitos imagem e definição, de Tall e Vinner.

Nessa pesquisa foram constadas dificuldades relacionadas ao conceito de função. Como as expostas por Even (1988 *apud* BAKAR; TALL, 1992) que demonstra efeitos da exposição da definição de função, advinda da Teoria de Conjunto. Um desses efeitos é que os sujeitos ignoram a natureza arbitrária da relação entre dois conjuntos, exposta na definição. O outro é que, segundo os sujeitos, todas as funções poderiam ser representadas por uma única expressão.

Em resumo pode-se ressaltar como dificuldades relacionadas ao ensino do conceito de função: a abordagem excessivamente algébrica, em detrimento a outras, como a representação gráfica, e a necessidade percebida pelos alunos de que a lei funcional deve ser expressa por uma única sentença.

A necessidade de elaborar um documento para o ensino de função também emergiu em decorrência da detecção da necessidade de integrar teoria e prática no campo da Educação Matemática, em especial nas pesquisas relacionadas ao ensino e aprendizagem do Cálculo.

No caso das pesquisas relacionadas ao ensino e aprendizagem do Cálculo Rasmussen, Marrangelle e Borba ressaltam que "é fundamentalmente importante que o corpo de pesquisa em ensino, aprendizagem e entendimento do Cálculo contribua com a prática educacional de estudantes que estão matriculados em cursos de Cálculo a cada ano" (RASMUSSEN; MARRANGELLE; BORBA, 2014, p. 507, tradução nossa).

Rasmussen, Marrangelle e Borba revelam que pesquisas sobre o ensino e aprendizagem do Cálculo têm apresentado quatro padrões: pesquisas em que foi objetivado identificar e estudar dificuldades e obstáculos cognitivos dos estudantes; pesquisas em que foram investigados processos pelos quais os estudantes aprendem um conceito particular; estudos empíricos, que incluem reflexão sobre os efeitos de inovações curriculares e pedagógicas na aprendizagem dos estudantes; e mais recentemente, o último padrão identificado é composto por pesquisas relacionadas à busca de conhecimentos, crenças e práticas dos professores. Considerando esses padrões de pesquisa, Rasmussen, Marrangelle e Borba entendem que em vista da profundidade do que é conhecido sobre a aprendizagem dos alunos, obtidos a partir das pesquisas anteriores, especialmente, daquelas conduzidas nas décadas de 80 e 90, é necessário que os pesquisadores do campo da Educação Matemática no Ensino Superior se engajem no desenvolvimento de projetos de pesquisa abrangentes, nos quais os matemáticos e os educadores matemáticos trabalhem em conjunto com vistas a abordarem questões relacionadas ao ensino e aprendizagem do Cálculo tanto de natureza teórica quanto de natureza pragmática.

Em Robert e Speer (2001) é reforçada a urgência da integração teoria e prática nas pesquisas do ensino de Cálculo. No trabalho dessas autoras foram destacadas duas categorias de pesquisa para o ensino e aprendizagem do Cálculo e da Análise. A primeira incluía pesquisas guiadas por teorias, e a outra por pesquisas guiadas pela prática. Essa categorização não implicava em dizer separação, uma vez que Robert e Speer entendiam que essas duas abordagens são complementares e que o campo de pesquisa da Educação Matemática "vai fazer progressos no ensino e na aprendizagem, de maneira eficaz, só se tratar, de forma significativa, com as questões teóricas e pragmáticas simultaneamente" (ROBERT; SPEER, 2001, p. 297, tradução nossa).

É possível detectar nos dois trabalhos expostos (ROBERT; SPEER, 2001; RASMUSSEN; MARRANGELLE; BORBA, 2014) a seguinte constatação: a necessidade de se valorizar, nas pesquisas relacionadas ao ensino e aprendizagem do Cálculo, a produção de conhecimento para a melhoria da prática.

É com o desenvolvimento de tais materiais que vislumbramos uma maneira de tornar acessível, o que foi produzido pelos pesquisadores, aos professores. Essa preocupação encontra respaldo no que foi discuto por Fey (1994) sobre a implicação dos estudos psicológicos para o ensino e aprendizagem da Matemática escolar, ao dizer que:

> No entanto, longe de fornecer uma orientação clara para a construção de estratégias de ensino e ambientes de aprendizagem adequados, os resultados são mais sugestivos do que prescritivos – incompletos e muitas vezes contraditórios. Um desenvolvedor de currículo ou professor que se volta para a Psicologia para insights sobre o ensino de ideias matemáticas e métodos fundamentais de raciocínio vai encontrar teorias provocativas, mas também um grande desafio para traduzir essas teorias em práticas de sala de aula (FEY, 1994, p. 20, tradução nossa).

Com base nos elementos apresentados nesta seção é assumido que uma maneira de traduzir teorias em práticas de sala de aula é elaborar materiais de ensino, por meio de um processo de produção fundamentado na Gênese Documental, proposta por Gueudet e Trouche (2009), e nas indicações teóricas desenvolvidas por David Tall e seus associados, que compõe o quadro teórico, desta pesquisa, apresentado na próxima seção.

Quadro teórico

Para Severino o quadro teórico, numa pesquisa qualitativa, constitui-se como “o universo de princípios, categorias e conceitos, formando sistematicamente um conjunto logicamente coerente, dentro do qual o trabalho do pesquisador se fundamenta e se desenvolve” (SEVERINO, 2000, p. 162). Esse quadro possui a função de servir como diretriz e orientação do percurso da pesquisa e não de subjugar, de maneira mecânica e formal, o pensamento criativo do pesquisador.

O quadro teórico apresentado é composto dos seguintes elementos: da Gênese Documental e elementos teóricos, como a noção de organizadores genéricos e de que forma o computador pode ser utilizado no ensino da Matemática, na perspectiva de Tall.

A Gênese Documental embasa a maneira pela qual o documento para o ensino de função, objetivado neste artigo, é produzido.

Segundo Gueudet e Trouche, a documentação elaborada por professores, para preparar sua aula, está no cerne tanto das atividades quanto do desenvolvimento profissional do professor (GUEUDET; TROUCHE, 2009, p. 199). O trabalho de documentação, definido pelos autores, constitui-se em: buscar por novos recursos, selecionar e criar tarefas matemáticas, planejar sequências nas quais as atividades serão desenvolvidas, gerenciar o tempo disponível e a administração dos artefatos disponíveis.

O processo de Gênese Documental produz o que é chamado de documento e pode ser representado pela expressão:

$$\textit{Documentos} = \textit{Recursos} + \textit{Esquema de utilização} \quad (1)$$

O termo recurso, para Gueudet e Trouche, é utilizado para descrever uma variedade de artefatos que pode ser utilizada por um professor. Um recurso pode ser, por exemplo, um livro texto, uma aplicação produzida num *software*, uma lista de exercícios que será resolvida pelos alunos, uma discussão com outros professores, etc... Um recurso nunca é isolado, mas sim um conjunto de recursos, e o professor esboça num conjunto de recursos seu trabalho de documentação.

De maneira complementar,

> [...] um recurso pode ser um artefato, ou seja, o resultado da atividade humana elaborada por uma atividade humana, com um objetivo preciso. Mas os recursos superam artefatos: a reação de um estudante, uma vara de madeira no chão também pode constituir-se como recursos, por um professor que os adote em sua atividade (GUEUDET; TROUCHE, 2012, p. 204, tradução nossa).

O esquema de utilização indicado em (1), é um componente psicológico definido por Vergnaud “como uma organização invariante do comportamento do sujeito para uma classe de situações” (VERGNAUD, 1998, p. 229).

Gueudet e Trouche representam o processo de Gênese Documental, pelo seguinte esquema (Figura 1):

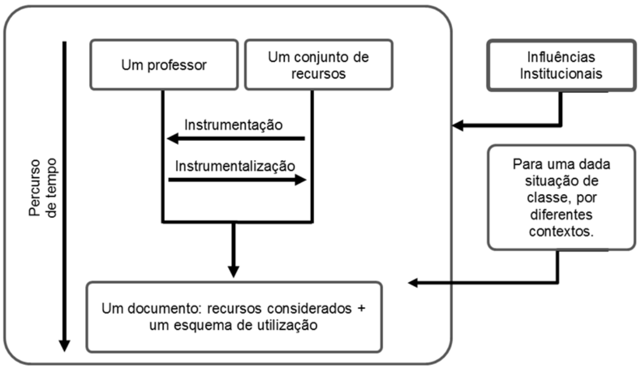


Figura 1 – Representação esquemática da Gênese Documental.
Fonte: GUEUDET; TROUCHE, 2009, p. 206, tradução nossa.

O processo de Gênese Documental não pode ser considerado como uma transformação na qual um conjunto de recursos é dado como entrada e um documento como saída (GUEUDET; TROUCHE, 2009). Esse processo é contínuo cujo desenvolvimento ocorre durante a utilização de determinado documento. Gueudet e Trouche defendem a existência de uma relação dialética entre os recursos e os documentos e que a elaboração de documentos é dada em longo prazo.

Durante o processo de Gênese Documental, devem ser levados em consideração três componentes, que são entrelaçados, para o desenvolvimento de um conjunto de recursos, que integrará um documento: material; matemática e a componente didática.

A componente material é composta por materiais que serão utilizados para o desenvolvimento de uma atividade, por exemplo, papel, computador, fichários, etc.

As noções matemática envolvidas, tarefas e técnicas matemáticas necessárias compõem a componente matemática de um dado conjunto de recursos, ou documento.

Na componente didática devem ser levados em consideração aspectos institucionais que influenciam o trabalho do professor em sala de aula. Gueudet e Trouche definem que essa componente é composta por “elementos organizacionais, que vão desde o mapeamento do ano ao planejamento de uma única sessão de uma hora” (GUEUDET; TROUCHE, 2009, p. 207, tradução nossa).

Com esse elemento teórico é pretendido desenvolver o documento para o ensino de funções. Eventualmente, é possível sugerir que pesquisas, desenvolvidas por pesquisadores da Educação Matemática, podem ser incluídas no repertório de recursos de um professor. Ademais, é possível que resultados de pesquisas possam auxiliar na formulação de uma justificativa para o desenvolvimento de determinado recurso.

Outros elementos teóricos, que referenciaram a produção do documento é a noção de organizadores genéricos, desenvolvida por David Tall.

A noção de organizador genérico, que é definida como “um ambiente (ou micromundo) que permite ao aprendiz manipular exemplos e (se possível) contraexemplos de um conceito matemático específico ou de um sistema de conceitos relacionados” (TALL, 2000, p. 10, tradução nossa, grifo do autor). O termo "genérico" foi utilizado para denotar que a atenção do aluno é dirigida a determinado aspecto dos exemplos considerados e esses aspectos devem incorporar elementos do conceito abstrato objetivado pelo professor/pesquisador (TALL, 1986).

Em vista das funcionalidades disponíveis no GeoGebra, determinada aplicação construída nele pode ser um organizador genérico. Contudo, essa aplicação deve levar em consideração a seleção de uma ideia importante e essencial, que será o foco da atenção do estudante. Ideia essa que não é necessariamente fundamental para a teoria matemática pretendida, porém, ela auxilia o sujeito a desenvolver intuições apropriadas ao desenvolvimento teórico.

Tall alerta que no desenvolvimento de um organizador genérico devem ser considerados elementos que sejam utilizados para o favorecimento do desenvolvimento formal teórico da Matemática, pois

> [...] um organizador genérico está devidamente projetado e o agente de organização atua de forma eficaz, a compreensão intuitiva das ideias oferecidas pelo organizador pode fornecer uma base sólida para o desenvolvimento posterior da teoria formal. Isso pode depender muito da ação do agente organizador que tenta garantir que as propriedades não-genéricas do organizador não atuem como distratores e causem obstáculos (TALL, 1986, p. 85, tradução nossa).

O pesquisador alerta, também, que um organizador genérico deve ser elaborado de maneira cuidadosa, pois no caso da elaboração não ser precisa ou utilizada indevidamente, pode ocorrer o seguinte:

> Se um organizador genérico for utilizado num ambiente que não é devidamente controlado, então o estudante pode abstrair propriedades dos exemplos estudados que não são parte do conceito que está sendo modelado. Como a mente humana é um poderoso aparato de detecção de padrões, podem ser encontrados padrões que não se pretende que sejam abstraídos (TALL, 1986, p. 83, tradução nossa).

Em Tall (1986) é exemplificado um caso de utilização indevida de organizador genérico: a utilização de um *software* que plota gráficos de funções reais, em determinada atividade em que foi solicitado ao sujeito apenas que esboce gráficos de funções polinomiais, trigonométricas, exponenciais e logarítmicas, que são contínuas e diferenciáveis em todos os pontos do domínio. É possível nesse caso que um sujeito, fazendo uma exploração sem a devida orientação, possa inferir que todas as funções são contínuas e diferenciáveis em todos os pontos de seus domínios. Por isso é necessário construir exemplos de funções, cujas representações gráficas tenham "bicos", e até mesmo, se possível, explorar outros exemplos até mesmo de uma função que seja contínua e não diferenciável em todos os pontos do domínio. Com tais exemplos, é possível que o sujeito infira que nem todas as funções são diferenciáveis e que existem funções contínuas e não diferenciáveis até numa infinidade de pontos do domínio.

No exemplo anterior, é possível perceber que houve ocorrência de um princípio geral em determinado contexto, e que não é valido em outro, o pesquisador nomeou essa ocorrência de princípios de extensão genéricos, que ocorre na seguinte situação:

> Se um sujeito trabalha num micromundo restrito no qual todos os exemplos considerados possuem determinada propriedade, então, na ausência de

contraexemplos, a mente assume que a propriedade conhecida seja implícita em outros contextos (TALL, 1986, p. 84, tradução nossa).

Tall ressalta que com o uso de *softwares* adequados é possível favorecer a visualização de representações de conceitos matemáticos, com as quais alunos podem desenvolver de maneira significativa determinado conceito da Matemática. Contudo, o pesquisador alerta para um perigo, existente na utilização de determinados *software*, que plotam gráficos, pois eles podem levar o sujeito a desenvolver um conceito imagem limitado, visto que podem ser utilizados para "desenhar gráficos razoavelmente suaves dados por fórmulas" (TALL, 1993, p. 2, tradução nossa).

É nesse sentido que a proposta de documento de ensino apresentado foi desenvolvido: com o objetivo de explorar a ideia de que uma função pode ser definida em mais de uma sentença ou ter o domínio como um subconjunto próprio dos números reais e como é possível representar essas funções no *software* GeoGebra.

Desenvolvimento do documento

Nesta seção é apresentada parte da organização de um documento, quais sejam a componente material e a matemática.

A componente material é o GeoGebra. A escolha desse *software* deve-se ao fato dele ser gratuito, de possuir interface simples e intuitiva e possibilitar o trabalho conjunto da Geometria, da Álgebra e do Cálculo. Esse *software* é munido das ferramentas necessárias e possibilita a replicação das mesmas, pois ele não requer computadores "poderosos" e possui uma versão *mobile* para dispositivos móveis (como, *smartphones* e *tablets*). Além disso, o *software* possibilita a elaboração e modificação de *applets*, tanto para uso em sala de aula quanto para disponibilizar em *websites* da *internet*.

A componente matemática é o conceito de função. Primeiramente, destacamos que uma função f: $A \rightarrow B$ é uma terna composta dos seguintes elementos: um conjunto, denotado por A, denominado domínio, outro conjunto, denotado por B, denominado contradomínio e uma relação funcional entre os conjuntos A e B que associa a cada elemento $x \in A$, um único elemento $y = f(x) \in B$.

Como consequência da definição, a função f_1: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f_1(x) = x^2$ não é igual à função f_2: $[-2, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f_2(x) = x^2$, pois dos domínios de f_1 e de f_2 são diferentes.

Neste artigo não será apresentada a componente didática, pois ela está em vias de ser elaborada.

Os recursos que compõe o documento objetivado são os seguintes:

A partir do estudo das três pesquisas nacionais, em que foram ressaltadas dificuldades relacionadas ao ensino do conceito de função, que podem ser enfrentadas com o documento apresentado. Sendo assim com o documento será possível evitar uma abordagem excessivamente algébrica, em detrimento a outras, como a representação gráfica, e propiciar elementos que visem à ampliação da compreensão dos alunos com relação ao conceito de função do seguinte modo: exibindo exemplos de funções que podem ser expressas por mais de uma sentença.

Com o *software* GeoGebra será possível representar graficamente funções, com isso evitando uma abordagem essencialmente algébrica.

O esquema de utilização deste documento é composto dos seguintes elementos:

Primeiro, apresentar a definição do conceito de função, ressaltando que uma função f: $A \to B$ é uma terna composta por: um conjunto, denotado por A, denominado domínio da função, outro conjunto, denotado por B, denominado contradomínio da função e uma relação entre os conjuntos A e B que associa a cada elemento $x \in A$, um único elemento $y = f(x) \in B$. Se for alterado um dos elementos da terna, da definição, o gráfico será outro, em consequência trata-se de outra função com a mesma sentença.

Ao considerar as seguintes funções f_1: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada pela regra $f_1(x) = x^2$ e a função a função f_2: $[-2, 1] \to \mathbb{R}$, dada pela regra $f_2(x) = x^2$. As seguintes questões podem ser feitas: as funções f_1 e f_2 são iguais? Em caso delas não serem iguais, conjecture qual seria a diferença entre as representações gráficas das funções f_1 e f_2?

A partir dessas questões seria possível detectar quem não distingue as duas funções que têm mesma sentença, porém domínios diferentes. A representação gráfica pode ser feita no GeoGebra do seguinte modo: a representação da função f_1 pode ser feita digitando no campo *Entrada* o seguinte: f_1(x) = x^2.

A representação da função f_2 exige que a restrição no domínio deva ser considerada, com isso não se pode digitar diretamente a sentença da função. Para representar graficamente a função f_2 ser utilizado o comando “Se”, existente no GeoGebra.

Segundo o manual do *software* (HOHENWARTER, 2009, p. 41), esse comando possui duas estruturas: “Se[<Condição>, <Então>]” e “Se[<Condição>, <Então>,

<Senão>]”. Com o comando booleano “Se[<Condição>, <Então>]” é possível construir o gráfico de uma função real em que o domínio é um subconjunto próprio dos números reais. É necessário digitar os seguintes comandos, no campo *Entrada*:

“*f*_2(*x*) = Se [– 2 ≤ *x* ≤ 1, *x*^2]”

No GeoGebra, para acrescentar o símbolo ≤ (ou ≥), pode-se fazer de duas maneiras: a primeira é digitar, no campo *Entrada*, o seguinte: “<=” (ou “>=”), ; e a segunda é, com o cursor no campo Entrada, clicar no botão α, localizado no canto direito desse mesmo campo, e clicar no símbolo ≤ (ou ≥).

Na Figura 2, segue a representação gráfica da função f_2, na *Janela de Visualização*:

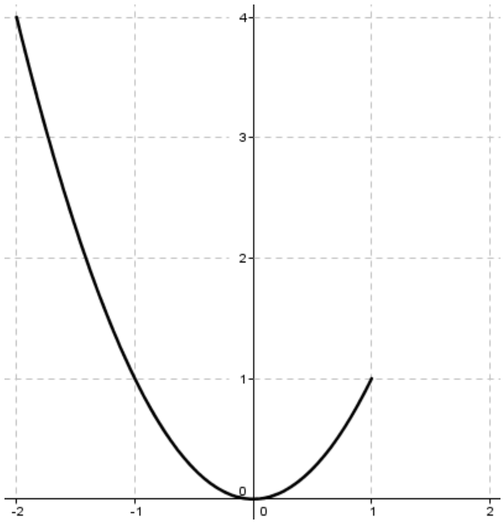


Figura 2 – A representação gráfica da função f_2: $[-2,1] \to \mathbb{R}$, dada pela sentença $f_2(x) = x^2$.
Fonte: Elaboração nossa.

Outra questão detectada é que uma relação funcional tem que ser expressa por uma única sentença.

Para que seja percebido, pelo aluno, que a relação funcional pode ser expressa por mais uma sentença, considere a função h: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada pela seguinte regra:

$$h(x) = \begin{cases} 2 - x & \text{se } x \leq 1 \\ x^2 & \text{se } x > 1 \end{cases} \qquad (2)$$

Ao considerar a função h: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, a seguinte questão pode ser feita: conjecture qual será a representação gráfica da função h?

Para representar graficamente a função *h* é necessário utilizar outra estrutura do comando booleano "Se", dada por "Se[<Condição>, <Então>, <Senão>]". Essa estrutura possibilita escrever funções reais definidas por uma regra que possui duas sentenças distintas da seguinte maneira: todos os valores reais, que não satisfizerem a <Condição>, satisfarão a condição <Senão>. Sendo assim é necessário digitar o seguinte, no campo *Entrada*:

$h(x)$ = Se [$x \leq 1$, $2 - x$, x^2]

A representação gráfica da função *h* é apresentada na Figura 3.

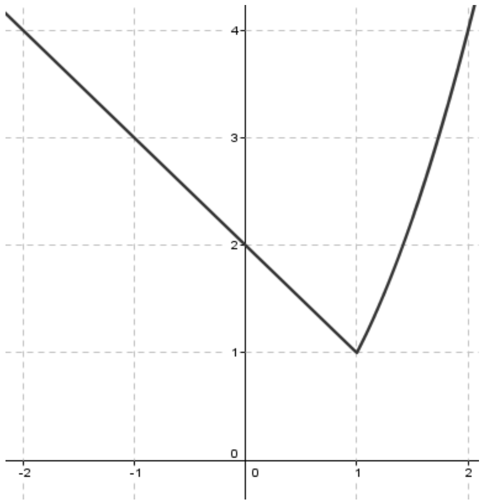


Figura 3 – A representação gráfica da função h: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$.
Fonte: Elaboração nossa.

O último exemplo do documento é o de uma função que possui três sentenças. Considere a função i: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$i(x) = \begin{cases} x+2 & \text{se } x < -1 \\ x^2 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ x & \text{se } x > 1 \end{cases} \qquad (2)$$

Para representar graficamente essa função é necessário "encaixar" dois comandos "Se". Observe o que deve ser digitado no campo *Entrada*:

"$i(x)$ = Se [$x < -1$, $x + 2$, Se [$-1 \leq x \leq 1$, x^2, x]]"

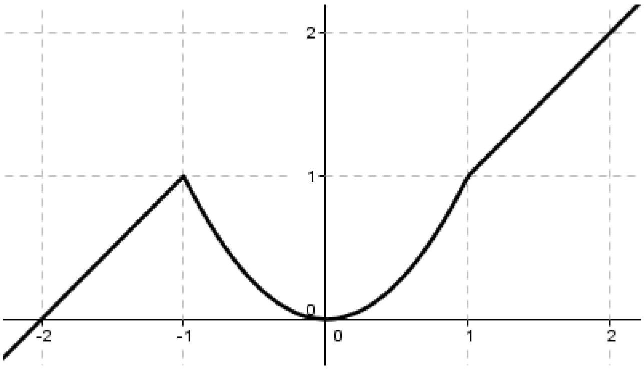


Figura 4 – A representação gráfica da função i: ℝ → ℝ.
Fonte: Elaboração nossa.

O processo de “encaixe” de comandos “Se” pode ser repetido de acordo com o número de sentenças que constituem a lei de definição da função.

Conclusões

Neste artigo foi apresentada uma proposta de elaboração de parte de documento, no sentido de Luc Trouche, para o ensino do conceito de função. Esse documento é um material parcial e por esse motivo não foi apresentada a componente didática. Além disso, foram levados em conta resultados de pesquisas e elementos teóricos desenvolvidos por Tall. Esse documento insere-se na perspectiva de atender à necessidade apontada por pesquisadores da construção de material de ensino da Matemática em geral, que sejam embasadas em teorias cognitivistas, como é o caso da teoria de Tall. No caso, por exemplo, do conceito de função, ele destaca aspectos que devem ser levados em conta, como a exploração de exemplos em que a lei de definição da função seja apresentada por mais de uma sentença.

A pesquisa na qual se insere este artigo tem o foco de desenvolver documentos para o ensino de Cálculo embasado em teorias que sustentem o uso de instrumentos computacionais como vantajoso para a aprendizagem.

E, por fim, espera-se que a demonstração, de ferramentas, comandos e funções predefinidas, disponíveis em *softwares*, como o GeoGebra, na construção de atividades para o ensino, possa contribuir tanto com a pesquisa em Educação Matemática, quanto com a prática docente, pois propicia a elaboração de novos materiais que podem favorecer a aprendizagem da Matemática.

Referência bibliográficas

ARDENGHI, M. J. *Ensino aprendizagem do conceito de Função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil.* 2008. 182 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

BAKAR, M; TALL, D. Students' Mental Prototypes for Functions and Graphs. *International Journal of Mathematics Education in Science & Technology*, n. 23, vol. 1, p. 39–50, 1992. Disponível em: <http://wrap.warwick.ac.uk/511/1/WRAP_Tall_dot1992c-bakar-ijmest.pdf>. Acesso em 28 jun. 2015.

BARBOSA, S. M. *Tecnologias da Informação e Comunicação, Função Composta e Regra da Cadeia.* 2009. 199 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2009.

COSTA, A. C. *Conhecimentos de Estudantes Universitários sobre o Conceito de Função.* 92 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade de São Paulo. São Paulo, 2004.

FEY, J. Y. Eclectic approaches to elementarization: cases of curriculum construction in the United States. BIEHLER, R. et al. (Orgs) *Didatics of Mathematics as a Scientific Discipline.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, p. 15 – 26, 1994.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, v. 71, n. 3, p. 199-218, 2009.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Teachers' Work with Resources: Documentational Geneses and Professional Geneses. In: GUEDET, G; PEPIN, B.; TROUCHE, L. *From Text to 'Lived' Resources:* Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development. Dordrecht: Springer Netherlands, 2012. p. 23 - 41. (Mathematics Teacher Education). Disponível em: <http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-94-007-1966-8_2>. Acesso em: 28 jun. 2015.

HOHENWARTER, J.; HOHENWARTER, M. *Ajuda GeoGebra: Manual Oficial da Versão 3.2.* Tradução e adaptação para português (de Portugal) de António Ribeiro. 2009. Disponível em: <http://www.geogebra.org/help/docupt_PT.pdf>. Acesso em: 28 jun. 2015.

RASMUSSEN, C.; MARRONGELLE, K.; BORBA, M. C. *Research on calculus: what do we know and where do we need to go?* ZDM, v. 46, n. 4, p. 507 - 515, 2014.

ROBERT, A.; SPEER, N. Research on the teaching and learning of Calculus/Elementary Analsys. In: HOLTON, D. (Ed.) *The Teaching and Learning of*

Mathematics at University Level – an ICMI study, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2001. p. 283 – 299.

SEVERINO, A. J. *Metodologia do Trabalho Científico.* 21. ed. São Paulo: Cortez, 2000.

TALL, D. *Building and Testing a Cognitive Approach to the Calculus Using Interactive Computer Graphics.* 1986. 505 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – University of Warwick, Inglaterra, 1986.

TALL, D. *Real Mathematics, Rational Computers and Complex People.* In: ANNUAL INTERNATIONAL CONFERENCE ON TECHNOLOGY IN COLLEGE MATHEMATICS TEACHING, 5., 1993, Procedings…, Addison-Wesley, p. 243 – 258, 1993. Disponível em: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot1993h-real-rat-cmplx.pdf>. Acesso em: 28 jun. 2015.

TALL, D. *Biological Brain, Mathematical Mind & Computational Computers (how the computer can support mathematical thinking and learning).* In: ASIAN TECHNOLOGY CONFERENCE IN MATHEMATICS, 5, 2000, Chiang Mai. Proceedings... Blackwood: ATCM Inc, 2000. Disponível em: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2000h-plenary-atcm2000.pdf>. Acesso em: 28 jun. 2015.

VERGNAUD, G. Toward a cognitive theory of practice. In. SIERPISKA, A; KILPATRICK, J. (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search of identity.* Dordrecht: Kluwer. p. 227 – 241. 1998.

Introdução à geometria plana axiomática por meio de histórias em quadrinhos: uma experiência com alunos do curso de licenciatura em matemática

Elias Santiago de Assis
elyassantiago@gmail.com
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia.

Maria Helena Silva de Sousa Martinho
mhm@ie.uminho.pt
Universidade do Minho.

Resumo

Este trabalho tem como objetivo identificar os contributos e as fragilidades da apresentação dos axiomas que abrem as discussões em Geometria Plana, os Axiomas de Incidência e os de Ordem, através de histórias em quadrinhos (HQs). Consiste em um estudo de caso cujos participantes são alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia. A estes estudantes foram apresentadas duas HQs cujos conteúdos se complementam: a primeira aborda os conceitos de axiomas, proposições, corolários e demonstrações, a partir de uma breve descrição da obra *Os Elementos* de Euclides; a segunda, apresenta os axiomas já mencionados seguidos de definições e proposições a eles relacionadas. A aplicação das HQs foi acompanhada pelo primeiro autor que utilizou o seu diário de bordo e questionários estruturados para coletar informações. Para a elaboração das revistas foi utilizada uma *home page* destinada a esse fim: o *toondoo*. As experiências revelaram que a utilização desse tipo de arte sequencial, além de fomentar a participação dos alunos e agregar ludicidade à aprendizagem, contribui para a formação acadêmica dos estudantes no que tange ao entendimento dos assuntos abordados.

Palavras-chave: Aprendizagem em Geometria, Axiomas de Incidência e Ordem, Histórias em Quadrinhos.

Introdução

No Brasil, as preocupações com o ensino e a aprendizagem de Geometria tornaram-se mais frequentes nos encontros de pesquisadores e professores de Matemática a partir da última década do século passado. A busca por novas metodologias de ensino possibilitou a abertura dos espaços escolares para outras ferramentas de aprendizagem, além dos livros didáticos clássicos. O uso de materiais manipuláveis, a utilização de *software* educativo e a adoção de textos paradidáticos são alguns elementos que passaram a ser utilizados na perspectiva de atender às demandas impostas pelos estudantes do novo século no contexto da sala de aula. É plausível considerar a existência de outros mecanismos de apoio aos alunos que, além dos já citados, poderão ampliar as possibilidades de aprendizagem. Nessa perspectiva, o presente trabalho tem como objetivo verificar se as histórias em quadrinhos também podem ser inseridas no conjunto dessas ferramentas de ensino e qual o impacto da sua utilização no tratamento da Geometria Axiomática, mais especificamente, na abordagem dos Axiomas de Incidência e Ordem.

Como a abordagem dedutivo-formal em Geometria surge no período da graduação, a pesquisa foi realizada em uma turma de estudantes do curso de Licenciatura em Matemática na universidade onde o primeiro autor atua como professor. Optou-se por pesquisar a influência da utilização de HQs no processo de ensino e aprendizagem da Geometria Axiomática por ser a abordagem de geometria à moda euclidiana aquela que costuma trabalhar com seus alunos em um dos componentes curriculares que leciona. Inclusive, a gênese da investigação surgiu na própria sala de aula quando, em uma de suas turmas anteriores, este autor propôs aos discentes que confeccionassem histórias em quadrinhos que abarcassem alguns dos conteúdos discutidos em sala com ênfase, porém, na aplicação dos resultados e não em suas demonstrações. Desta vez optou por debruçar-se sobre questões mais complexas sintetizadas como segue: É possível apresentar as definições, os teoremas e as demonstrações da Geometria Euclidiana Plana, em especial os resultados relacionados aos axiomas de incidência e ordem, através de HQs?

Por não ter encontrado qualquer história em quadrinhos que contemplasse os primeiros grupos de axiomas da Geometria Euclidiana, o próprio investigador se dispôs a criá-la. A autoria da HQ só foi revelada aos participantes após a finalização da investigação para que eles se sentissem mais a vontade para criticar e apresentar sugestões de melhorias no que tange a história em quadrinhos utilizada. A opinião dos participantes foi coletada por meio de conversas, observações e de um questionário previamente estruturado. Além disso, algumas atividades concernentes aos assuntos explorados na HQ foram entregues aos alunos com o intuito de verificar quais dos conteúdos ali presentes de fato se tornaram inteligíveis para os participantes.

A primeira HQ trata da obra magna de Euclides de Alexandria, *Os Elementos*. A segunda HQ aborda os conceitos que abrem os estudos em Geometria: os conceitos primitivos, o segmento de reta, a semi reta, os triângulos, os conjuntos convexos, o semi plano, dentre outros. Para tornar a narrativa mais próxima do dia a dia dos alunos, motivando-os à aprendizagem, o enredo utilizado mistura práticas esportivas (futebol, vôlei, basquete) com os conteúdos geométricos. A inserção dos esportes na história deve-se a sua forte presença nos momentos de lazer e nas conversas dos estudantes.

Referencial teórico

A validação das histórias em quadrinhos como ferramenta educacional, no Brasil, ocorreu de forma mais marcante a partir da última década do século passado. Em 1996, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) passou a consentir "o pluralismo de idéias e de concepções pedagógicas" (BRASIL, 1997, p. 1) na sala de aula, abrindo as portas do ambiente escolar para outros tipos mídias além do livro didático. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), por sua vez, posicionam-se de forma mais direta quanto à utilização de histórias em quadrinhos para fins educacionais. Apontam-nas como instrumento de letramento que auxiliam os estudantes na interpretação de textos e na análise da linguagem oral (BARI; VERGUEIRO, 2009). E o Programa Nacional da Biblioteca Escolar (PNBE), instituído em 1997, levou revistas em quadrinhos às escolas públicas em 2006 conforme destacam Neto e Silva (2011).

Vergueiro e Rama (2006) apontam algumas vantagens da utilização das histórias em quadrinhos em sala de aula. De acordo com eles, "a interligação do texto com a imagem, existente nas histórias em quadrinhos, amplia a compreensão de conceitos de uma forma que qualquer um dos códigos, isoladamente, teria dificuldades para atingir" (p. 22). Em consonância com os PCNs, esses autores destacam que as HQs contribuem para o desenvolvimento do hábito de leitura. Acrescentam ainda que as "histórias em quadrinhos aumentam a motivação dos alunos para o conteúdo das aulas, aguçando sua curiosidade e desafiando seu senso crítico" (p. 21). A motivação provocada pela HQs é também assinalada por Anchieta (2011), contudo, relacionada ao ensino e a aprendizagem de Matemática. Através da utilização de uma história em quadrinhos, de sua autoria, que versa o conceito de mínimo múltiplo comum, em três turmas da primeira série ginasial, este autor identificou um crescimento no interesse e entusiasmo dos alunos.

Não obstante a abertura dos espaços escolares para as HQs, a sua utilização no ensino de Matemática ainda demanda mais experimentação e debates. Autores como Anchieta (2011), Patrocínio (2012), Santos (2014), Silva (2010) e Júnior (2011) têm-se debruçado sobre essas questões. Para o último autor, inclusive, as HQs destinadas ao ensino de Matemáticas são mais "atraentes" do que os livros didáticos tradicionais. Algumas publicações já trazem a literatura em quadrinhos durante a abordagem de conteúdos matemáticos, a exemplo, do *Guia Mangá de Cálculo Diferencial e Integral*, de Kojima e Co (2010) e o livro paradidático *Pra que serve a Matemática?Geometria* de Imenes, Jakubo e Lellis (2004).

A obra *Logicomix* de Doxiadis e Paradimitriou (2013), com uma história envolvente e excelente diagramação, revela-nos a viabilidade da utilização da linguagem quadrinhística na exposição de episódios da história da Lógica Matemática. A utilização de HQs no tratamento de temas ligados à História da Matemática é defendida por Santos (2014) segundo o qual "a contagem dessas histórias seria um momento de descontração em meio ao formalismo e a rigidez da matemática" (p. 20).

Entretanto as HQs não servem apenas para abordar temas da história da Matemática, mas podem ser utilizadas para tratar conteúdos matemáticos próprios. Os trabalhos de Patrocínio (2012) e Silva (2010) corroboram com essa idéia. O primeiro deles trabalhou com HQs digitais destinadas a exposição de operações envolvendo os números naturais. As histórias em quadrinhos foram desenvolvidas pelos alunos-participantes da investigação realizada por Patrocínio (2012) com o auxílio do próprio investigador o qual destacou, a dificuldade que os estudantes apresentaram quanto à leitura e interpretação de textos. Trata-se de um grupo de doze alunos das três primeiras séries do ensino fundamental 2 de uma escola pública da grande São Paulo. A atividade envolvendo HQ passou a representar, também, um incentivo a leitura para esses estudantes.

Além de abarcar o Teorema de Tales em uma história em quadrinhos de sua autoria, Silva (2010) a produziu tendo os discentes não videntes como público alvo. Além de mostrar que é possível utilizar as HQs no tratamento de temas matemáticos, a autora mostrou que é possível utilizá-las na educação de alunos com deficiência visual.

No que diz respeito às narrativas com fins educacionais, Neto e Silva (2011) defendem a elaboração de histórias que levem em consideração as dimensões culturais, sociais e familiares dos leitores. E, de acordo com Júnior (2011), as histórias em quadrinhos podem tornar a matemática mais próxima dos alunos à medida que retratam situações concretas vividas no cotidiano desses atores.

A Geometria pode ser favorecida pela contextualização na aprendizagem proporcionada pelas histórias em quadrinhos com fins educacionais. Além disso, a desvalorização pela qual passou o ensino de Geometria na segunda metade do século XX implica hoje na aglutinação de diversas alternativas metodológicas na perspectiva de superar a defasagem que a Geometria escolar sofreu em detrimento da Álgebra e

Aritmética (SOARES, 2009). Naquela altura a Matemática nas escolas passou a ser trabalhada "do ponto de vista de estruturas algébricas com a utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos" destaca Pavanello (1989, p. 103). Conseqüentemente a abordagem da Geometria numa perspectiva axiomática desapareceu nas escolas, pontua o geômetra Manfredo Perdigão do Carmo, no prefácio da obra de Barbosa (2006). O contato dos alunos com a axiomatização em Geometria, no Brasil, passou a ocorrer no ensino superior. Em qualquer nível de escolaridade, as experiências têm revelado, em diversos países, que "não há assunto mais difícil para aprender ou para ensinar do que a geometria axiomática" menciona Stone (1971, p. 91). Nesta direção, Mammana e Villani (1998) apontam algumas reflexões com o intuito de diluir a impenetrabilidade da Geometria Axiomática na formação de muitos estudantes. Segundo esses autores, o tratamento rigoroso-dedutivo se revela inviável se não for precedido pela exploração de elementos de natura prática e intuitiva.

Procedimentos metodológicos

A pesquisa realizada enquadra-se no paradigma qualitativo de investigação na medida que consistiu numa "partilha densa com pessoas, fatos e locais que constituem objetos de pesquisa, para extrair desse convívio os significados visíveis e latentes que somente são perceptíveis a uma atenção sensível" (CHIZZOTTI, 2003, p. 221). Trata-se do recorte da pesquisa de doutoramento do primeiro autor, com a orientação do(a) segundo(a). A investigação, in lócus, ocorreu no segundo semestre de 2014 em que os participantes foram vinte e sete estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, ingressos no mesmo ano. O modelo metodológico adotado foi o *Estudo de Caso* o qual é utilizado quando se pretende compreender, da forma mais aprofundada, as ações, razões e motivações que orientam a conduta de um determinado objeto de investigação, conforme destaca Ponte (1994).

Visando analisar os impactos da utilização de histórias em quadrinhos no processo de aprendizagem dos Axiomas de Incidência e Ordem, o autor confeccionou duas HQs: *Dona Matemática em: Euclides e Os seus Elementos*; e *Dona Matemática em: os esportistas matemáticos* a qual versa sobre os axiomas de incidência e ordem e algumas das suas aplicações. As HQs foram aplicadas em quatro encontros, de duas horas cada. As histórias em quadrinhos foram produzida através da *Home Page* www.toondoo.com destinada à confecção de histórias em quadrinhos. Na figura 1apresenta-se um pequeno extrato do início do primeiro livro.

Figura 1. Tirinha da HQ *Dona Matemática em: Euclides e Os seus Elementos*

Antes de iniciarem a leitura da primeira HQ, foi entregue a cada participante um questionário cuja finalidade era traçar o perfil da turma. Suas questões contemplavam os seguintes dados: idade, sexo, cidade de origem, formação escolar, escolaridade dos pais, interesse pelo curso de Licenciatura em Matemática, conteúdos de Geometria estudados na educação básica, dentre outros. Durante a leitura das duas histórias em quadrinhos os estudantes trabalharam em duplas. Após as leituras, o investigador abriu um espaço para a discussão acerca dos conteúdos presentes com a participação de todos. A sua atuação ocorreu na forma de *observador-participante* por ter acompanhado “todo o processo de perto numa interação constante com os participantes” (COUTINHO, 2013, p. 348).

Logo após a leitura da primeira HQ os estudantes foram convidados a responder a algumas atividades referentes ao conteúdo da história. No encontro posterior à leitura da segunda HQ, as mesmas duplas foram convocadas a responder a algumas questões à luz dos estudos desenvolvidos sobre os axiomas de incidência e ordem. Houve uma equipe formada por três elementos, invés de dois, tendo em vista o número de alunos envolvidos ser ímpar, vinte e sete. No último encontro, a cada um dos participantes foi entregue um segundo questionário, elaborado pelo investigador, cujo objetivo foi obter informações dos alunos acerca da experiência de estudar Geometria por meio da literatura quadrinhística: suas impressões, satisfações, queixas e sugestões. Além disso, foi-lhes questionado a respeito de suas experiências prévias com outras histórias em quadrinhos.

Desenvolvimento da pesquisa e resultados parciais

A pesquisa contou com a participação de vinte e sete estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB) oriundos, em sua maioria, de cidades adjacentes ao município de Amargosa onde está situado o campus da UFRB no qual ocorreu a intervenção. São estudantes cuja formação básica se deu majoritariamente em redes públicas de ensino, com exceção de um deles, que teve toda a formação escolar em escolas privadas.

Os vinte e sete participantes, vinte e quatro do sexo masculino e apenas três do sexo feminino, afirmaram já ter lido histórias em quadrinhos antes de ingressar na universidade. Apenas um deles afirmou não gostar desse tipo de literatura assinalando que prefere ocupar seus momentos de lazer com outras atividades como, por exemplo, assistir televisão. Os demais, embora não tenham mencionado qualquer regularidade na leitura desse tipo de mídia, apontaram-na como uma literatura que lhes oferece diversão e entretenimento. Essas informações foram obtidas através do segundo questionário aplicado.

As histórias em quadrinhos foram responsáveis por despertar o interesse pela leitura, durante a infância, em um quarto dos participantes. Inclusive, a infância foi indicada como o período em que a maior parte dos estudantes se dedicou à leitura de HQs. A contribuição das histórias em quadrinhos no letramento dos estudantes já prevista pelos Parâmetros Curriculares Nacionais e enfatizada por Vergueiro e Rama (2006) se torna aparente. Entretanto, não obstante o contato prévio dos participantes com a literatura quadrinhística, todos os discentes revelaram desconhecer qualquer história em quadrinhos dedicada à apresentação de conteúdos matemáticos. Esse fato revela que os trabalhos de Imenes, Jakubo e Lellis (2004), Kojima e Co (2010) e Doxiadis e Paradimitriou (2013) precisam de mais penetração nos ambientes escolares.

Quando questionados sobre uma possível conexão entre a literatura quadrinhística e o ensino de Matemática, dois terços dos participantes revelaram ter mais interesse em conhecer histórias em quadrinhos dedicadas à apresentação de conteúdos matemáticos do que à exposição de tópicos ligados à história da Matemática caso apenas um desses elementos possa ser contemplado. Mesmo assim não descartam a importância da apresentação de fatos históricos referentes às descobertas matemáticas defendida por Santos (2014). Segundo alguns participantes, "é importante saber um pouco sobre a história da matemática pois vamos ficar por dentro de onde veio, como surgiu, quem criou e etc"; "É importante para levar o contexto histórico, por meio de

HQs. Um modo mais didático e pouco cansativo"; "Demonstrando onde, quando, como e porque surgiu a matemática, para que o leitor perceba de forma divertida a história da matemática".

Durante a leitura da história em quadrinhos *Dona Matemática em: Euclides e Os seus Elementos* os discentes mostraram bastante interesse e não houve dispersões. Estiveram concentrados e as conversas que surgiram estavam relacionadas ao conteúdo da HQ. À medida que os estudantes concluíam a leitura, eles recebiam uma folha impressa com as questões propostas. Na primeira atividade era necessário identificar o livro de Os Elementos no qual apareciam determinados assuntos. A segunda atividade consistiu em palavras cruzadas envolvendo alguns conceitos abordados na história em quadrinhos. A maior parte dos alunos respondeu corretamente a todos os itens. Na figura 2 é possível ver a resposta às duas atividades por parte de uma dupla de alunos.

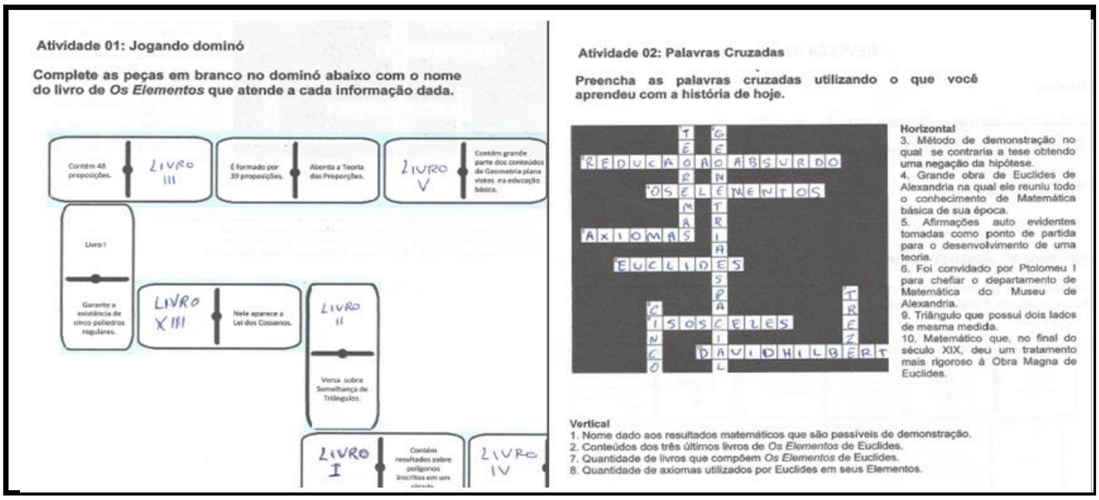


Figura 2. Respostas apresentadas por alunos.

A utilização de histórias em quadrinhos no ensino da Matemática é vista com bons olhos pelos estudantes a despeito de nunca terem vivido essa experiência durante a escolaridade básica. Em seus relatos, obtidos no segundo questionário, eles demonstraram acreditar que dessa forma os conteúdos matemáticos estarão relacionados com episódios do seu cotidiano a partir de situações vividas pelos personagens da história. A contextualização no ensino de Matemática almejada pelos estudantes, de fato, deve fazer parte das HQs destinadas à apresentação de conteúdos matemáticos conforme assinala Júnior (2011). Com efeito, os participantes da pesquisa advogaram a favor da possibilidade de inserir HQs no ensino de conteúdos matemáticos justificando que elas podem "explorar o conhecimento matemático no dia a dia", por outras palavras, "porque nos quadrinhos nós temos exemplos do nosso dia a dia". E, fazendo referência à história em quadrinhos aplicada em sala, *Dona Geometria em: os esportistas matemáticos*, destacaram que “o fato de expor algum conteúdo de Matemática por HQ associado a coisas do dia a dia como esporte torna o ensino mais agradável”. Esses relatos dos alunos sinalizam para a necessidade de conectar a matemática escolar com o ambiente do qual eles fazem parte.

Na perspectiva de se aproximar do leitor, as histórias em quadrinhos agregam uma linguagem mais coloquial às declarações de seus personagens. Isso não significa que alguns termos mais complexos não possam ser inseridos. Todavia, podem ser intercalados com gírias, neologismos e expressões próprias da linguagem oral. Esses elementos são bem aceitos pelos participantes da pesquisa os quais tendem a considerar a linguagem mais formal e técnica enfadonha e, por vezes, incompreensível. Dentre alguns registros dos estudantes que corroboram tais afirmações encontram-se: “Como a história em quadrinhos tem uma linguagem mais lúdica, facilita o entendimento saindo da coisa maçante da sala de aula”; “Numa história em quadrinhos que fale num determinado assunto facilita a compreensão pois a linguagem usada em uma HQ é mais divertida”; “A informalidade em sala de aula vem pela HQ, ficando mais dinâmica e didática”; “Por ser uma HQ, o assunto vai ser tratado de uma maneira informal, mais descontraída, pode interessar mais o aluno”. Os relatos dos discentes estão em consonância com as proposições defendidas por Santos (2014) segundo as quais as histórias em quadrinhos podem agregar mais leveza ao ensino de Matemática através do tipo de linguagem menos formal nelas empregada. Todavia, a despeito da informalidade convocada pelos estudantes, não se pode perder de vista que ao se propor abordar conteúdos matemáticos, as HQs precisam estabelecer uma mediação saudável entre o rigor e a formalidade típica da Matemática e a flexibilidade e informalidade da linguagem adotada por seus personagens.

A segunda HQ aplicada na investigação tratou de apresentar os Axiomas de Incidência e de Ordem intercalando-os com o estudo do segmento de reta, da semi-reta, do semi-plano e dos conjuntos convexos, além da apresentação dos conceitos primitivos e da definição de triângulo. Os conceitos primitivos foram indicados pelos alunos como o conteúdo de melhor entendimento, seguido dos conjuntos convexos e do semi-plano. Mesmo assim, quase noventa por cento dos participantes afirmou ter necessitado recuar na leitura em algum momento por não ter compreendido algum conteúdo numa primeira leitura. A demonstração de que o segmento de extremidades nos pontos A e B é a interseção entre a semi reta de origem em A passando por B com a semi reta de origem em B passando por A foi considerado o momento mais árduo da leitura por um terço dos participantes. Nenhum outro tópico abordado na revista provocou mais dificuldades do que este. Inclusive, ao longo da história em quadrinhos, o investigador inseriu uma seção intitulada *Parando um pouco para refletir sobre a história* que consistia numa questão de múltipla escolha acerca das relações entre a reta determinada por dois pontos A e B, o segmento de reta determinados por eles e as semi retas de origem em A passando por B e de origem em B passando por A. Quem assinalasse a alternativa correta na primeira tentativa deveria prosseguir com a leitura. Os demais deveriam reler o texto antes de tentar refazer a questão e o processo se repetia. Para isso, cada dupla apresentou ao investigador a resposta que julgava ser a correta. Um terço dos participantes assinalou a resposta correta na primeira tentativa. Metade dos alunos encontrou a alternativa correta após uma segunda leitura. Os demais precisaram ler o texto pelo menos duas vezes. A figura 3 apresenta a questão proposta aos leitores.

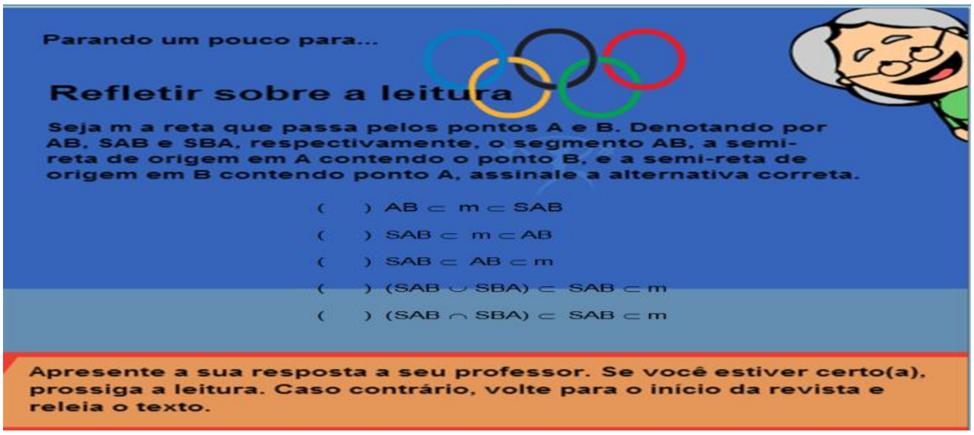


Figura 3. Parando um pouco para refletir sobre a leitura.

De acordo com os participantes, as dificuldades que sentiram durante a leitura devem-se, em maior medida, à forma como o assunto foi tratado na história seguida da complexidade inerente aos assuntos e à sua falta de conhecimentos prévios a respeito. Ou seja, o uso de texto e imagem próprio das HQs conforme pontuam Vergueiro e Rama (2006), embora agreguem algum entretenimento à aprendizagem precisam ocorrer por meio de enredos conectados às fantasias dos leitores ou às suas heranças culturais e sociais como sublinham Neto e Silva (2011). Ainda assim, apenas um estudante considerou inviável a exposição de conteúdos matemáticos por meio de revistas em quadrinhos. Com relação à aprendizagem obtida durante e após a leitura, os participantes mencionaram: “Deu para fixar pois além de falarem sobre [o assunto propriamente dito], as imagens ajudaram a compreender.”; “Foi possível aprender todos os assuntos. Além da linguagem ser simples, as imagens exemplificam de uma maneira clara e facilita o entendimento.”; “Sim, a parte que fala sobre o plano, a reta e os pontos. Eu achei que ficou muito legal a forma como foi exposto o conteúdo na revista e as imagens ajudaram bastante a compreender”. Esses registros vão ao encontro da importância da conexão entre texto e imagens utilizadas nas HQs assinalada por Vergueiro e Rama (2006), embora essa conexão por si só não garanta o entendimento do assunto. A criatividade na condução da história precisa ser assegurada.

Após a finalização da leitura, a cada dupla foi entregue uma folha com as Atividades Propostas no final da revista em quadrinhos. O investigador pediu aos participantes que tentassem resolver as questões. À medida que as dúvidas surgiam, o pesquisador era convocado. A primeira questão, ilustrada na figura 4, consistia em encontrar um triângulo que satisfazia a algumas condições dadas. Foram dadas oito informações que conduziriam os alunos ao triângulo procurado.

Em uma das informações, aparece a notação de complementar de um conjunto com relação ao plano. Todos os participantes sentiram dificuldade em compreendê-la embora o texto explicasse a notação. A despeito do grande espaço atribuído a Teoria dos Conjuntos nos livros, assinalado por Pavanallo (1989), algumas notações básicas como a mencionada não eram do conhecimento dos estudantes. O investigador, percebendo a dificuldade, explicou no quadro para que todos compreendessem.

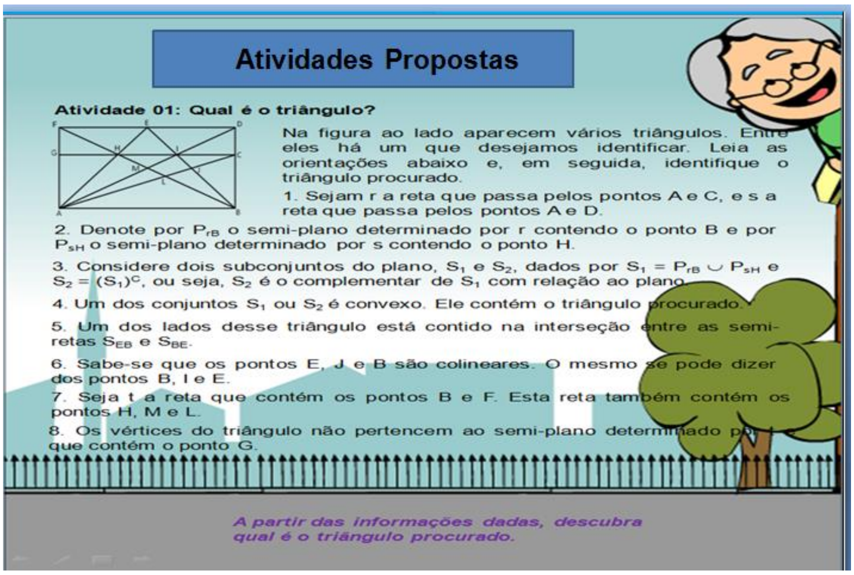


Figura 4. Exemplo de atividade proposta.

A questão proposta não sugeria uma demonstração matemática. Foi proposta visando recordar os seguintes conceitos: conjuntos convexos, semi-reta, semi plano, segmento de reta e pontos colineares. Metade da turma conseguiu obter a resposta correta.

A questão seguinte referia-se à prova da igualdade entre um segmento de reta AB e um conjunto S dado pela interseção entre as semi-retas de origem em A passando por B e a semi-reta de origem em B passando por A. O pesquisador precisou explicar aos participantes que para mostrar a igualdade entre dois conjuntos é necessário e suficiente provar que cada um desses conjuntos era um subconjunto do outro. Novamente, determinados conhecimentos da teoria dos conjuntos se mostraram necessários e os alunos, naquele momento, não os tinham. Apesar de Soares (2009) ter destacado a desvalorização da Geometria em detrimento da Aritmética e da Álgebra, na segunda metade do século passado, o ensino dessas duas últimas áreas da Matemática também parece ter declinado ao longo desse mesmo período.

A atividade consistia em completar algumas lacunas de modo a finalizar a demonstração matemática. Todos os alunos sentiram dificuldades. Era a primeira vez que tentavam desenvolver uma demonstração. Nenhum deles conseguiu responder completamente à questão. De fato, a axiomatização em Geometria – com seus postulados, teoremas e demonstrações – representa um momento árduo na aprendizagem conforme assinala Stone (1971). Por outro lado, a resoluções apresentadas revelaram que, entretanto, os participantes já haviam compreendido alguns conceitos como a definição de semi-plano, por exemplo. Os alunos tiveram 60 minutos para tentar resolver as duas questões. Finalizando o tempo, o investigador recolheu as respostas dos participantes e resolveu as duas atividades no quadro. Perguntou-lhes se haviam compreendido. As respostas foram positivas. As explicações do investigador, intercaladas com a participação dos estudantes, levaram, aproximadamente, vinte minutos.

Considerações finais

A apresentação de conteúdos geométricos por meio de histórias em quadrinhos é favorecida pela conexão entre texto e imagem presente neste tipo de mídia. O tipo de linguagem utilizada parece, também, atender às expectativas dos alunos-leitores à medida que dialogam com expressões utilizadas por eles em seu dia a dia. E, sobretudo, a associação entre os saberes escolares, em particular os conteúdos de Geometria Axiomática presentes na HQ utilizada, e o cotidiano dos alunos parece ser um elemento imprescindível no processo de aprendizagem de Matemática.

Entretanto, apesar de entreter os alunos, uma HQ destinada à apresentação de axiomas da Geometria Euclidiana e a demonstração de alguns teoremas vai, inevitavelmente, oferecer-lhes momentos de tensão. A aridez típica de algumas demonstrações matemáticas embora ganhe “mais vida” e leveza por meio das narrativas quadrinhísticas não perdem a sua essência rígida de encadeamentos lógicos. Contudo, a exposição de teoremas da Geometria Plana e das suas deduções formais-dedutivas por meio de enredos usados em HQs atribui mais significados para os estudantes os quais não passam a enxergá-los como “conteúdo para decorar”, mas como produto matemático com significados ora latentes ora visíveis em suas experiências diárias.

Um texto no formato de literatura em quadrinhos bem escrito, ilustrado e com narrativas que se aproximam dos valores culturais de determinado grupo certamente será acolhido pelos membros desta comunidade. O ensino de Matemática, e em particular o de Geometria, pode também se beneficiar desses elementos. Todavia, quanto maior a abstração exigida pelo assunto que se pretende trabalhar, maior é a complexidade exigida durante a elaboração da história. Se o texto for demasiadamente sucinto, ter-se-á uma abordagem próxima daquela utilizada nos livros usuais, contudo, disfarçada de literatura em quadrinhos. Por outro lado, se a história agrega muitos personagens com múltiplas complexidades no desenrolar da narrativa corre-se o risco de perder de vista o conteúdo matemático que se pretende trabalhar.Com este estudo, tendo em conta as opiniões dos alunos e a opinião do investigador, as HQs contribuíram para a aprendizagem dos Axiomas de Incidência e Ordem. Contudo, as HQs não podem suprir todas as demandas impostas pelo perímetro da sala de aula. O seu uso não significa a eliminação de outros aparatos didáticos. São possibilidades que se somam: não são excludentes. O professor tem um papel importante na mediação entre as questões que não ficaram suficientemente claras para os estudantes e a mídia utilizada para apresentá-las.

Agradecimentos: A pesquisa desenvolvida provém do convênio de cooperação científica entre a Universidade Federal do Recôncavo da Bahia e da Universidade do Minho às quais os autores deste trabalho devotam os sinceros agradecimentos. Este trabalho é financiado por Fundos FEDER através do Programa Operacional Factores de Competitividade – COMPETE e por Fundos Nacionais através da

FCT–Fundação para a Ciência e a Tecnologia no âmbito do projeto «FCOMP-01-0124-FEDER-041405 (Refª. FCT, EXPL/MHC-CED/0645/2013)».

Referências Bibliográficas

ANCHIETA, R. J. F. *A sistematização do conhecimento matemático através das histórias em quadrinhos.* 2011. 120 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2011.

BARBOSA, J. L. M. Geometria Euclidiana Plana. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

BARI, V. A.; VERGUEIRO, W. *Biblioteca escolar, leitura e histórias em quadrinhos: uma relação que se consolida.* In: Encontro Nacional de Pesquisa em Ciências da Informação, 10, 2009, João Pessoa. Anais. João Pessoa: Ideia, 2009, p. 741 – 752.

BRASIL. CONGRESSO NACIONAL. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação.* Rio de Janeiro: Qualitymark Editora, 1997.

CHIZZOTI, A. A pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais: evolução e desafios. *Revista Portuguesa de Educação,* v. 16, n. 2, p. 221 – 236, 2003.

COUTINHO, C. O. *Metodologia de investigação em ciências sociais e humanas:* Teoria e Prática. Coimbra: Almedina, 2013.

DOXIADIS, A.; PARADIMITRIOU, C. *Logicomix***:** uma jornada épica em busca da verdade. Tradução A. B. Santos. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2013.

IMENES, L. M.; JAKUBO, J.; LELLIS, M. *Pra que serve Matemática?* Geometria. São Paulo: Editora Atual, 2004.

JÚNIOR, N. T. S. *A influência das histórias em quadrinhos no ensino da matemática: um saberfazer que permite a comunhão do paradidático com o didático numa busca insólita pela mudança da relação tecida entre a criança e esta ciência exata.* 2011. 96 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.

KOJIMA, H.; CO, B. *Guia Mangá de Cálculo Diferencial e Integral.* Tradução E. B. Damiani. São Paulo: Novatec Editora Ltda, 2010.

MAMMANA, C.; VILLANI, V. (Eds.). *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century.* London: Kluwer Academic Publishers, 1998.

NETO, E. S.; SILVA, M. R. P. (Org.). *Histórias em quadrinhos & educação:* formação e prática docente. São Bernardo do Campo: Editora UMESP, 2011.

PATROCÍNIO, G. A. M. *Contribuições e possibilidades da autoria de histórias em quadrinhos digitais para a aprendizagem em matemática.* 2012. 201 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2011.

PAVANELLO, R. M. *O abandono do ensino de Geometria:* uma visão histórica. 1989. 201 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PONTE, J. P. O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante,* v. 3, n. 1, p. 3 – 18, 1994.

SANTOS, L. S. *Uma abordagem geométrica da utilização de histórias em quadrinhos nos anos finais do ensino fundamental.* 2014. 120 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2014.

SILVA, L. M. S. *As histórias em quadrinhos adaptadas como recurso para ensinar Matemática para alunos cegos e videntes.* 2010. 179 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

SOARES, L. H. *Aprendizagem significativa na educação matemática: uma proposta para a aprendizagem de geometria básica.* 2009. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2009.

STONE, M. Learning and teaching axiomatic geometry. *Educational Studies in Mathematics*, v. 4, n. 1, p. 91 – 103, 1971.

VERGUEIRO, W.; RAMA, A. (Org.). *Como usar as histórias em quadrinhos em sala de aula.* São Paulo: Editora Contexto, 2006.

A literatura infantil e as noções de medida: uma experiência com crianças a partir do livro "Adivinha o quanto eu te amo"

Karina Falchione Nogueira
CEMEI José de Campos Pereira – São Carlos/SP
karinanene20@hotmail.com

Fabiana Varandas Lotério
CEMEI José de Campos Pereira – São Carlos/SP
fv.loterio@bol.com.br

Priscila Domingues de Azevedo Ramalho
UAC/UFSCar
priazevedo.ufscar@gmailcom

Resumo

Este trabalho é um relato de experiência realizado com crianças da Educação Infantil de 4 a 5 anos. O projeto partiu da leitura do livro "Adivinha o Quanto Eu Te Amo", a discussão de tamanhos apresentada pelo livro desencadeou curiosidade nas crianças em saber quem era a menor e a maior da turma. A partir disso, as professoras questionaram as crianças sobre como poderiam provar quem era grande e quem era pequeno. Depois de muita discussão, resolvemos pegar um barbante e medir as crianças e ao comparar os pedaços de barbantes. As crianças concluíram qual era a criança maior e menor. Depois disso, as crianças se organizarem livremente e formarem uma fila seguindo a ordem do menor para o maior, a partir dai as professoras questionaram as crianças sobre a organização feita. Em seguida, fizemos um registro na lousa parecido com um gráfico e as crianças notaram que as medidas, uma ao lado da outra, ficaram como uma escada. Essa vivência fez com que as crianças refletissem sobre o conceito de medida, que é complexo, mas perceberam que as noções mais alto e mais baixo, pequeno e grande são noções que antecedem o ato de medir. Percebemos também que ao utilizar o livro infantil os professores podem provocar pensamentos matemáticos, ou seja, motivar o exercício do raciocínio lógico através de questionamentos ao longo da leitura. Assim, entendemos que a literatura pode ser usada como estímulo para ouvir, ler, pensar e registrar sobre matemática.

Palavras-chave: Literatura infantil; Educação Infantil; medida.

Introdução

O projeto foi desenvolvido a partir da leitura da história "Adivinha o quanto eu te amo" de Sam McBratney (2011) em que dois coelhos, pai e filho, tentam a todo momento quantificar o tamanho do amor que sentem um pelo outro, e o filho por sua vez sempre inicia uma nova situação afim de provar as diversas formas de demonstrar seu amor pelo pai tendo por base situações matemáticas que ajudarão as crianças a formarem conceitos de maior, menor. A partir do trabalho realizado as crianças confeccionaram uma representação parecida com um gráfico na lousa relacionada ao tamanho deles, mostrando principalmente quem é o maior e o menor em altura dentre as 26 crianças entre 4 anos e 6 meses e 5 anos, Fase 5 do "CEMEI José de Campos Pereira" na cidade de São Carlos/SP.

O projeto que relacionou a literatura infantil em conexão com a matemática foi motivado no Grupo de Estudo "Outros Olhares para a Matemática" – GEOOM da UFSCar. A partir dos estudos e discussões ocorridos no 1º semestre de 2015 no grupo pudemos idealizar esse projeto, visto que sabemos que ler e ouvir histórias são momentos de prazer para qualquer criança, e nesses momentos elas aproveitam para se divertir, aprender, desenvolver a criatividade, prestar atenção, viajar com sua imaginação e nesta diversão são estimuladas a se desenvolverem das mais diversas formas.

Diante desse momento prazeroso e divertido a Educação Infantil torna-se um espaço no qual de maneira lúdica vamos ajudando as crianças gradativamente a construir o pensamento lógico-matemático.

As crianças até 6 anos não frequentam a Educação Infantil apenas para brincar ou se socializar. Elas estão a todo momento construindo conceitos e conhecimentos da maneira mais natural que pode acontecer, vivenciando e experienciando situações. Nesse contexto, nos parece que a literatura infantil pode ser um dos recursos a ser utilizado pelo professor para a criança descobrir mundos e pensar sobre situações da realidade e imagéticas (SMOLE, et al, 2001).

Desta forma, a história contribui para que as crianças aprendam e façam matemática, assim como exploram lugares, características e acontecimentos na história, o que permite que habilidades matemáticas e da língua materna desenvolvam-se juntas, enquanto as crianças leem, escrevem e conversam sobre as ideias matemáticas que vão aparecendo ao longo da leitura. É neste contexto que a conexão da matemática com a literatura infantil aparece (SMOLE, et al, 2001).

A partir de experiências significativas e planejadas para a criança é que ela poderá abstrair características comuns que a levem a formar determinados conceitos. Desta forma, as atividades que requerem interpretação e comunicação, tais como leitura, ajudarão as crianças a esclarecer, refinar e organizar seus pensamentos, melhorar a habilidade da interpretação, na abordagem e na solução de problemas matemáticos e desenvolver uma melhor significação para a linguagem matemática (SMOLE, et al, 2001).

Deste modo, a intenção do projeto era de maneira concreta chegarmos ao conceito de maior e menos, lembrando que construiremos este conceito sempre a partir de uma comparação. Segundo Lorenzato (2006, p. 51), a medida é uma "relação entre grandeza e unidade; essa relação é expressa por um número que significa quantas vezes a grandeza contém a unidade". Para a criança compreender a abstração do conceito de medida, ela precisará fazer muitas comparações, baseando-se na percepção visual e na estimativa. Lembrando que na Educação Infantil, devem-se enfatizar as medidas não padronizadas.

É importante mostrar para as crianças da Educação Infantil que só podemos comparar grandezas de mesma espécie, ou seja, que não há como comparar a idade com o pé, por exemplo, visto que são grandezas diferentes: a idade se refere a tempo e o tamanho do pé, a comprimento (ROMANATTO; PASSOS, 2010).

Objetivo

Conseguir, a partir da história, realizar comparações da altura de crianças e verificar quem é o maior e menor, a fim de fazer uma representação próxima a um gráfico com todos os tamanhos das crianças. Essas medidas deverão ser feitas com instrumentos de medida não convencionais, a partir de uma vivência lúdica.

Desenvolvimento

Foi apresentado às crianças uma caixa e com o livro em mãos a professora questionou o que teria dentro da caixa e então uma criança, Richard, conseguiu compreender que seria algo relacionado à história.

A professora foi fazendo a leitura, encenando a história. Quando disse que o filho amava o pai deste tamanho eu abri os braços, me posicionei atrás da Beatriz afim de que conseguissem comparar meus braços e o da Beatriz, então as crianças disseram – a tia é maior do que a Bia.

Ao término da leitura e dramatização perguntei então o que havia dentro da caixa já que de lá no início a professora tirou um coelho.

Dentro da caixa foi colocada uma fita métrica, uma régua e uma trena para que ao final da história as crianças fiquem motivadas a discutir sobre esses instrumentos de medida durante a roda de conversa.

Ao abrir a caixa e verem que havia coisas, ficaram surpresos. A régua eles já conheciam, a trena a criança Luis Henrique disse que seu pai tem uma trena. A fita métrica era então o item desconhecido. Então a professora falou para eles sobre aqueles objetos e qual a sua utilidade que seria medir as diversas coisas que existem.

Figura 1 – a caixa da história

Fonte: Imagem obtida pela professora

Com a régua as crianças mediram o tamanho do livro, com a trena as crianças discutiram sobre a utilidade no trabalho do pedreiro na medição de paredes e com a fita métrica as crianças falaram com as medições nas roupas que a costureira faz. Então conversávamos as crianças manusearam cada instrumento de medida que estava dentro da caixa (Figura 2).

Figura 2 - Crianças[1] manuseando os instrumentos de medida convencionais

[1] Os pais das crianças que aparecem nas fotos desse trabalho autorizaram o uso de imagem.

Fonte: Imagem obtida pela professora

Enquanto manuseavam os objetos faziam suas considerações com a utilidade daquele objeto e sobre suas características. Por exemplo: “nossa que fita grande”, “tem um montão de números”, “tia para que eles servem ?” no caso da fita métrica .

Seguindo a exploração dos objetivos enquanto manuseavam a trena conversavam como é que um pedreiro faz para usar aquilo, sentados próximos estavam a todo momento discutindo a situação.

Seguindo a atividade iniciada no dia anterior, no outro dia construímos um gráfico da maior criança para a menor criança.

Fui chamando grupos de crianças a frente da sala e fomos comparando e separando para a formação de uma fila. Fizemos a comparação com todas as crianças. Alguns que compreenderam com maior facilidade a questão de quem é maior que quem foram ajudando na realização. Ao comparar utilizamos barbante que foi cortado na altura de cada criança.

Figura 3 – Crianças com os barbantes

Fonte: Imagem obtida pela professora

Terminada essa etapa a professora pediu que observassem quem estava ao seu lado. Primeiro fui do menor para o maior e depois do maior para o menor. Ao término dessa comparação fomos para o desenho de uma representação parecida com um gráfico na lousa com a ajuda das crianças, a professora fazendo o desenho e eles perceberam que o desenho se assemelhava a uma escada e puderam concluir que a Maria Joana era a criança maior (mais alta) e a Clara a menor (mais baixa). (Figura 4)

Figura 4 – Representação dos tamanhos das crianças

Fonte: Imagem obtida pela professora

O outro dia, a professora pediu para as crianças organizarem uma fila por ordem de tamanho, como na discussão do dia anterior, e as crianças facilmente se organizaram demonstrando que a experiência de medir teve significado para elas.

Considerações finais

A matemática assim como qualquer outra área do conhecimento está presente na Educação Infantil, entretanto existe a necessidade do planejamento prévio de projetos afim de não escolarizarmos esses conhecimentos, e sim dar às crianças a oportunidade de conhecerem ou reconhecerem de maneira prazerosa e lúdica tudo aquilo que mais adiante irá compor seus conhecimentos básicos escolares, e tudo dependerá da qualidade das vivências e experiências realizadas durante a Educação Infantil.

Concluímos que é importante propor situações problemas que façam as crianças realizarem medições. É possível apresentar a elas problemas práticos para que possam medir as coisas ou elas mesmas em unidades não convencionais e depois avançar para os instrumentos de unidades-padrão convencionais de medida.

Referências Bibliográficas

LORENZATO, Sergio. O senso de medida ou diferentes interpretações da medição. In: ______. *Educação Infantil e percepção matemática.* Campinas: Autores Associados, 2006.

MCBRATNEY, Sam. *Adivinha quanto eu te amo.* 3 ed. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2011.

ROMANATTO, Mauro Carlos; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. *A Matemática na formação de professores dos anos iniciais:* um olhar para além da aritmética. São Carlos: EdUFSCar, 2010. (Coleção UAB-UFSCar) Disponível em: http://livresaber.sead.ufscar.br:8080/jspui/bitstream/123456789/634/1/PE_Linguagensmatematica1.pdf. Acesso em: 01 dez. 2011.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco et al. *Era uma vez na matemática:* uma conexão com a literatura infantil. 4. ed. São Paulo: IME-USP, 2001.

Modelagem matemática na sala de aula

Maria Rosana Soares
maryrosana@uol.com.br

Sonia Barbosa Camargo Igliori
sigliori@pucsp.br

Ricardo Antonio de Souza
r.3009@hotmail.com

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Resumo

A Modelagem na Educação Matemática envolve um processo dinâmico de abordagens para o ensino da Matemática em sala de aula. Nele estão a transformação e a exploração de fenômenos (reais ou matemáticos) em linguagem matemática visando à aprendizagem. Este artigo objetiva apresentar uma prática de Modelagem desenvolvida com futuros professores de Matemática resultante de um estudo tendo como referenciais Bassanezi (2009) e Barbosa (1999, 2001 e 2003). Nele, encontram-se orientações de procedimentos a futuros professores de Matemática por meio de uma aplicação em que é desenvolvida uma dinâmica da Modelagem Matemática em sala de aula no âmbito das discussões e análises tendo por foco a organização e a realização das etapas de modelagem. O estudo se desenvolve a partir das análises bibliográficas e práticas, e metodologicamente é de natureza qualitativa de cunho interpretativo conforme os entendimentos de Lincoln e Guba (1985), Miles e Huberman (1994), Lüdke e André (1986) e André (1998). Os resultados da investigação favorecem a explicitação das várias concepções de como utilizar a Modelagem Matemática como abordagem de ensino e revelam a futuros professores uma prática que traz subsídios para o entendimento dessa estratégia pedagógica em que é destacado o reconhecimento do papel sociocultural da Matemática e das vantagens para sua aprendizagem na exploração de modelos matemáticos em sala de aula.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Sala de aula.

Introdução

O ensino da Matemática permite estimular, desenvolver e explorar nos discentes seus pensamentos, curiosidades, linguagens, criticidades, criatividades, autonomias, formulações e resoluções de problemas, assim como representações matemáticas. Consequentemente pode favorecer no sentido de que eles aprendam e aprimorem conhecimentos. Essa possibilidade é indicada em tendências da Educação Matemática evidenciada pelos estudos e pesquisas que buscam oferecer subsídios à prática docente com a finalidade de tornar as aulas dessa disciplina estimuladora aos discentes ao explicitá-la de modo contextualizado por meio de problemas reais ou matemáticos.

Em se tratando especificamente da Modelagem Matemática, as pesquisas como as de Barbosa (2001), Bassanezi (2009), Beltrão (2009) e Soares (2012b) têm mostrado que a sua utilização em sala de aula pode proporcionar o estímulo ao estudo e despertar o interesse pela Matemática, mas pode causar dificuldades e/ou resistências aos profissionais. É nossa conjectura que o fato de haver diferentes concepções de utilização da modelagem na literatura da Educação Matemática seja um dos fatores que dificultem sua implantação em sala de aula. É essa a razão de se considerar relevante mostrar uma prática e orientação para desenvolver uma dinâmica da Modelagem Matemática em sala de aula e/ou extraclasse.

A prática docente indica que o uso de novas abordagens ocorre quando o profissional reconhece nelas possibilidades de aprofundamento de sua prática e o favorecimento da aprendizagem de seus alunos. Isso reafirma a relevância de apresentar uma orientação e aplicação de Modelagem Matemática em sala de aula, a qual visa contribuir com os que buscam indicações para reconhecer, entender e aplicar uma das possibilidades da modelagem para o ensino e aprendizagem de matemática.

Nesse sentido, a partir da proposta de Modelagem realizada com os futuros professores, elaborou-se um material instrucional, ou seja, um Caderno Pedagógico (SOARES, 2012a) cujo objetivo é oferecer aos futuros professores de Matemática, universitários de outras áreas do conhecimento, docentes e/ou pesquisadores subsídios bibliográficos e práticos para realizarem a Modelagem como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática. Logo, este artigo objetiva apresentar e discutir uma prática de Modelagem desenvolvida com futuros professores de Matemática resultante de um estudo tendo como referenciais Bassanezi (2009) e Barbosa (1999, 2001 e 2003).

Procedimentos Metodológicos

Este artigo é resultante de um estudo de natureza qualitativa, bibliográfica, aplicada e interpretativa conforme os entendimentos de Lincoln e Guba (1985), Miles e Huberman (1994), Lüdke e André (1986) e André (1998). Assim, a pesquisa qualitativa busca valorizar o desenvolvimento do estudo, bem como analisar, explorar e entender seu ambiente natural de aprendizagem e seu processo desenvolvido nas atividades de Modelagem Matemática. A bibliográfica e interpretativa permite apresentar e discutir algumas orientações que a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem pode propiciar aos futuros professores de Matemática, universitários de outras áreas do conhecimento, docentes e/ou pesquisadores. Também, a aplicada possibilita explicitar o papel da Matemática na sociedade por meio de uma prática de modelagem em sala de aula.

O objetivo proposto neste artigo foi atingido por meio da organização, observação e análise de um estudo do tipo “estado da arte” para a fundamentação teórica e também no âmbito de um “estudo de caso”, o qual trata de uma investigação e análise de uma determinada natureza empírica. Ponte (2006, p. 1) explica que um estudo de caso pode com vantagem se apoiar em uma orientação teórica bem definida e pode seguir uma perspectiva interpretativa que busca compreender como é o mundo do ponto de vista dos participantes ou de uma perspectiva pragmática. Ponte (2006, p. 1) tem em vista proporcionar uma perspectiva global tanto quanto possível completa e coerente do objeto de estudo. Para efeito de esclarecimento, a fim de evitar repetições textuais, usaremos indistintamente os termos Modelagem Matemática e Modelagem neste artigo.

A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de Matemática

A Modelagem Matemática apresenta algumas concepções para ser desenvolvida no processo de ensino e aprendizagem. Ela pode ser entendida como um processo dinâmico que transforma e matematiza problemas reais ou matemáticos a partir de situações concretas. Essa tendência da Educação Matemática tem sido defendida por muitos educadores matemáticos como uma das alternativas pedagógicas que permite mostrar a Matemática nos contextos culturais e cotidianos do aluno, isso feito ao abordá-la em sala de aula. É o que defende Bassanezi (2009, p. 24), mostrando-a como um processo dinâmico que se utiliza para a obtenção e validação de modelos matemáticos. Ainda, no entendimento de Bean (2001, p. 53), esse processo pertence ao fundamento da atividade de Modelagem:

> A essência da modelagem matemática consiste em um processo no qual as características pertinentes de um objeto ou sistema são extraídas, com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadoras, e representadas em termos matemáticos (o modelo). As hipóteses e aproximações significam que o modelo criado por esse processo é sempre aberto à crítica e ao aperfeiçoamento.

A Modelagem envolve um processo dinâmico de análise, de exploração e de transformação das situações ou fenômenos reais ou matemáticos em linguagem matemática, ou seja, modelo matemático. Nele, se define as variáveis e hipóteses importantes para a formulação e resolução do problema formulado. Também, ele pode prever resultados para os problemas elaborados, sofrer algumas modificações adequadas e fazer análises críticas e reflexivas para sua aceitação ou não, ou seja, a validação do modelo matemático, na qual se verificam as aproximações do modelo obtido com os dados reais ou matemáticos, assim como sua validade e importância.

De acordo com Barbosa (2001, p. 31 e 2003, p. 70), a Modelagem é "um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade". Concordarmos também com Bassanezi (2009, p. 16) ao dizer que ela "consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real". Para Beltrão (2009, p. 63) ela "oferece condições de abranger conteúdo e processo, a fim de produzir competência matemática". Então, infere-se que a Modelagem Matemática é uma estratégia de ensino e aprendizagem que proporciona investigar, problematizar e transformar as situações da realidade em modelo matemático.

Nas atividades de Modelagem em Educação Matemática, é fundamental realizar processos de experimentação, investigação e indagação matemática, os quais possibilitam que se formule ou não um modelo matemático, visto que essa estratégia objetiva essencialmente motivar e atrair os alunos a trabalharem com a natureza prática e real no ensino de matemática.

Uma Atividade de Modelagem Matemática em Sala de Aula

Soares (2012a e 2012b) recomenda uma dinâmica para desenvolver o processo de Modelagem Matemática que foi aprimorada neste artigo, a qual se encaminha de acordo com os referenciais de Bassanezi (2009) e Barbosa (1999, 2001 e 2003). Esses tiveram relevância devido às experiências profissionais vivenciadas em sala de aula, às práticas já desenvolvidas de Modelagem, às proximidades e confiabilidades nos estudos e pesquisas já feitas por esses pesquisadores e também às leituras aprofundadas desses referenciais – textos e/ou trabalhos publicados, por exemplo, em conferências, simpósios, encontros, livros, revistas, orientações, dissertações e/ou teses.

Em síntese, Soares (2012a e 2012b) sugere que as atividades de Modelagem Matemática podem ser desenvolvidas de acordo com a seguinte dinâmica:

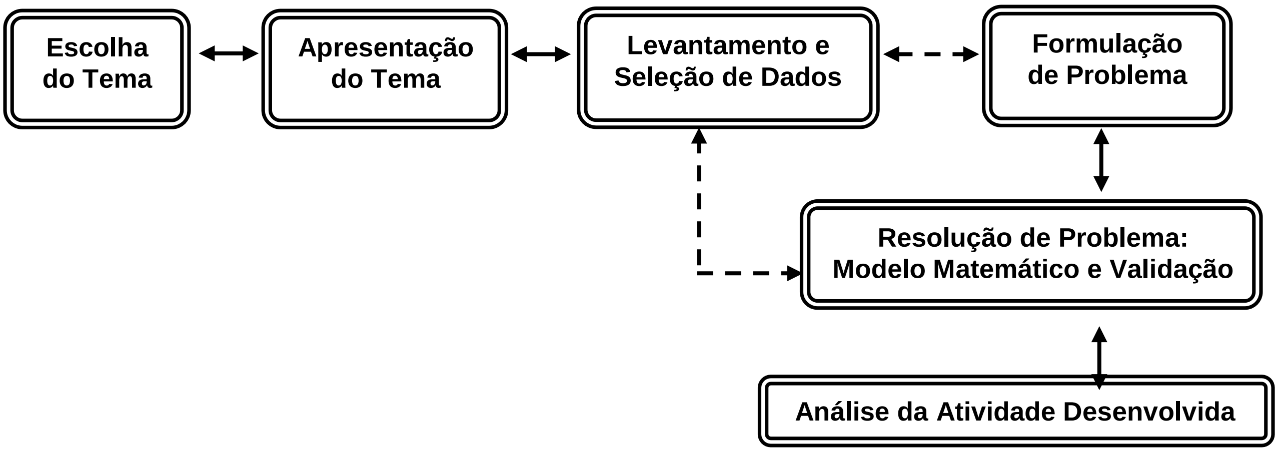


Figura 1: Dinâmica para Desenvolver o Processo de Modelagem Matemática
Fonte: Soares (2012a e 2012b).

As setas de duas direções, contínuas ou não, significam que cada etapa de modelagem apresenta uma conexão com as demais etapas. Já as setas de duas direções, não contínuas, horizontalmente, expressam que há duas possibilidades no processo de Modelagem. A primeira é que se pode fazer o levantamento e seleção de dados e, posteriormente, a formulação de problema, enquanto que a outra é fazer o processo inverso, isto é, pode-se formular o problema e depois realizar o levantamento e seleção de dados. As 3ª e 4ª etapas da atividade de modelagem são flexíveis e alteráveis, assim cabendo aos futuros professores, universitários, professores e/ou pesquisadores analisar o procedimento adequado para atingir seu objetivo proposto e desenvolver os conceitos matemáticos.

Nesse encaminhamento, as duas setas pontilhadas significam que, se caso a resolução do problema não for considerada aceitável diante do processo da modelagem, ou seja, se não for vista como satisfatória ou eficiente para resolver o problema formulado, pode-se retomar o processo da atividade na 3ª etapa escolhida a princípio conforme já foi realizada, de acordo com o que já foi feito no levantamento e seleção de dados ou na formulação de problema, para efetuar as simplificações e/ou modificações cabíveis. Também, conforme os objetivos estabelecidos, uma determinada atividade de modelagem pode ser realizada de acordo com todas as etapas de sua dinâmica ou não – por exemplo, a referida atividade pode ser iniciada a partir do levantamento e seleção de dados ou da formulação de problema.

Soares (2012a, p. 42-110 e 2012b, p. 161-213) orienta e indica uma dinâmica para realizar o processo de Modelagem que pode ser organizada, explorada e explicitada de acordo com as seguintes etapas:

1ª Etapa – Escolha do Tema: É o que se pretende pesquisar e investigar. O tema a ser definido busca analisar uma situação da realidade em que se faz a formulação de problema posteriormente. O tema escolhido envolve alguma área da humanidade como: saúde, meio ambiente, esporte, agricultura, agropecuária, engenharia, fenômeno, economia, política, comércio, indústria, educação, ensino, ciência, tecnologia, sociedade, universo, entre outras áreas. Assim, inicialmente, ele não apresentará conexão direta com a Matemática e é importante que o(a) docente e/ou os estudantes agrupados escolham um tema que desperte interesse e motivação em relação ao qual seja fácil obter informações e dados, assim como fazer a formulação e resolução de problemas.

A escolha do tema pode ficar sob a responsabilidade do professor, do aluno ou em conjunto. Aqui, essa escolha foi feita pelos licenciandos, que indicaram vários temas, subdivididos em cinco grupos: G1 (5 alunos); G2 (5 alunos); G3 (7 alunos); G4 (6 alunos); e G5 (7 alunos), nos quais eles foram identificados por: AG1; AG2; AG3; AG4 ou AG5. Assim, G1, por exemplo, significa "grupo 1 ou primeiro grupo" e AG1, "aluno do grupo 1 ou aluno do primeiro grupo". Eles interessaram-se pelos seguintes temas: *G1: dengue; G2: saúde – a problemática dos fumantes; G3: culinária; G4: área do esporte e G5: futebol.*

Os participantes do G1 fizeram a seguinte manifestação: *"Esse tema é muito importante para todas as pessoas!".* Logo, os grupos tiveram motivação comum ao tema "dengue", pois reconheceram sua importância, já que é um tema polêmico, atual, gera doenças nos seres humanos e seu responsável é o mosquito *Aedes aegypti*, que pode estar presente em todas as regiões do país, principalmente nas tropicais e subtropicais.

2ª Etapa – Apresentação do Tema: É pesquisar, sintetizar e explicitar a importância do tema escolhido. Essa apresentação busca discutir e enfatizar a relevância do tema selecionado, em que se leva os estudantes ao envolvimento e à valorização, pois quanto mais interesses e interações, maiores as possibilidades de obter um resultado aceitável da prática. Para isso, é necessário pesquisar e investigar textos e trabalhos da área escolhida por meio de pesquisas bibliográficas em bibliotecas físicas e/ou on-line, livros, revistas, jornais, pesquisas de campo e/ou entrevistas e outros. Isso pode ser organizado pelo(a) docente ou estudantes agrupados, sendo conciso ou abrangente dependendo da natureza do tema e da disponibilidade que se tem.

Esta etapa foi organizada pela pesquisadora, de acordo com o Ministério da Saúde (BRASIL, 2011a, 2011b e 2011c), e apresentada aos licenciandos para discutirem sobre o vírus do Aedes; as áreas propícias para seu desenvolvimento; as características físicas dele e sua picada; reprodução; modo de vida; ciclo e modo de transmissão, bem como sintomas e tratamentos. Isso os levou a perceber a relevância do tema escolhido e valorizá-lo como atividade proposta. Entre as discussões feitas, está a dos AG3: *"É o mosquito Aedes aegypti causador da doença"*. E a dos AG5: *"Compreender o modo de transmissão é interessante, pois saberá que tipo de sintoma se pode ter"*.

3ª Etapa – Levantamento e Seleção de dados: É o que se pretende pesquisar, investigar e desenvolver. Conforme os objetivos propostos, conceitos matemáticos a serem desenvolvidos e recursos disponíveis, pode-se fazer o levantamento e seleção de dados e, posteriormente, a formulação do problema, ou vice-versa (podem-se inverter as 3ª e 4ª etapas). Para isso, pesquisa-se fazendo um levantamento de dados, os quais são adequados às análises qualitativas e quantitativas sobre o tema escolhido. Seguidamente, analisam-se e exploram-se os dados obtidos por meio da seleção, isto é, da simplificação dos dados mais importantes e eliminação dos menos relevantes (variáveis), com a identificação das possíveis investigações para os problemas a serem resolvidos (hipóteses) e a organização, sintetização e/ou categorização dos dados, por exemplo, em tabulação, se for necessário. Isso pode ser feito pelo(a) docente e/ou estudantes agrupados, sendo assim fundamental analisar o envolvimento e motivação dos sujeitos para desenvolver este processo e a preparação docente para essa orientação.

Os licenciandos não tinham feito ainda atividades de modelagem e muitos deles tinham resistências e a consideravam árdua, ou seja, de complexa compressão e aplicação. Para os AG5: *"Até o momento, nós não desenvolvemos nenhuma atividade de Modelagem Matemática, assim temos dificuldades em pesquisar, fazer análises, levantar dados e selecioná-los, pois fazer Modelagem é difícil, não é simples"*. Os outros grupos concordaram e revelaram falta de conhecimento sobre a Modelagem. Com a finalidade de motivá-los e encorajá-los a realizá-la e entendê-la, a pesquisadora organizou e apresentou o levantamento e seleção dos casos notificados de dengue, casos graves e óbitos por dengue que foram distribuídos em três tabelas. Isso foi feito de acordo com o Ministério da Saúde (BRASIL, 2011a) e, devido à quantidade de dados organizados, segue-se somente uma das tabelas.

A Secretaria de Vigilância em Saúde do Ministério da Saúde (2011) registrou o total de casos notificados de dengue no país da semana epidemiológica de 1 a 26 de 2011, isto é, o balanço da dengue foi feito entre 2 de janeiro de 2011 e 2 de julho de 2011 (6 meses). Isso está de acordo com as regiões do país como mostra a tabela:

Tabela 1: Casos Notificados de Dengue por Regiões

Semana Epidemiológica	**Norte**	**Nordeste**	**Sudeste**	**Sul**	**Centro-Oeste**
1. Janeiro	23.968	13.426	19.453	5.588	9.595
2. Fevereiro	34.704	24.421	43.558	13.562	10.563
3. Março	32.859	48.181	87.991	21.884	13.056
4. Abril	10.218	39.410	106.255	11.243	10.202
5. Maio	6.186	24.988	71.457	4.525	6.846
6. Junho	2.776	6.871	9.593	128	2.159
Total	**110.711**	**157.297**	**338.307**	**56.930**	**52.421**

Fonte: Ministério da Saúde (BRASIL, 2011a).

4ª Etapa – Formulação do Problema: É o que se pretende pesquisar, investigar e resolver. Com o levantamento e seleção dos dados sobre o tema escolhido se definem os problemas para fazer sua resolução, ou seja, os problemas são elaborados por meio dos dados que envolvam situações da realidade, sendo de modo claro e de fácil entendimento. Ou ainda, primeiramente, podem-se formular os problemas e depois efetuar o levantamento e seleção de dados para fazer suas resoluções (pode-se inverter a 3ª e 4ª etapas). Nesta etapa, elaboram-se perguntas com problematizações que tenham alguma relação com o tema selecionado, variáveis envolvidas e/ou hipóteses levantadas, as quais podem ser realizadas pelo(a) professor(a) e/ou estudantes agrupados. Assim, é essencial refletir sobre as relações existentes apresentadas nos dados organizados, sintetizados e/ou categorizados e sobre as possibilidades para problematizar e fazer sua resolução, posteriormente.

Muitos futuros professores não apresentavam ainda um conhecimento adequado para formular problemas, pois os alunos dos grupos como os AG2 explanaram: *"Professora! Nós não sabemos formular um problema para a atividade de Modelagem!"*; e para os AG4: *"Professora! Nós também não sabemos!".* Mas, após as orientações e mediações recebidas no decorrer desta etapa, esse fato não aconteceu novamente, pois eles conseguiram formular problemas eficientes.

Com as três tabelas apresentadas aos cinco grupos, cada um formulou cerca de três problemas e fizeram sua discussão, análise e resolução. Devido à quantidade de problemas feitos, será evidenciado só um problema, que foi criado e investigado pelo G2:

– *Qual é a relação entre a semana epidemiológica e os casos notificados de dengue para a região Nordeste? Que modelo matemático representa essa relação?*

5ª Etapa – Resolução do Problema – Modelo Matemático e Validação: É desenvolver, explorar e solucionar o problema formulado, o que permite elaborar um modelo matemático e analisar sua aceitação ou não. Com as ferramentas e recursos matemáticos e/ou computacionais, o(a) docente e/ou estudantes agrupados buscam resolver o problema. O *Modelo Matemático* é resultante da exploração, da organização e da transformação de problematizações das situações ou dos fenômenos (reais ou matemáticos) em linguagem matemática, e por meio dele, pode-se buscar a resolução, a representação e a explicitação de matematizações visando o ensino e a aprendizagem, e também o processo de obtenção da solução do problema formulado. Esse modelo pode ser expresso por meio de um conjunto de símbolos, estruturas e relações matemáticas como gráficos, tabelas, funções, sistemas, equações, diagramas, figuras geométricas, representações estatísticas, expressões matemáticas, entre outros. Em sua elaboração analisam-se as hipóteses de resolução, definem-se as variáveis independentes e dependentes e também as representações adequadas para elas. Aqui, exploram-se os conceitos matemáticos que devem estar no programa da disciplina ou não, o que depende dos objetivos a serem atingidos, durabilidades e recursos disponíveis para realizar a atividade de Modelagem. A *Validação do Modelo Matemático* pode ser feita ou não conforme a finalidade do objeto de estudo, mas é de suma importância, pois possibilita analisar a relevância ou não do modelo matemático obtido ao compará-lo com os dados (reais ou matemáticos). Quando o modelo matemático não for considerado válido, ou seja, não tiver aproximações da situação ou fenômeno que o originou, pode-se reiniciar o processo conforme já foi feito a partir da 3ª ou 4ª etapas de Modelagem, ou seja, a partir do levantamento e seleção de dados ou da formulação do problema para fazer ajustes na coleta de dados, formulação de problemas, simplificações e/ou modificações possíveis.

Os licenciandos tentaram organizar e resolver o problema pelos softwares *Calc* e *Microsoft Office Excel*. Assim, os AG3 exclamaram: *"Ah! Nós acreditamos que o Excel pode ser mais fácil que o Calc, principalmente para fazer o gráfico"*, mas os AG2 questionaram: *"Como faz para gerar um modelo matemático no Calc?"*. Os AG5 afirmaram: *"Nosso grupo já conseguiu encontrar o modelo matemático pelo Excel!"*. Então, os grupos trabalharam com o *Excel*, tendo-se assim o modelo matemático obtido pelo G2 considerando-se a região Nordeste:

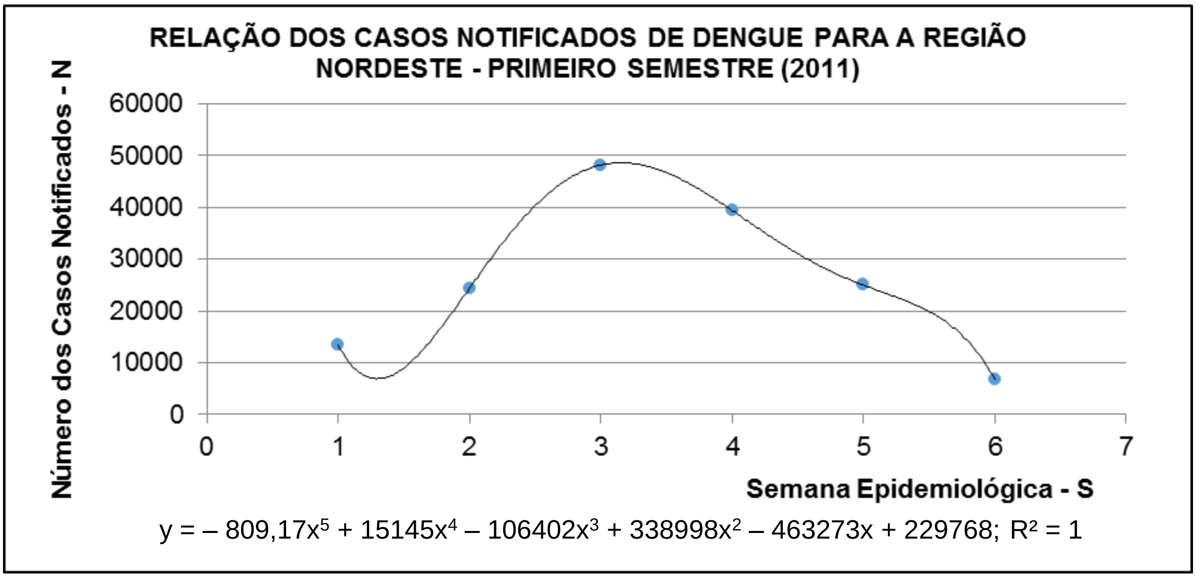


Figura 2: Modelo Matemático para a Região Nordeste: Casos Notificados de Dengue
Fonte: Soares (2012a, p. 70 e 2012b, p. 191).

A expressão matemática obtida é uma função polinomial de quinto grau:

$$y = -809{,}17x^5 + 15145x^4 - 106402x^3 + 338998x^2 - 463273x + 229768 \qquad (1)$$

Esse modelo evidencia a formulação do problema ao mostrar a relação existente entre a semana epidemiológica e os casos notificados de dengue na região Nordeste. A organização e a realização desse processo permitem mostrar a conexão da matemática com o dia a dia, aprimorar e explorar aprendizagens matemáticas e obter a solução do problema.

Para analisar a validade desse modelo obtido, o G2 fez a seguinte validação:

Tabela 2: Validação do Modelo Matemático da Região Nordeste: Casos Notificados de Dengue

Semana Epidemiológica – S	Número de Casos Notificados – N	N obtido no Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático	Erro do Modelo Matemático (%)
1. Janeiro	13.426	13426,83	0,83	0,0005%
2. Fevereiro	24.421	24424,56	3,56	0,0023%
3. Março	48.181	48193,69	12,69	0,0081%
4. Abril	39.410	39445,92	35,92	0,0228%
5. Maio	24.988	25071,75	83,75	0,0532%
6. Junho	6.871	7040,08	169,08	0,1075%
Total	**157.297**	**157602,83**	**305,83**	**0,19443%**

Fonte: Soares (2012a, p. 70 e 2012b, p. 192).

A validação do modelo matemático obtido para a Região Nordeste tem-se ao analisar a similaridade entre os resultados obtidos dos casos notificados de dengue e os dados observados. Percebe-se que o erro estimado para essa solução é aceitável, pois é inferior a 0,11% e o erro geral estimado é em torno de 0,2%, assim podendo-se dizer que o modelo matemático obtido apresenta aproximações plausíveis com as situações reais e matemáticas exploradas.

6ª Etapa – Análise da Atividade Desenvolvida: É explorar, discutir e evidenciar as principais considerações sobre toda a atividade de modelagem matemática desenvolvida. Os estudantes agrupados fazem esta análise, que pode ser descrita e/ou apresentada oralmente por meio dos trabalhos, relatórios ou seminários. Aqui, analisam-se os resultados obtidos na resolução do problema; a aplicação do modelo matemático na sociedade; a importância de pesquisar e aprender a Matemática por meio da Modelagem; os conceitos matemáticos trabalhados; as vantagens e/ou resistências que obtiveram com a prática aplicada; entre outros. Essa análise permite estimular o espírito crítico, reflexivo, ativo e inovador.

Os futuros professores de Matemática do grupo dois apresentaram por escrito e oralmente suas principais considerações da seguinte forma: "*Em nossa opinião, essa atividade de Modelagem é importante porque desenvolve a habilidade de trabalhos com o programa Excel e permite que desenvolvamos uma ferramenta para uso em nosso trabalho docente. Nessa atividade, alguns dos conteúdos matemáticos que foram trabalhados ou que podem ser explorados são: função polinomial, construção de gráficos, estatística, porcentagem, máximo e mínimo, domínio e imagem da função,* *intervalos, módulo, regra de três, distância entre dois pontos, matriz, entre outros".* Em seguida, abordaram-se algumas conclusões: *"Esse trabalho com a Modelagem nos proporcionou melhor entendimento em que consiste a Modelagem. A atividade prática mostrou que a Modelagem não é algo complicado e difícil como se apresentava no início, visto que pode ser aplicada em variados contextos. A atividade de Modelagem é uma estratégia que consiste numa ferramenta e técnica bastante eficaz que o professor pode e deve adotar em sala de aula a fim de proporcionar ao aluno um aprendizado consistente, ou seja, mais eficiente. Nessa situação desenvolvida foi muito interessante trabalhar a Modelagem abordando um assunto atual e também foi bastante proveitoso aprender a usar o Excel na construção do modelo matemático com a problematização do tema da dengue".* Então, pode-se inferir que esses futuros professores de matemática apresentaram compreensão da Modelagem Matemática e de sua aplicabilidade.

Algumas das contribuições obtidas com a Modelagem Matemática em sala de aula

Conforme Soares (2012a e 2012b), a presente atividade ilustrada de modelagem proporcionou aos futuros professores de Matemática obterem um espírito reflexivo, crítico e inovador ao adquirirem subsídios bibliográficos e práticos, além das principais contribuições, tais como: aplicabilidade da modelagem; conhecimento cognitivo; compreensão do modelo; espírito crítico, reflexivo e inovador; formação acadêmica; atuação profissional; competências gerais; habilidades gerais; investigação de situações cotidianas; matematização de situações cotidianas; motivação; entendimento do papel sociocultural da matemática, do papel da modelagem matemática, do modelo matemático na modelagem; preparação para utilizar a modelagem; e problematização das situações cotidianas (SOARES, 2012b, p. 233-235).

Neste artigo, vamos esclarecer algumas dessas contribuições propiciadas aos futuros professores de Matemática no uso e exploração sobre e por meio da Modelagem Matemática, ou seja, dos aspectos teóricos e práticos referentes à Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem nesta disciplina (SOARES, 2012b, p. 233-235):

Aplicabilidade da Modelagem: Aplicações da matemática em diferentes áreas do conhecimento, como no setor social, econômico, político, cultural, tecnológico, ambiental, científico, educacional e também em várias disciplinas como na biologia, história, física, química, geografia, educação física e outras, sendo permitido usá-las e explorá-las por meio da modelagem;

Competências Gerais: Para reconhecer, compreender e aplicar a Matemática em diferentes áreas do conhecimento, disciplinas, situações e problemas;

- *Habilidades Gerais:* Para investigar a Matemática ao problematizar, resolver e entender as situações ou os fenômenos (reais ou matemáticos) em linguagem matemática, assim como explorar e valorizar as capacidades e criatividades dos discentes e o recurso computacional nas aulas de Matemática;

Motivação: Com a apresentação e exploração da Matemática no cotidiano, há interesse em pesquisá-la, investigá-la e compreendê-la proporcionando estímulos para novas ideias, descobertas, conhecimentos, experiências, aprendizagens e ações inovadoras;

O papel Sociocultural da Matemática: Apresentar a Matemática em situações reais ou em fenômenos (reais ou matemáticos) em linguagem matemática proporcionando analisar e refletir sobre sua utilização nos contextos sociais e culturais permitindo investigá-la, interpretá-la e explicá-la diante dos problemas formulados da realidade;

Preparação para utilizar a Modelagem: Analisar, selecionar e organizar informações e dados para desenvolver atividades de Modelagem no ensino possibilitando tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas, flexíveis no pensamento matemático e com autonomia no processo de ensino e aprendizagem.

Considerações Finais

O presente artigo apresenta uma prática de Modelagem Matemática desenvolvida com futuros professores, resultante de uma pesquisa realizada por Soares (2012a e 2012b). Então, o objetivo proposto foi atingido, pois ele mostra e discute uma orientação de procedimentos a futuros professores por meio de uma aplicação em que é desenvolvida uma dinâmica da Modelagem em sala de aula no âmbito das discussões e análises tendo por foco a organização, exploração e explicitação de etapas de modelagem.

A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem possibilita explorar e resolver problemas da realidade com um modelo matemático, tendo por finalidade a aprendizagem matemática. O seu desenvolvimento pode ser feito de modo natural e atendendo as condições da sala de aula e/ou extraclasse conforme a clientela, o ambiente, a realidade escolar, os conceitos matemáticos a serem desenvolvidos, os objetivos a serem atingidos e os recursos disponíveis. Ele pode ser feito de acordo com todas as etapas da dinâmica do processo de modelagem ou não. A referida atividade pode, por exemplo, ser iniciada a partir do levantamento e seleção de dados ou da formulação de problema. Também, em sua organização e realização, é essencial entender o papel e o objetivo de determinadas etapas que têm por finalidade orientar e encaminhar o processo de modelagem, desenvolver os conceitos matemáticos e obter ou não um modelo matemático que seja considerado adequado para o problema de estudo.

Portanto, a Modelagem na sala de aula com os futuros professores de Matemática permitiu desenvolver motivações e compreensões sobre modelagem, as aprendizagens matemáticas e o papel sociocultural da Matemática. Além disso, encorajamentos ao uso da modelagem nas futuras práticas e mudanças favoráveis em suas concepções em relação ao processo da modelagem e à significação dos modelos matemáticos na sociedade.

Referências Bibliográficas

ANDRÉ, M. E. D. A. *Etnografia da prática escolar.* 2. ed. Campinas: Papirus, 1998.

BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? Zetetiké, Campinas-SP, UNICAMP, v. 7, n. 11, p. 67-85, 1999.

______. *Modelagem matemática:* concepções e experiências de futuros professores. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho de Rio Claro, UNESP, Rio Claro-SP, 2001.

______. *Modelagem matemática na sala de aula.* Perspectiva**,** Erechim-RS, v. 27, n. 98, jun. 2003.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.* 3. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BEAN, D. *O que é modelagem matemática?* Educação Matemática em Revista, ano 8, n. 9/10, São Paulo, p. 49-57, 2001.

BELTRÃO, M. E. P. *Ensino de cálculo pela modelagem matemática e aplicações:* teoria e prática. 322f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, São Paulo, 2009.

______; IGLIORI, S. B. C. *Modelagem matemática e aplicações: uma abordagem para o ensino de Funções.* Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 12, n. 1, p. 17-42, 2010.

BRASIL, Ministério da Saúde. *Balanço Dengue*. Semana Epidemiológica 1 a 26 de 2011. Secretaria de Vigilância em Saúde. Coordenação Geral do Programa Nacional de Controle da Dengue. Brasília: Portal da Saúde, 2011a. Disponível em: <http://portal.saude.gov.br/portal/arquivos/pdf/informe_ dengue_072011.pdf>. Acesso em: 12 jul. 2011.

______. *Dengue: sintomas*. Brasília: Portal da Saúde, 2011b. Disponível em: <http://portal.saude.gov.br/portal/saude/visualizar_texto.cfm?idtxt=23620&janela=1>. Acesso em: 12 jul. 2011.

______. *Dengue: prevenção*. Brasília: Portal da Saúde, 2011c. Disponível em: <http://portal. saude.gov.br/portal/saude/visualizar_texto.cfm?idtxt=23624&janela=1>. Acesso em: 20 jul. 2011.

GROENWALD, C. L. O.; SILVA, C. K. da; MORA, C. D. Perspectivas em educação matemática. *Acta Scientiae*, Canoas-RS, v. 6, n. 1, p. 37-55, jan./jun. 2004.

LINCOLN, Y. S.; GUBA, E. G. *Naturalistic Inquiry*. Newbury Park: Sage, 1985. p. 416.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em educação:* abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986. p. 99.

MILES, M. B.; HUBERMAN, A. N. *Qualitative data analysis:* an expanded sourcebook. 2. ed. Thousand Oaks: Sage, 1994. p. 338.

PIMENTEL, C**.** *Dengue é um dos principais problemas de saúde pública no Brasil, segundo revista inglesa*. Prevenção, Sintomas, Tipos de Vírus, Tratamentos. UOL. Brasília, 09 maio 2011, 19h57. UOL. Disponível em: <http://noticias.uol.com.br/ultnot/cienciaesaude/ultimas-noticias/2011/05/09/dengue-e-um-dos-principais-problemas-de-saude-publica-no-brasil-segundo-revista-inglesa.jhtm>. Acesso em: 10 jul. 2011.

PONTE, J. P. da. *Estudo de caso em educação matemática*. Universidade de Lisboa, 2006. Bolema, São Paulo, v. 19, n. 25, p. 1-23, Seção Especial, 2006. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1880>. Acesso em: 29 de jun. 2015.

SOARES, M. R. *Caderno pedagógico:* modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem: uma perspectiva à luz dos futuros professores de matemática.

120f. Material instrucional - Produção Técnica. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Ponta Grossa, 2012a. Disponível em: <http://www.pg.utfpr.edu.br/dirppg/ppgect/dissertacoes/defesas.php?ano=2012&grupo=0>. Acesso em: 20 mar. 2015.

______. *Modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem:* uma perspectiva à luz dos futuros professores de matemática. 312f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Ponta Grossa, 2012b. Disponível em: <http://www.pg.utfpr.edu.br/dirppg/ppgect/dissertacoes/defesas.php?ano=2012&grupo=0>. Acesso em: 20 mar. 2015.

Os desafios do ensino da matemática nas classes multisseriadas: uma proposta a partir da produção da farinha de mandioca

Francisco Diogo Lopes Filho
diogo_lopesf@hotmail.com
Prefeitura de Castanhal

Edilene Farias Rozal
lenefarias@ufpa.br
Universidade federal do Pará.

Elciran Martins Farias
elciran_mf@hotmail.com
Prefeitura de Cachoeira do Piriá.

Resumo

O presente trabalho trás como tema “Os desafios do ensino da matemática nas classes multisseriadas: uma proposta a partir da produção da farinha de mandioca”, e é resultado de um projeto de intervenção realizado numa classe multisseriada na Escola Municipal Campinas, localizada na Vila da Campina, Município de Cachoeira do Piriá-PA, com o objetivo de demonstrar a aplicabilidade da matemática no processo de produção da farinha de mandioca, buscando desenvolver ações pedagógicas articuladas com o dia a dia da comunidade para a melhoria da aprendizagem da matemática nas classes multisseriadas. A pesquisa teve uma abordagem qualitativa, e como sujeitos de pesquisa os alunos da classe multisseriada de 3º, 4º e 5º da Escola Campinas. Os dados foram analisados a partir da interpretação das atividades realizadas pelos alunos da classe multisseriada. . O resultado da pesquisa revelou que é possível se trabalhar a matemática com sucesso envolvendo o processo de fabricação da farinha de mandioca aliado aos conteúdos matemáticos, como exemplo, a compra e venda de farinha (sistema monetário); agrimensuras, plantio e espaçamentos, (geometria plana); sistema de medida, (metro e braça, dentre tantas outras), entre outros.

Palavras–chave: Classes Multisseriadas; Farinha de mandioca; Ensino da Matemática.

Introdução

As dificuldades na aprendizagem da matemática pelos alunos do ensino fundamental são recorrentes há tempos, porém na classe multisseriada nas escolas do campo essa problemática pode ter maior ênfase. Considerando que um dos fatores que levam a essa problemática estejam relacionados às metodologias e a dinâmica dos conteúdos, as classes multisseriadas, que possuem mais de uma série numa mesma classe com idades diferentes, tornam o ensino aprendizagem da matemática um desafio para parte dos professores dessa modalidade.

Por esse motivo consideramos pertinente a realização desse trabalho, que prima a abordagem da disciplina matemática a partir do cotidiano do aluno de uma classe multisseriada (3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental) da Escola Municipal de Ensino Fundamental Campinas, localizada na Vila da Campina, Município de Cachoeira do Piriá, Pará, Brasil. A referida escola é localizada no campo e funciona exclusivamente com classes multisseriadas, o que motivou a busca de metodologias para amenizar as dificuldades dos alunos para entender a matemática.

Tendo em vista que os alunos possam compreender melhor o assunto que está sendo proposto, buscamos sugerir atividades abordando o cultivo da mandioca e a fabricação da farinha, que são as principais atividades produtivas da Vila da Campina.

A farinha de mandioca constitui-se como um dos alimentos indispensáveis na mesa da maioria dos paraenses, e, por conseguinte, dos cachoeirenses, haja vista que este é um produto alimentício bastante comercializado na região. Sua fabricação passa por um processo bastante longo, difícil e rigoroso.

Essa realidade faz parte da vida cotidiana e dos alunos da Vila da Campina. Assim, tentamos levar essa realidade para dentro da sala de aula, visando desempenhar um melhor ensino e aprendizagem da matemática aos alunos por meio de problemas matemáticos que abordassem os diferentes momentos do processo de fabricação da farinha de mandioca. Dessa forma, foram desenvolvidas atividades matemáticas problematizando o processo de manuseio de fabricação da farinha de mandioca, como por exemplo, a compra e venda de farinha (sistema monetário); agrimensuras, plantio e espaçamentos, (geometria plana); sistema de medida, (metro e braça, dentre tantas outras medidas).

Este trabalho tem como foco a discussão acerca do desafio de ensinar matemática numa sala multisseriada dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Dessa forma, o referido trabalho parte das seguintes problemáticas: Como vem sendo trabalhado a matemática nas classes Multisseriadas? Que mecanismo pode ser utilizado para efetivar o ensino da matemática em escolas do campo? Como utilizar positivamente o conhecimento dos alunos na inserção da matemática nas classes multisseriadas?

O conceito de multissérie se constituiu no Brasil como um sinônimo de precariedade, tanto da educação quanto no espaço físico das escolas, o que mostra o caso de abandono e descaso com essa modalidade. De acordo com Salomão Hage (2002, p. 54),

> [...] essa verdadeira situação de precariedade como: Infra-estrutura; Transporte escolar; Currículo deslocado da realidade do campo; Fracasso escolar e defasagem idade-série; Trabalho infanto-juvenil; Participação dos pais na escola; A falta de acompanhamento pedagógico das secretarias e outros.

Essa realidade interfere na prática do professor e na aprendizagem dos alunos. Mesmo assim, esses profissionais tentam enfrentar essa dura realidade, e assumem seu papel como educadores apesar de todas as adversidades.

Outro ponto bastante relevante se refere à questão da formação continuada dos professores que atuam nessas classes. Como exemplo, o Município de Cachoeira do Piriá possui muitos professores sem qualificação pedagógica para atuar nas salas de aula, mesmo assim, por falta de profissionais qualificados esses professores são inseridos nessas escolas para trabalhar com as classes multisseriadas.

Nosso objetivo com essa pesquisa é apresentar um trabalho com o ensino da matemática em classes multisseriadas numa escola do campo. Busca-se também propor mecanismos para serem utilizados na efetivação do ensino da matemática nas classes multisseriadas utilizando o processo de produção da farinha de mandioca. E assim contribuir para que os alunos possam compreender questões matemáticas na perspectiva da produção da farinha de mandioca.

A pesquisa foi realizada a princípio com um estudo teórico baseado em autores de referência que discutem sobre o tema proposto. Em seguida, foram aplicadas atividades matemáticas envolvendo a produção da farinha de mandioca aos alunos de classes multisseriadas.

Nessa pesquisa, privilegiou-se a metodologia com base na abordagem qualitativa, num enfoque fenomenológico. “A fenomenologia admite que toda filosofia e, por consequência, todo método de pesquisa descreve a realidade e buscam a essência dos fenômenos a partir de vivencias determinadas” (MEKESENAS, 2002, p.93).

O universo da pesquisa é formado de 20 alunos. Já a amostra consta 14 alunos. Após a coleta, os dados foram analisados a partir de uma tabulação e co-relação de atividades realizadas pelos dos informantes. Em seguida, foram transcritas, interpretados e analisados à luz das teorias estudadas.

O ensino da matemática nas classes multisseriadas.

Um dos grandes desafios enfrentados pelos professores que trabalham com classes multisseriadas é o ensino da matemática. Além dos problemas relacionados à própria dinâmica das classes multisseriadas há também os problemas ligados a gestão escolar, como por exemplo, professores que assumem uma classe multisseriada, mas com isso acabam assumindo também outras funções. Alguns assumem a função de serventes, pois precisam varrer a sala e fazer a merenda, assumem a função de secretário escolar, pois cuidam da documentação dos alunos, entre outras funções.

Nesse sentido, Salomão Hage (2002, p. 188) destaca a precariedade das escolas do campo, afirmando:

> A precariedade de infraestrutura, pois, em muitas situações, as escolas multisseriadas encontram-se localizadas nas pequenas comunidades rurais, muito afastadas das sedes dos municípios, onde a população a ser atendida pela escola não atinge o contingente definido pelas secretarias de educação para formar uma turma por série. São escolas que, em muitas situações, não possuem prédio próprio e funcionam na casa de um morador local ou em salões de festas, barracões, igrejas etc. Possuem infraestrutura precárias inadequadas e funcionam em prédios pequenos, construídos de forma inadequadas em termos de ventilação, iluminação, cobertura, piso, que se encontram em péssimo estado de conservação.

Diante dessa realidade, não podemos esquecer os problemas relacionados à falta de recursos pedagógicos, que acabam influenciando no trabalho do professor. Como exemplo, a falta de material escolar adequado, dificuldade de interação entre o professor e a coordenação pedagógica das secretarias.

As aulas de matemática nas classes multisseriadas devem aliar a realidade do aluno com o conhecimento que a escola deve proporcionar a ele. A respeito disso, Salomão Hage (2002, p.201) diz que "o relato da realidade produz a história como ele mesmo reproduz a realidade. As pessoas vão contando suas experiências, crenças, e expectativas e ao mesmo tempo, vão anunciando novas possibilidades, intenções e projetos".

A maioria dos alunos de classes multisseriadas apresenta dificuldades ao resolverem problemas matemáticos na sala de aula. Isso quando se trata de comparar, interpretar, medir, dividir e outros, mesmo que na vida, no dia a dia, essas dificuldades não apareçam. Essa relação dicotômica entre escola e vida cotidiana, distancia a sala de aula da vida diária dos nossos alunos, e isso certamente traz grandes problemas na aprendizagem dos mesmos.

A falta de qualificação do professor, também pode afetar o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos na sala de aula. No entanto, muitos desses professores vivem essa realidade por falta oportunidade, ocasionada pela falta de formação contínua e continuada, seja ela por falta de condição financeira ou por falta de incentivo público.

Sobre a qualificação do professor, está prescrito no Art. 12, Parágrafo Único da Resolução CNE/CEB 01, que institui Diretrizes Operacionais para a Educação Básica nas escolas do Campo: "Os sistemas de ensino, de acordo com o Art. 67 da LDB desenvolverão políticas de formação inicial e continuada, habilitando todos os professores leigos e promovendo o aperfeiçoamento permanente dos docentes". (BRASIL, 2002. p. 2).

A disciplina matemática não é apenas um desafio para os alunos das classes multisseriadas, mas também para o professor que leciona nessa modalidade. A matemática é componente na construção da cidadania, na medida que a sociedade se utiliza de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar. Ela precisa estar ao alcance de todos e a democratização do seu ensino deve ser meta prioritária do trabalho docente, seja para classes multisseriada ou qualquer oura modalidade de ensino.

A matemática abordada na escola não pode ser realizada e nem compreendida com um "olhar para coisas prontas e definitivas", pelo contrário, ela deve ser direcionada para a construção e a apropriação de um conhecimento que servirá para que o aluno compreenda e transforme a sua realidade.

O caminho da pesquisa

A pesquisa teve a abordagem metodológica do tipo qualitativa, na modalidade estudo fenomenológico. E segundo BOGDAN & BIRKLEN (1994 p. 49) "a abordagem da investigação qualitativa exige que o mundo seja examinado com a idéia de que na trivial que tudo tem potencial para construir uma pista que nos permitem estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo". Como instrumento de coleta de dados foram utilizadas a pesquisa de campo e aplicação de atividades com questões matemáticas aplicadas aos alunos de uma classe multisseriada. A análise dos dados teve como fundamentos as técnicas de analise de conteúdo na perspectiva de (BARDIN 1979, ap*ud* GOMES p. 83) é:

> Conjunto de técnicas de analise das comunicações visa obter procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativa ou apresenar não) que permitem inferência de conhecimento relativos às condições de produção recepção (variáveis inferidas) destas mensagens.

As atividades foram desenvolvidas mediante o diagnóstico das atividades produtivas da Vila da Campina. Após a construção das atividades, houve a aplicação das mesmas na classe multisseriada de 3º, 4º e 5º ano da Escola Municipal da Campina. Esta etapa foi realizada no período de 10 a 26/03/2014, na qual foi aplica as atividades com abordagem na produção da farinha de mandioca.

Atividade 01: roda de conversa com texto de sensibilização.

1º Momento: No início da aula do dia 11/03/2014, houve a organização de uma roda de conversa (Ilustração 01), na qual foi lido, explicado e contextualizado o texto motivador com o tema “Os desafios do Ensino da Matemática em Classes Multisseriadas: uma proposta a partir da produção da farinha de mandioca”, referente às atividades propostas baseado na produção da farinha de mandioca. Uma atividade conhecida no dia a dia dos alunos da comunidade, mas que precisa ser contextualizada e aplicada ao currículo do ensino fundamental e no processo de ensino e aprendizagem da matemática na escola. Esta atividade foi realizada com 14 alunos do 3º, 4º e 5º ano da classe multisseriada, com o objetivo de que os alunos entendessem as atividades que seriam desenvolvidas.

Após a leitura do texto, foi acordado com os alunos que seriam realizadas visitas aos diversos espaços que fazem parte da produção da farinha, dessa forma seria visitado: o manival (Área de plantação da maniva que produz a mandioca), o pução (Local em rios e igarapés onde a mandioca é colocada em repouso para amolecer), o tanque (Caixa de alvenaria construída próximo da casa de farinha, para colocar a mandioca em repouso para amolecer), a casa de farinha (Casa construída para a produção da farinha de mandioca), etc.

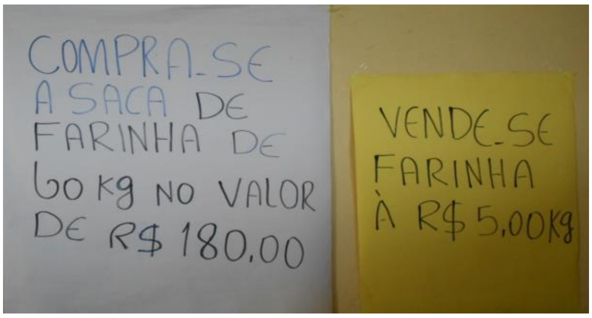
Ilustração 01: Roda de Conversa

Fonte: Arquivo Pessoal/2014

Os alunos ficaram muito entusiasmados com a proposta das atividades e se propuseram em investigar quais os dias em que a casa de farinha estava em funcionamento para que pudesse ser realizada a visita.

2º Momento: Houve a simulação de uma venda de farinha (Ver Ilustração 02), onde foi possível que alunos calassem o preço da farinha e em seguida receber o valor devido à compra. Para isso, aconteceu a apresentação e leitura dos cartazes referentes à compra e venda da farinha de mandioca.

Ilustração 02: Cartaz de Compra e Venda da Farinha



Fonte: Arquivo Pessoal/2014

Nesse momento, os alunos puderam utilizar o sistema monetário para resolver as atividades propostas, calculando o troco na venda da farinha.

3º Momento: Foi realizada uma demonstração de como as pessoas da comunidade pesam a farinha com seus utensílios domésticos: balança (Utensílio de metal ou cobre utilizado para pesar os produtos vendidos no quilo), peso (Instrumento de metal, ferro ou cobre utilizado como contrapeso), etc. Nessa atividade os alunos trabalharam com o sistema de medidas na disciplina matemática, e neste caso específico é o sistema de medida de massa, que tem como elemento fundamental o peso representado pelo quilo, e como símbolo o **Kg**. Na comunidade é utilizada o litro, a farinha vendida depois de medida com o uso de reservatórios de 1L cada (garrafas, latas de óleo, entre outros). Utilizam medida de volume, que tem como símbolo o **L**, para vender a farinha. Assim, foram utilizadas duas unidades de medida (Kg e L), dando ênfase a diferenciação entre as duas, uma de medida de massa e a outra de medida de volume

Ilustração 03: Pesagem da Farinha pelo Kg.

Fonte: Arquivo Pessoal/2014

Ilustração 04: Pesagem da Farinha pelo L.

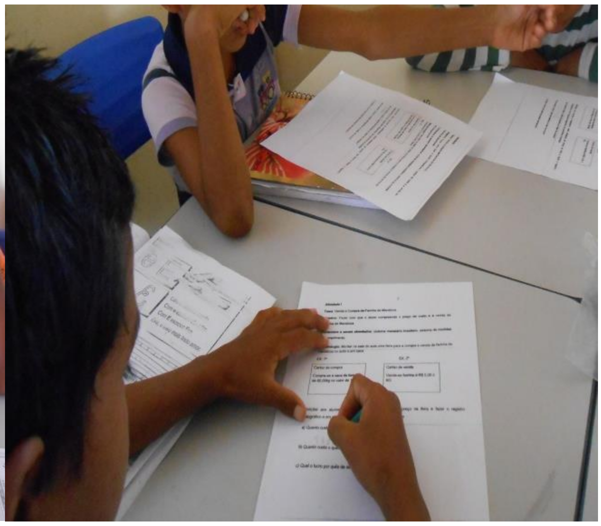
Fonte: Arquivo Pessoal/2014

4º Momento: Os alunos foram instigados a resolver atividades matemática relativas à compra e venda da farinha de mandioca (Ilustrações 05 e 06), a qual envolveu o uso do sistema monetário brasileiro, que tem como símbolo o **R$**. Lembrando aos alunos que cada país tem a sua moeda, aqui no Brasil a nossa moeda é o **Real** = **R$** representado em forma cédulas e moedas. Foram usadas notas e moedas impressas de real.

Ilustração 05: Alunos realizando as atividades.

Fonte: Arquivo Pessoal/2014

Ilustração 06: Alunos realizando as atividades.



Fonte: Arquivo Pessoal/2014

Foram realizadas atividades diferenciadas de acordo com a realidade dos alunos. Mesmo assim, foi possível abordar outros conteúdos da disciplina matemática, referente aos seguintes assuntos: soma, subtração, multiplicação e divisão de números naturais.

Resultados

Dos 14 alunos que realizaram as atividades propostas, 11 deles conseguiram resolver os exercícios matemáticos com bastante desenvoltura, os demais necessitaram do auxilio do professor para compreender as atividades. Os três alunos estavam no 3º ano Ensino Fundamental. Os 11 que não demonstraram grandes dificuldades eram do 4º e 5º ano, assim é importante levar em consideração que se trata de uma turma multisseriada, mediante os diferentes níveis dos alunos.

Percebeu-se ainda que a maioria dos alunos que participaram da atividade teve a oportunidade de ampliar a sua comunicação com os outros os alunos, expondo seus pensamentos, narrando suas experiências vividas ou imaginadas, interagindo com o outro, construindo sua objetividade, coordenando diferentes pontos de vista, relacionando novos conhecimentos com suas vivências e conhecimentos anteriores, aprendendo a ouvir o outro e ampliando sua oralidade.

Atividade 02: as formas ao nosso redor

1º Momento: A atividade teve Início com uma aula passeio, no percurso da escola até ao manival, realizando o registro através de fotografias e anotações. Isso, com o objetivo que alunos pudessem reconhecer as formas geométricas presentes no ambiente. Foram visitados dois manivais, uma casa de farinha e o local de amolecimento da mandioca, denominado de tanque e/ou pução. Foram também registrados os elementos necessários para a produção da farinha como: a prensa, o forno, a lenha, a massa e o forno de torração da farinha, conforme podemos visualizar nas fotos a seguir:

Ilustração 07: Inicio da aula passeio

Fonte: Arquivo Pessoal/2014

Ilustração 08: Caminhada até o manival

Fonte: Arquivo Pessoal/2014

Ilustração 09: Tanque com mandioca em repouso

Fonte: Arquivo Pessoal/2014

Ilustração 10: Maceira de madeira e peneira

Fonte: Arquivo Pessoal/2014

2º Momento: No retorno à escola, foi realizada uma produção textual feita pelos alunos a partir dos registros fotográficos, das observações e anotações no decorrer do percurso. Cada aluno expôs suas experiências, produzido texto e/ou um desenho, que descrevessem formas geométricas presentes durante a aula passeio e a opinião dos mesmos sobre a experiência vivida na atividade, de acordo com desempenho e a habilidade de cada aluno (Ver ilustrações 11 e 12).

Ilustração 11: Produção textual e desenho

Fonte: Arquivo Pessoal/2014

Ilustração 12: Mural das produções textuais

Fonte: Arquivo Pessoal/2014

A avaliação desta atividade foi realizada levando em consideração o interesse que a classe teve nas visitas, pela produção dos desenhos e textos e pelos relatórios orais surgidos. Ao final da aula, os registros e produções foram socializados e colocados em um mural e exposto na escola para que todos possam conhecer o trabalho produzido pelos alunos nas visitas realizadas.

Para a realização desta atividade houveram algumas dificuldades, devido à distância entre os locais visitados (cerca de dois quilômetros e meio), a falta de infraestrutura das estradas (muita lama e insetos). Mesmo assim, os alunos participaram das atividades.

Resultados

Os alunos demonstraram entusiasmo nesse modelo diferenciado de atividade. No momento da socialização, o depoimento de um aluno chamou nossa atenção:

> “Gostei muito. Aprendi um bocado de coisa legal de matemática sobre a produção da farinha de mandioca. Parece que hoje a aula foi muito melhor do que nos outros dias” (Aluno A do 5º ano)

Como podemos observar, atividades como essas, servem para quebrar a rotina que vem sendo desenvolvidas durante o processo de ensino-aprendizagem, que aprisionam professores e alunos dentro das quatro paredes da sala.

A partir do trabalho realizado foi possível descobrir que o conhecimento matemático é fruto de um processo, no qual, fazem parte a imaginação, as críticas, os erros e os acertos. No entanto, seu ensino pode ser apresentado de forma descontextualizada e atemporal quando o professor apresenta a repetição de sistematizações.

A Matemática foi e é desenvolvida mediante um processo conflitivo entre muitos elementos contrastantes: o concreto e o abstrato, o particular e o geral, o formal e o informal, o finito e o infinito, o discreto e o contínuo. O que ocasiona grande parte das dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da disciplina.

Considerações Finais

O desenvolvimento do trabalho possibilitou perceber o quanto os alunos são capazes de realizar intervenções de forma positiva no que tange aos conhecimentos matemáticos. A Matemática abrange um amplo campo de relações, regularidades e coerências que podem despertar a curiosidade e instigar a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico. Ela faz parte da vida de todas as pessoas, nas experiências cotidianas, por mais simples que elas possam parecer, como por exemplo, contar, comparar e operar sobre quantidades. Tanto no meio urbano quanto no meio rural, nos cálculos relativos a salários, pagamentos e consumo, na organização de atividades como agricultura e pesca. A Matemática se apresenta como um conhecimento de múltiplas aplicações.

Essa potencialidade do conhecimento matemático deve ser explorada, da forma mais ampla possível, seja nas turmas regulares seja nas classes multisseriadas do ensino fundamental. Para tanto, é importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares.

Em se tratando de uma turma multisseriada, evidenciou-se o tempo diferenciado que cada aluno necessitou para compreender e realizar cada uma das tarefas propostas. Ressaltando, que o referido trabalho possibilitou uma interação entre o cotidiano do aluno e os conhecimentos da matemática escolar, sendo possível a inclusão de aspectos de suas vivências no desenvolvimento de conteúdos matemáticos. No decorrer da aplicação das atividades, os alunos demonstraram um maior interesse pela matemática, pois conseguiram por em prática conhecimentos que já possuíam, mesmo que de forma empírica.

Ressalte-se ainda, que o objetivo proposto de demonstrar a aplicabilidade da matemática no processo de produção da farinha de mandioca, foi alcançado, considerando o desenvolvimento das ações pedagógicas que foram aplicadas. Demonstrando a necessidade de articulação do conhecimento escolar com o dia a dia da comunidade.

Os dados foram analisados a partir da interpretação das atividades realizadas pelos alunos da classe multisseriada. O resultado da pesquisa revelou que é possível se trabalhar a matemática com sucesso envolvendo o processo de fabricação da farinha de mandioca aliado aos conteúdos matemáticos, como exemplo, a compra e venda de farinha (sistema monetário); agrimensuras, plantio e espaçamentos, (geometria plana); sistema de medida, (metro e braça, dentre tantas outras), entre outros. O ponto a ser considerado pelo professor que atua em classes multisseriadas é o tempo que cada aluno pode levar para chegar ao aprensizado. Deve levar em consideração também a dinâmica da classe multisseriada, com alunos de duas ou mais séries diferentes reunidos em uma mesma sala com um único professor.

Diante dessa realidade é indispensável que o professor reconheça a possibilidade que as atividades propostas possam contribuir para que os mesmos possam tornar-se mediadores do conhecimento, oportunizando aos alunos formar-se como sujeitos de deveres e direitos, para a busca de uma educação de qualidade.

Por esse motivo, a realização deste trabalho foi de grande importância, pois acreditamos que ele poderá contribuir para a desmistificação da matemática como disciplina escolar, contribuindo para o crescimento educacional dos alunos. A pesquisa poderá contribuir também com outros profissionais dá área, que sentem dificuldades em ensinar matemática numa classe multisseriada e como fonte de pesquisa para outros que queiram desenvolver pesquisas na área.

Referências Bibliográficas

GOMES, R. *Análise de Conteúdo.* LISBOA: ED 70, 1979.

BOGDAN, N.; BIRKLIN, S**.** *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto, Editora Porto, 1994.

BRASIL, CNE. *Resolução CNE/CEB 1/2002.* Diário Oficial da União, Brasília, 9 de abril de 2002. Seção 1, p. 32.

HAGE, S. A. M. A realidade das escolas multisseriadas frente às conquistas na legislação educacional. In: 29ª Reunião Anual da Anped, 2006, Caxambu. *Anais da 29ª Reunião Anual da Anped.* Caxambu: 2006. Disponível em: < http://www.anped.org.br/reunioes/29ra/trabalhos/posteres/GT13-2031--Int.pdf>. Acesso em: 12 jan. 2013.

O ciberespaço como um espaço comunicativo/expressivo para o ensino e a aprendizagem de matemática

Miliam Juliana Alves Ferreira
UNESP/Rio Claro
miliam_arierref@hotmail.com

Rosa Monteiro Paulo
UNESP/Guaratinguetá
rosamonteiropaulo@gmail.com

Resumo

Neste texto trazemos algumas compreensões acerca do diálogo no ciberespaço, discutindo como se dá a comunicação sobre conteúdos matemáticos. Tais compreensões foram possibilitadas pela pesquisa de mestrado desenvolvida pela primeira autora deste texto com orientação da segunda autora. O entendimento de como se dá a comunicação nesse ambiente revelou possibilidades de aprendizagem matemática e nos motivou a trabalhar com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental utilizando o Facebook. Neste texto trazemos discussões da experiência vivida à luz das ideias de Merleau-Ponty, acerca da comunicação e expressão, e de Bicudo e Rosa, sobre o ciberespaço. Assumimos na pesquisa e para a análise dos dados, a postura fenomenológica. A interpretação mostra que a comunicação no ciberespaço se dá no ouvir-o-outro, sendo este o solo para que o diálogo aconteça. A partir do ouvir há um voltar-se para o que acontece no entorno, prestando atenção, e isso se torna solo para a comunicação permitindo que se destaquem três modos de expressão: a expressão pela fala, a expressão por meio da linguagem matemática e, quando nem a fala e nem a linguagem matemática são suficientes para que o sujeito se faça entender, há a expressão por meio de imagens.

Palavras-chave: Diálogo; Expressão; Fenomenologia; Comunicação.

Introdução

Cada vez mais somos enlaçados pelas Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). A Internet possibilitada via banda larga, *wifi*, 3G ou 4G está presente em celulares tornando o acesso ao ciberespaço cada vez mais fácil. A ‘tecnologia’ está na palma das nossas mãos!

É comum, ao sairmos, vermos pessoas entretidas com seu celular, *tablet*, *notebook*, conectados as redes sociais. É comum precisar falar com um amigo e/ou familiar e recorrer a um ‘meio’ via Internet (*inbox* do Facebook e Whatsapp são uns dos mais utilizados).

No ciberespaço, mais precisamente nas redes sociais, podemos discutir sobre diversos temas. De novela a política. De música a religião.

> Então por que não falar de Matemática?
> É possível falar de Matemática em grupos como aqueles do Facebook?

A dissertação de mestrado intitulada “A Expressão no Ciberespaço: um voltar-se fenomenologicamente para o diálogo acerca de conteúdos matemáticos”, trazida neste texto, surgiu na tentativa de querer ‘responder’ essas indagações/interrogações e outras. Na pesquisa queríamos compreender “como o diálogo acerca de conteúdo matemático é possível e se dá em comunidades/grupo das Redes Sociais: Facebook e Orkut?”. Esse querer compreender, numa abordagem qualitativa e postura fenomenológica, nos ‘levou’ à Merleau-Ponty (1994; 2002), com a intenção de entender ‘o que é isto’ a comunicação, a expressão e o diálogo. Levou-nos, ainda, a Bicudo e Rosa (2010), no intuito de compreender aspectos do ciberespaço e da ‘Realidade e Cibermundo’ e a Bicudo (2011), buscando pelo estar-com no ciberespaço. Esses foram alguns dos caminhos seguidos até que o fenômeno ‘o diálogo acerca de conteúdos matemáticos no ciberespaço’ se mostrasse para nós.

Na pesquisa o diálogo sobre conteúdos matemáticos no ciberespaço mostra-se possível pelo ouvir o outro. Esse ouvir o outro possibilita o diálogo de três formas: expressão pela fala, expressão pela linguagem matemática e, quando nem a fala e nem a linguagem matemática são suficientes para que o sujeito possa ser compreendido, a expressão por imagem.

A ‘conclusão’ da dissertação trouxe-nos novas inquietações.

Esse diálogo que vimos na pesquisa acontecia em grupos onde os sujeitos eram participantes por estarem intencionados a discutir sobre matemática e nos possibilitou compreender como o diálogo era possível, como se estabelecia. Mas e no caso da sala de aula? Era possível utilizar esse tipo de ambiente, um grupo no Facebook, para falar de Matemática com os alunos? Esse ambiente propiciaria uma aprendizagem aos alunos? Essas foram algumas das interrogações que começaram a surgir no pós mestrado.

Ao adentrarmos a sala de aula, como professora efetiva de Matemática, as inquietações mencionadas tornaram-se ideias, que por sua vez tomou forma com a criação de um grupo fechado com os alunos para que pudéssemos 'falar' de Matemática.

Esse é o tema de discussão deste artigo que está subdivido em três momentos. Inicialmente trazemos a pesquisa de mestrado para que seja possível articular a ideias de uso das TIC e as situações de sala de aula. Em seguida trazemos a experiência vivida com alunos do 9º ano do ensino fundamental e, a terceira parte, expõe as compreensões acerca do vivenciado tanto na pesquisa de mestrado quanto com os alunos da Educação Básica.

Quando trazemos a pesquisa de mestrado desenvolvida nos preocupamos em expor alguns assuntos tratados na mesma: a fenomenologia e a postura fenomenológica no conduzir da pesquisa, a comunicação, a expressão, o diálogo, o ciberespaço e a comunicação no ciberespaço, o fenômeno desvelado.

Ao falarmos da experiência vivida com os alunos do 9º ano do ensino fundamental discutimos os motivos que nos levaram a trabalhar com esses alunos em um grupo no Facebook e o que pudemos ver. Para 'ilustrar' o vivenciado trazemos a resolução de um exercício no grupo e fazemos alguns comentários.

Finalizamos o texto com uma articulação entre a pesquisa de mestrado e a experiência vivida com os alunos, que nos permite comunicar o percebido e interpretado acerca do realizado.

A pesquisa de mestrado: um caminhar que nos levou a outros caminhos

O ciberespaço e as suas potencialidades tem nos despertado interesse e motivado a busca pela compreensão desse espaço mediado pelas tecnologias informáticas e também as suas possibilidades para se falar de matemática e'fazer' matemática.

Conforme dissemos, esse querer compreender nos leva a desenvolver a dissertação de mestrado intitulada "A expressão no ciberespaço: um voltar-se fenomenologicamente para o diálogo acerca de conteúdos matemáticos", defendida em 2014 pela primeira autora desse artigo sob a orientação da segunda autora.

Em uma postura fenomenológica, trilhamos um caminho com vistas para a interrogação "como o diálogo acerca de conteúdo matemático é possível e se dá em comunidades/grupo das Redes Sociais: Facebook e Orkut?". Essa interrogação esteve presente em todo o ‘fazer’ a pesquisa. Ela quem direcionava o nosso olhar, para o quê olhar.

A priori, buscamos compreender o que era o diálogo, preocupando-nos também em explicitar o que era a comunicação e a expressão. Tais compreensões foram possibilitadas pela leitura de obras de Merleau-Ponty (1908 – 1961), filósofo e fenomenólogo francês.

De acordo com Merleau-Ponty todo gesto expressa uma forma do sujeito estar no mundo. O autor dá ênfase também aos diferentes modos de expressão, a linguística, a dança, a música, sendo essas formas expressivas do corpo. Percebemos, por essa ênfase, que ‘o corpo fala’.

Para Merleau-Ponty, toda palavra carrega um sentido, veicula uma significação. Isso nos leva a entender que a comunicação se dá pela existência de uma significação comum que permite que as pessoas se relacionem. Nesse sentido, o diálogo permite invadirmos “um ao outro na medida em que pertencemos ao mesmo mundo cultural, e , em primeiro lugar à mesma língua, e na medida em que meus atos de expressão e os do outro pertencem à mesma instituição” (MERLEAU-PONTY, 2002, P. 174). Segundo Merleau-Ponty é pela fala que o pensamento se realiza de tal modo que há “tanto naquele que escuta ou lê como naquele que fala e escreve, um pensamento na fala /.../” (MERLEAU-PONTY, 1994, p. 244). Esse ‘pensamento na fala’ se dá, pois, para o autor, pensamento e expressão constituem-se simultaneamente.

Nesse sentido, compreendemos que, para Merleau-Ponty, o diálogo abre a possibilidade de um compartilhamento entre sujeitos que são capazes de se comunicar, essa capacidade de comunicar dá-se pela pertença ao mesmo mundo cultural e pela existência de significação, de dizer do percebido fazendo-se entender. Ou seja, o diálogo, entendido como o ato de ouvir e falar põe os sujeitos em ‘sintonia’ fazendo-os compartilhar o sentido do percebido.

Tendo compreendido aspectos gerais acerca da comunicação, expressão e o diálogo, nos voltamos para a região de inquérito da pesquisa. O diálogo no ciberespaço. O entendimento da relação entre os indivíduos e a tecnologia, e o próprio relacionar-se dos sujeitos mediado pela tecnologia, no ciberespaço.

As tecnologias trouxeram consigo novos modos de interação social. Essa interação/comunicação acontece de modo virtual. Entendemos por virtual, tomando as ideias trazidas por Bicudo e Rosa (2010), como aquilo que acontece como possibilidade, como potência que se atualiza mediante a intenção de dizer e de ouvir. O sujeito faz uso das TIC, e abre possibilidades de troca de informações das mais variadas formas, mediadas pelas potencialidades da 'máquina'.

No ciberespaço a comunicação é estabelecida pela intencionalidade, pelo voltar-se do sujeito para aquilo que é posto e se dispor a dialogar sobre. Tal comunicação é possibilitada de dois modos: a assíncrona e a síncrona. Considerando as palavras de Bicudo e Rosa (2010, p. 35)

> O "aqui e o agora" são o aqui e agora de um internauta individual e singular. Mas suas características são fluidas, uma vez que o "agora" é de quem adentra o ciberespaço, mas que o percebe como um agora em que está interagindo com o outro, podendo não saber quem é o outro, podendo não saber quem é o outro em sua presencialidade carnal, como corpo próprio, nem qual é o "agora" desse outro. Mas é um outro que expressa suas ideias, seus sentimentos e outras manifestações de seu modo de ser por meio de um texto, com o suporte da rede informacional. E aí se dá uma fluidez e um dinamismo que vai criando "realidades virtuais". Ou seja, esse movimento dinâmico vai se espacializando na medida em que vai ao encontro ou de encontro a outras ideias, que se bifurca, que se expande, construindo um grande texto, por ser formado por acréscimos, ou construindo um hipertexto, por ser interconectado, organizando dados e conhecimentos produzidos.

As afirmações dos autores corroboram os dizeres de Castells (2005) quando afirma que 'o espaço modela o tempo'. Ou seja, entendemos que o espaço, o ciberespaço, vai modelando o tempo, tempo de interação, de resposta, de ação dos sujeitos uns com os outros, em seus modos de estar-junto.

Trazendo a discussão para um dos lócus da pesquisa de mestrado, o grupo "Eu Amo Matemática" no Facebook, percebemos que há uma intencionalidade em o sujeito ser 'membro' /participante daquele grupo. Essa intencionalidade está em discutir a Matemática e/ou aspectos que girem em torno de tal área. O que os une é o falar de Matemática.

Buscando compreender o *como* o diálogo era possível e *como* se dava nesse grupo, interrogado na pesquisa, nos envolvemos mais nas discussões postadas, tentando entender esse 'como' da pesquisa. Esse 'como' são os aspectos que possibilitavam/colocavam os sujeitos a discutir os problemas matemáticos e outros assuntos. A pesquisa por seguir uma postura fenomenológica sempre nos levou a tentar compreender o objeto de estudo pelas descrições/discursos dos sujeitos, a experiência vivida. Tais discursos eram as postagens realizadas pelos sujeitos.

A análise dos dados, ocorrida em dois momentos: análise ideográfica (que busca por unidades significativas individuais) e análise nomotética (que busca por generalidades) nos possibilitou compreender que o diálogo acerca de conteúdos matemáticos no ciberespaço, mais precisamente no grupo "Eu Amo Matemática" é possibilitado primeiramente pelo *ouvir o outro*. O *ouvir o outro* é o que possibilita o diálogo, o solo para que o diálogo aconteça. Esse *ouvir o outro* é entendido como um voltar-se para o discurso do outro e se dispor a dialogar sobre.

Tendo esse voltar-se para, o diálogo é possibilitado por três formas de expressão: a expressão pela linguagem matemática, a expressão pela fala e a expressão por imagem. A linguagem matemática recorre a língua materna (expressão pela fala) para se tornar entendida, Machado (1989) afirma que há uma impregnação entre a Matemática e a Língua Materna, "impregnando-se da Língua Materna, a Matemática passa a transcender uma dimensão apenas técnica, adquirindo assim o sentido de uma atividade caracteristicamente humana" (MACHADO, 1989, p. 165). A expressão por imagem ocorre quando nem a linguagem matemática e nem a fala, disponíveis no ambiente, são suficientes para que o sujeito se expresse e seja compreendido pelos demais. Ou seja, ela mostra-se como um recurso auxiliar ao entendimento.

Essas formas de os sujeitos 'ouvir' ou se 'fazerem ouvidos' levam-nos a interpretar o ciberespaço como aquele que abre um 'espaço comunicativo' para os sujeitos. Esses sujeitos, ao falarem de Matemática, trazem (ou se valem) da fala falada e fala falante. Surge a fala instituída (seja ela por símbolos matemáticos, pela linguagem *web*, pelas imagens, pela língua materna, etc.) que não dá conta da expressão do sentido e faz o sujeito recorrer à fala 'criadora' que abre possibilidades de novos sentidos, de novas compreensões, de novos modos e espaços expressivos.

Ao finalizarmos a pesquisa, outras interrogações foram surgindo, um desejo de querer que esse espaço comunicativo tornasse um veículo de produção de conhecimento em que o *ouvir* e o *dizer* estivessem presentes. No grupo investigado não havia uma obrigatoriedade em participar, ele quem optava por essa participação ou não. Havia uma intenção do sujeito em participar do grupo. E no caso da utilização do ambiente escolar, seria possível utilizar um grupo como um espaço de ensino e aprendizagem de matemática? Os alunos estariam dispostos a dialogar sobre matemática nesse ambiente? Como seria esse diálogo?

Essas indagações permaneceram no pós-mestrado. Surge então a ideia de, ao ingressar na escola pública como professora de matemática, criar um grupo no Facebook para tentar 'falar' de matemática com os alunos, um ambiente externo a sala de aula.

A experiência vivida com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental

O interesse em criar um grupo no Facebook para 'falar' de matemática foi motivado pelas indagações que permaneceram após concluir a pesquisa de mestrado. Enquanto foi possível compreender aspectos do diálogo acerca de conteúdos matemáticos num determinado contexto, o do grupo "Eu Amo Matemática", outras dúvidas acerca do espaço comunicativo e do 'falar' de matemática foram surgindo.

Ao ingressar na educação básica, como professora efetiva de matemática, o que era dúvida foi tomando a forma de possibilidade visto que o Facebook era um ambiente muito utilizado pelos alunos para se comunicarem. Essa utilização era verificada, pois muitos alunos haviam me adicionado com 'amiga'.

Ao iniciar o ano letivo de 2015, percebi que havia um interesse dos alunos do 9º ano do ensino fundamental em realizar o vestibulinho no Centro Paula Souza de Pindamonhangaba/SP, cidade onde o trabalho foi desenvolvido. O Centro Paula Souza, é uma escola de ensino médio onde há a possibilidade de integração com o curso técnico, para que o aluno possa se matricular na unidade escolar é necessário que este realize o processo seletivo, um vestibulinho. Visto o interesse de alguns alunos em participar desse processo seletivo e também de outros, surgiu a ideia de criar o grupo no Facebook. Esse grupo seria utilizado como um espaço externo a sala de aula propiciando a interação professor-aluno e aluno-aluno bem como um espaço comunicativo onde o 'falar' de matemática estivesse presente, seja em forma de resolução de exercícios, desafios, curiosidades, entre outras possibilidades vinculadas a disciplina de Matemática.

Ao criar o grupo, pedi para que os alunos fossem adicionando os colegas da sala. Salientamos que o grupo é fechado, ou seja, só fazem parte dele os alunos do 9º ano A da escola. A descrição do grupo foi a seguinte: *Este grupo foi criado com a finalidade de compartilhamos materiais que nos forem interessantes de modo a propiciar um espaço externo de ensino e aprendizagem. Pretende-se, ainda, com esse grupo criar um espaço de discussão entre docente-discentes e discentes-discentes.*

A seguir trazemos o layout do grupo criado.

Figura 1: Layout do grupo.

As discussões no grupo iniciaram com alguns desafios de matemática. Percebeu-se uma ansiedade nos alunos em tentar responder ou de obter a resposta do desafio e as expressões por *emotions* (figurinhas que o Facebook disponibiliza) mostravam que alguns alunos estavam curiosos, pensativos e os que já haviam conseguido resolver o desafio estavam felizes, como revela a postagem de uma aluna ao ter resolvido o desafio "*Eeu conseguii kkkkk*". É importante informar ao leitor que trouxemos as transcrições exatamente como o aluno escreveu no grupo, não nos preocupamos em corrigir o português, pois foi o modo de expressão utilizado por ele. A escrita no ciberespaço muitas das vezes traz um modo de o corpo falar, o corpo se presentifica na escrita, seja pelos *emotions*/figuras utilizadas e/ou o modo como o sujeito escreve, utilização de caracteres, entre outras possibilidades.

As postagens visavam voltar a algum conteúdo matemático, resolver algum exercício que fazia parte do conteúdo discutido em aula, expor algumas curiosidades matemáticas, piadas matemáticas e até mesmo informações. Os alunos estavam livres para realizar postagens no grupo.

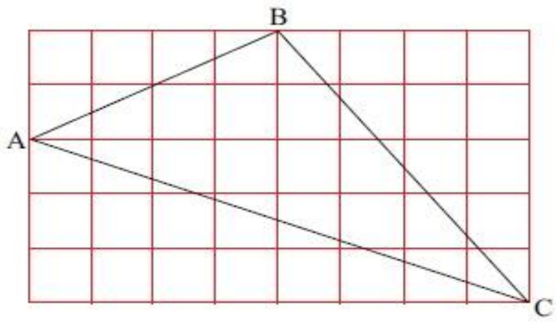
Para o texto trazemos a resolução de um exercício e relatamos os modos de comunicação utilizados pelos alunos para que pudéssemos resolver o exercício.

Como mencionado, alguns alunos demonstraram interesse em querer realizar o vestibulinho para ingresso no Ensino Médio que integra algum curso técnico. Dado o interesse fui buscar em provas de anos anteriores do vestibulinho do CTIG (Colégio Técnico Industrial de Guaratinguetá). Foi escolhida uma questão da prova do vestibulinho de 2013. Juntamente a imagem da questão, trouxe um link onde os alunos poderiam encontrar outras provas e informações sobre o vestibulinho e também sobre o CTIG.

A questão trazia um triângulo ABC que tinha sido desenhado em uma malha quadriculada (conforme mostra a figura 2), e pedia-se a área exata do triângulo ABC sabendo que cada quadradinho da malha tinha 1cm de lado.

Figura 2: O problema.

33. O triângulo ABC foi desenhado em uma malha quadriculada, conforme mostra a figura:



Se cada quadradinho da malha tem 1 cm de lado, então a área exata do triângulo ABC é, em centímetros quadrados, igual a

(A) 14.

(B) 16.

(C) 20.

(D) 26.

Fonte: Prova do vestibulinho 2013 (disponível em: http://www2.feg.unesp.br/#!/cotec).

A primeira resposta ao problema foi "*(B) 16?*" (aluno 1). Procurando compreender como o aluno havia chegado a resposta indagamos-lhe sobre seu modo de resolução e pedimos para que o mesmo a postasse. Como resposta o aluno disse "*Ta Certo!?kkk ,, Fui Contando e Juntando Os Quadrados Cortados*" (aluno 1). Podemos perceber pela fala do aluno a preocupação em, primeiro, saber se havia resolvido o exercício corretamente para depois expor a sua resolução. Procurando incentivar o aluno 1 a resolver o problema, explicamos que 'aí estava o problema', em contar e juntar os quadrados cortados, pois os cortes não eram proporcionais, ou seja, os 'quadradinhos' não estavam divididos exatamente na metade, o que induziria ao erro.

Enquanto tentava compreender a resolução do aluno 1, via comentários, outro aluno me chamou no chat do Facebook, indagando como se resolvia o mesmo problema.

Figura 3: Conversa no chat.

Reparem que o aluno fez download da figura e reenviou via chat para se fazer entender, perguntando: “*como q faiz isso*” (aluno 2).

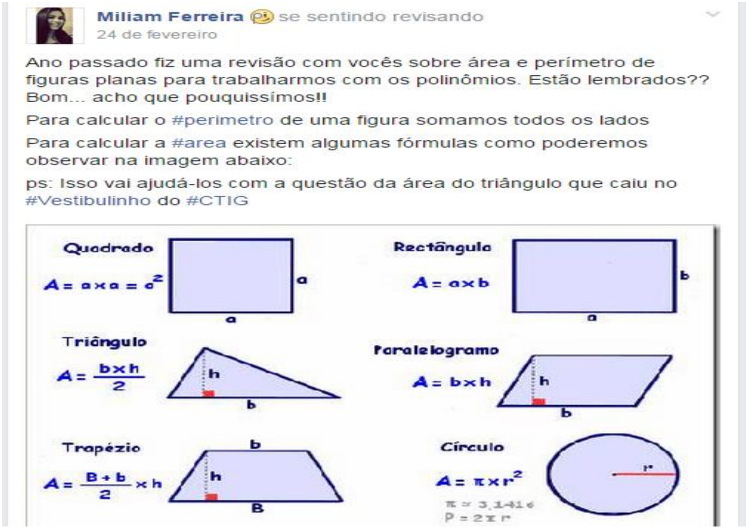
A conversa se dá por meio de duas possibilidades: via comentário à postagem e via chat.

Porém, na sequência, o próprio o aluno 2 continua sua fala dizendo: “Eu achu q cinsegui fazer mais não sei c ta certo” (aluno 2).

De modo a concentrar a discussão em um único ‘lugar’ (dentre as duas possibilidades mencionadas acima) pedimos para que o aluno 2 postasse sua resolução no grupo para que os colegas pudessem acompanhar a discussão e o indagamos acerca do problema. Quantos triângulos existem nessa figura? “4”, respondeu o aluno 2. Como dica, dissemos que havia dois modos de resolver o problema: um deles seria calcular a área total do retângulo e depois dos outros 3 triângulos, visto que tínhamos as medidas deles, e o outro modo seria pelo cálculo da hipotenusa dos dois triângulos superiores, encontrando, assim, a medida dos lados do triângulo ‘central’. Como os alunos não haviam estudado o conteúdo de Teorema de Pitágoras, a opção foi pelo primeiro modo.

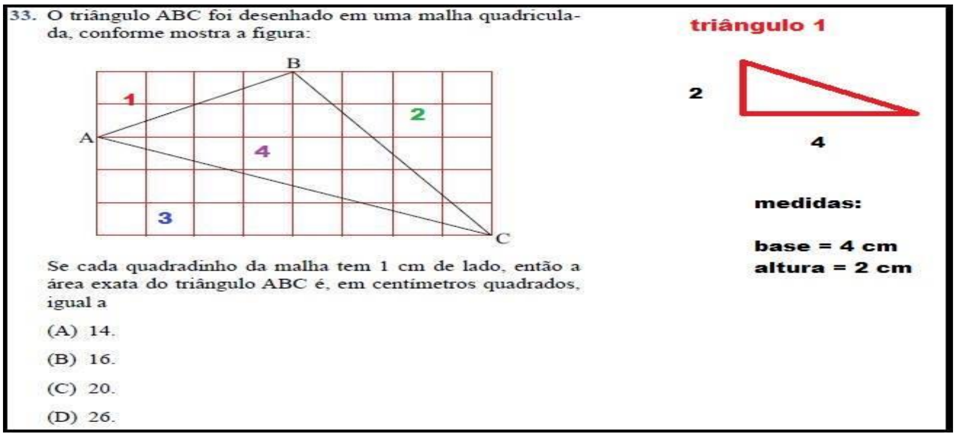
Assim que mencionamos a possibilidade do cálculo da área o aluno 2 argumenta no chat “O ruin e contar a área dps outros três triângulos” (aluno 2). Isso porque o aluno não se lembrava de como calcular a área. O incentivamos a buscar o modo pelo qual isso poderia ser feito. Porém, como estava usando o celular, o aluno 2 argumenta que já havia utilizado 100% da franquia dos dados móveis. Logo, decidimos resolver o problema e postar uma revisão, para não deixa-los sem solução.

Figura 4: Revisão – área e perímetro de figuras planas.



Mesmo depois de postar a revisão o aluno 2 tinha problemas em encontrar a medida dos lados "*Mais o problema eos quadrados q estão cortados eles confundem a gente*" (aluno 2). Para facilitar a visualização, utilizamos o seguinte esquema:

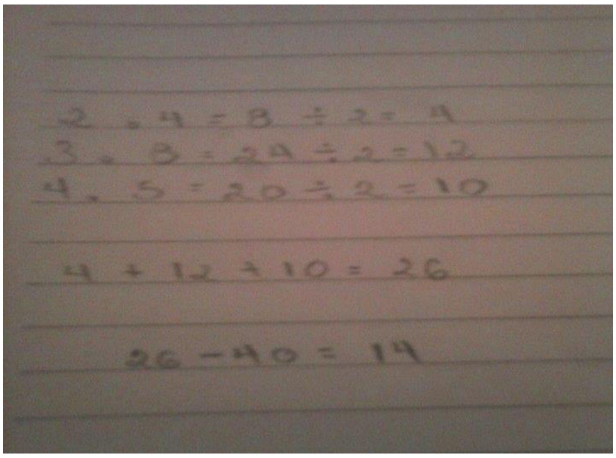
Figura 5: Divisão da figura em 4 triângulos.



Nota-se que o aluno 2 estava tentando encontrar a área do triângulo ABC utilizando a fórmula.

Como o aluno 1 tinha se ausentado do diálogo e o aluno 2 insistia em conversar pelo chat, prosseguimos a discussão por lá. No primeiro momento percebemos que para o cálculo das áreas do triângulo o aluno estava utilizando apenas a multiplicação entre base e altura, tal como realizado para encontrar a medida do retângulo 8x5. Após chamar a atenção do aluno 2 para esse equívoco, o mesmo prosseguiu a resolução e ao terminá-la disse “*Não sei c tah certo mais a área do triângulo 4 e 14?*” (aluno 2). Ou seja, pelo esquema o triângulo 4 refere-se ao triângulo ABC e o aluno queria saber se a área dele era 14. Pela ausência da resolução, pedimos para que o aluno postasse como ele havia chegado ao resultado.

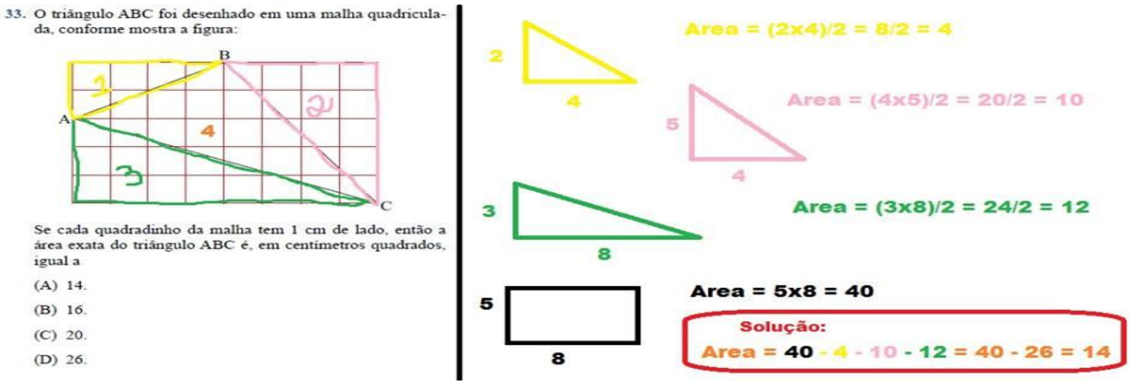
Figura 6: Resolução do problema pelo aluno 2.



Vemos pela resolução que o aluno calculou a área de cada um dos triângulos fazendo a altura multiplicada pela base e depois a divisão desse resultado por 2 e em seguida apresenta o resultado. Tendo feito isso o aluno soma as 3 áreas e encontra 26 como resultado. Posteriormente ele faz 26 – 40 = 14. Percebendo o erro pedimos ao aluno que refletisse sobre esse resultado final, pois na verdade teríamos -14 e por se tratar de área o resultado não poderia ser negativo e, ainda, como o 40 dizia da área do retângulo, na verdade era dele que o 26 deveria ser subtraído.

Terminamos a resolução do problema pedindo que o aluno postasse a sua resolução corrigida e ainda fizemos uma resolução passo a passo.

Figura 7: Resolução do problema.



Essa experiência vivida com os alunos no grupo do *facebook* nos leva a pensar no estar-com o outro no ciberespaço, que já havíamos discutido na dissertação de mestrado. A seguir trazemos um pouco dessa ideia para depois fazermos algumas considerações acerca do vivenciado.

O estar-com o outro no ciberespaço

Bicudo (2006) nos leva a compreender o sentido do *estar-com* no ciberespaço, afirmando que o "estar junto virtual" está ligado à concepção e respectiva postura heideggeriana que diz do *ser-com*. Esse *ser-com* significa *estar junto a*, ao existir no mundo; mundo no qual vivemos com o outro, com os objetos, com a cultura, com as relações sociais, enfim, mundo da experiência vivida.

A experiência vivida, tanto durante a pesquisa de mestrado quanto com os alunos do 9º ano, nos permite dizer que no ciberespaço a comunicação e interação entre os sujeitos se dão pelo fato desses sujeitos estarem em ambientes de interesses comuns. Ou seja, há uma intencionalidade em estar no ciberespaço.

Segundo Bicudo (2009, p. 149),

> No espaço cibernético, que compreendo como um dos aspectos do mundo-vida, a intencionalidade se expande abrangendo as redes de informação, materializadas pelo aparato da informática, enlaçando o outro, singular ou plural, na expressão de sua compreensão comunicada no ciberespaço. O que quero dizer é que a intencionalidade enlaça o outro.

Esse enlaçar o outro, percebido no ciberespçao, é propiciado pela linguagem e comunicação empática (BICUDO, 2009). Segundo Ales Bello (2006), os atos de empatia, ou ainda, entropatia, implicam em sentir a existência de *um outro* ser humano como eu, é uma apreensão de semelhança imediata. Ou seja, a percepção do outro como semelhante a mim. O "estar junto" ou *estar-com* no ciberespaço é visto por Bicudo (2009, p. 151),

> como uma extensão intencional da subjetividade do sujeito que, ao conectar-se à rede, tem o aparato da informática a sua disposição, potencializando essa intencionalidade e respectivos atos da consciência. Sendo intencionalidade, traz o outro, também presente nesse espaço de maneira intencional e que também tem seus atos de consciência potencializados. O outro aqui mencionado pode ser uma pessoa ou toda uma comunidade, em movimento de comunicação, sintonizadas ao que é dito (comunicado) mediante uma linguagem, portanto uma estrutura lingüística e respectivas formas de expressão. São intencionalidades se interligando e constituindo a dimensão da

> intersubjetividade, já trabalhada por Husserl, mas agora materializada pelo aparato da informática.

A autora ainda acrescenta que *estar-com o outro* no ciberespaço manifesta-se "como estar em sintonia com a presença daquele ou daqueles que se expõem mediante o aparato informacional, dizendo sobre suas compreensões e interpretações a respeito de suas experiências vividas no mundo-vida" (BICUDO, 2009, p. 154).

Considerações finais: Um olhar reflexivo para o efetuado

A pesquisa de mestrado que visava 'como o diálogo se dá e é possível no ciberespaço' nos permitiu compreender o fenômeno interrogado nos fazendo transcender para uma compreensão de diálogo, expressão, comunicação, ciberespaço e a própria comunicação no ciberespaço. A possibilidade de dialogar sobre conteúdos matemáticos em um grupo do Facebook, onde os sujeitos fazem parte por estarem intencionados a discutir Matemática, nos revela o ouvir o outro como solo para que o diálogo aconteça e três modos de expressão se revelam: a expressão pela linguagem matemática, a expressão pela fala e a expressão por imagem, sendo esta última um recurso utilizado quando nem a expressão pela linguagem matemática e nem a expressão pela fala, possíveis no ciberespaço (característica do ambiente), dão conta de o sujeito se fazer entendido. No entanto, mais do que responder a uma inquietação a pesquisa abre horizontes de possibilidades e nos leva a querer compreender o ciberespaço como um espaço comunicativo no ambiente escolar para o ensino e a aprendizagem matemática.

Ao ingressar na educação básica como professora de matemática vimos, junto com os alunos do 9º ano a possibilidade de criar um grupo no Facebook para discutir matemática. Embora para esse texto tenhamos trazido a resolução de apenas um problema, outras discussões possibilitaram um espaço para o diálogo acerca de conteúdos matemáticos diversos.

Entretanto, o problema trazido permite ilustrar parte da experiência vivida. Nela o ciberespaço mostra-se como um espaço comunicativo/expressivo para o ensino de matemática. Esse espaço comunicativo/expressivo, novamente, é possível pela intencionalidade dos alunos que se põem a dialogar, que se dispõe a 'falar' de matemática.

Percebe-se pela fala dos alunos que há uma insegurança em se expor. Muitas vezes eles recorrem ao chat (reservado) para expor seu pensamento e ter, da professora, uma avaliação positiva do feito, um 'está correto' que o autoriza a conversar com os colegas.

A relação empática que enlaça o outro ao se estar em diálogo no ciberespaço nos permite compreender o pensamento do aluno a partir de nosso próprio pensamento. Essa relação empática também aproxima o aluno do professor, abrindo-o para o diálogo.

Entendemos que o grupo possibilitou um *estar-com* que transcendeu o espaço físico da sala de aula e mostrou-se como potencialidade para o ensino e aprendizagem de matemática e, também, e talvez principalmente, para a construção de uma relação empática que os fez dispostos a fazer e falar de matemática.

Referências Bibliográficas

ALES BELLO, A. *Introdução à fenomenologia*. Bauru: EDUSC, 2006.

BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa Qualitativa Segundo a Visão Fenomenológica.* 1 ed. São Paulo: Cortês, 2011, 150p.

BICUDO, M. A. V.; ROSA, M. *Realidade e cibermundo: horizontes filosóficos e educacionais antevistos*. Canoas: Ed. ULBRA, 2010, 136p.

BICUDO, M. A. V. O estar-com o outro no ciberespaço. *ETD – Educação Temática Digital***,** *Campinas*, v.10, n.2, p.140-156, jun. 2009.

CASTELLS, M. *A sociedade em rede*. São Paulo: Paz e Terra, 2005.

FERREIRA, M. J. A. *A expressão no ciberespaço: um volta-se fenomenologicamente para o diálogo acerca de conteúdos matemáticos*. Rio Claro, 2014, 204f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2014.

MACHADO, N. J. Matemática e Língua Materna: Uma aproximação necessária. *R. Fac. Educ.*, São Paulo, 15 (2), jul./dez. 1989, p. 161-166.

MERLEAU-PONTY, M. *A prosa do mundo*. São Paulo: Cosac & Naify, 2002, 192p.

MERLEAU-PONTY, M. *Fenomenologia da Percepção*. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 1994.

O método de modelagem para o trabalho com os saberes matemáticos, nos primeiros anos do ensino fundamental

Joice Silva Marques Mundim
Universidade Federal de Uberlândia - UFU
joicemmundim@hotmail.com

Guilherme Saramago de Oliveira
Universidade Federal de Uberlândia - UFU
gsoliveira@ufu.br

Resumo

Este trabalho tem o objetivo de identificar, analisar a condição atual do ensino de Matemática e trazer a Modelagem Matemática, como uma alternativa metodológica, para os primeiros anos do Ensino Fundamental. Elegeu-se a Modelagem Matemática, como uma alternativa metodológica capaz de trazer novas contribuições para o ensino e, principalmente, construir uma aprendizagem baseada na realidade, na criticidade, na reflexão e no posicionamento ativo dos educandos. Para o desenvolvimento desse trabalho a metodologia utilizada foi a pesquisa experimental com o intuito de desenvolver uma atividade prática de Modelagem e a pesquisa documental para a análise dos PCN (1997), documentos curriculares, avaliações nacionais e regionais (SAEB, Prova Brasil e SIMAVE – PROEB). A partir desse estudo, identificou-se as condições atuais do ensino de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, destacou-se as possibilidades da Modelagem Matemática, além de apresentar reflexões sobre o ensino.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Método de ensino; Ensino-aprendizagem.

Introdução

Esse trabalho constitui parte da dissertação de mestrado intitulada "Modelagem Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental". A pesquisa buscou estudar, analisar e trazer a Modelagem Matemática, como uma alternativa metodológica, para os primeiros anos do Ensino Fundamental, a fim de encontrar novas possibilidades para o ensino e aprendizagem dos saberes matemáticos.

A presença da Matemática, nos currículos, nos contextos escolares e no cotidiano dos indivíduos, interpreta os aspectos significativos do desenvolvimento dessa área do conhecimento. Muitos autores, dentre eles, Alro e Skovsmose (2010), D' Ambrósio (2002) e Miguel e Vilela (2008), identificam a relevância do trabalho com a

Matemática, porém há necessidade de respeitar e cumprir a ênfase em buscar a criticidade, a realidade e a contextualização dos saberes matemáticos.

Nesse sentido, identifica-se a Modelagem Matemática, como uma alternativa metodológica competente para trazer novas contribuições para o ensino e, principalmente, construir uma aprendizagem baseada na realidade, na criticidade, na reflexão e no posicionamento ativo dos educandos.

Esse trabalho baseou-se na resolução das seguintes questões: Quais as características e resultados educacionais do ensino-aprendizagem dos conteúdos matemáticos? Quais são as contribuições e possibilidades que a Modelagem Matemática oferece para o trabalho dos saberes matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental?

Para isso, os objetivos traçados são: analisar e discutir sobre o ensino-aprendizagem dos saberes matemáticos nos primeiros anos do ensino fundamental, propor a metodologia da Modelagem Matemática, como uma alternativa de ensino e apresentar a relevância desta no ensino e na sociedade.

Para responder as questões problemas propostas e alcançar os objetivos desse trabalho, utilizou a metodologia de pesquisa documental, para realizar a análise e interpretação dos PCN (1997), dos documentos curriculares, dos resultados das avaliações nacionais e regionais (SAEB, Prova Brasil e SIMAVE – PROEB) e a pesquisa experimental para desenvolver uma atividade prática de Modelagem.

Segundo Lankshear e Knobel (2008), a pesquisa documental se amplia em três propósitos: construir interpretações para identificar ou elaborar significados, desenvolver uma postura característica sobre uma questão educacional e utilizar textos para encontrar aspectos sobre o mundo. A pesquisa documental pode utilizar para análise documentos em geral, relatórios, obras, componentes curriculares, projetos, entre outros.

Segundo Gil (2008), a metodologia experimental determina um objeto de estudo, seleciona as variáveis que podem influenciá-lo, determina as formas de controle e de observação das implicações que a variável produz no objeto.

A pesquisa experimental permite trabalhar com variáveis que interferem diretamente na realidade, a fim de manipular a variável independente e observar o que acontece com a variável dependente. A manipulação das variáveis geram hipóteses, discussões, reflexões e envolve a realidade dos participantes da atividade ou pesquisa.

Assim, construiu-se algumas reflexões sobre o ensino-aprendizagem dos saberes matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental e a situação dos níveis de aprendizagem. Diante desse contexto, apresenta-se a Modelagem Matemática, como uma alternativa metodológica, para trabalhar o processo de ensino.

Índices de aprendizagem dos alunos nas avaliações de Matemática nos Primeiros Anos do Ensino Fundamental

Estudos de autores, como, Silva e Valente (2013); Oliveira e Baraúna (2012); e Miguel e Vilela (2008), apontam para o significado dos métodos de ensino e a influência destes no ensino e na aprendizagem dos educandos.

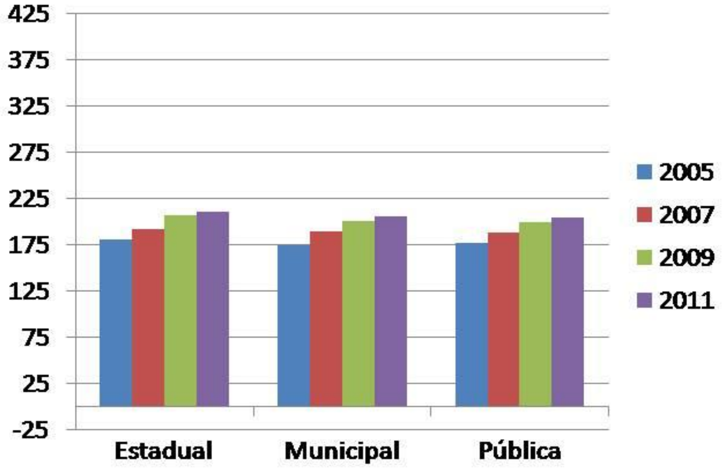
Diante dessas pesquisas a análise dos resultados das avaliações SAEB, Prova Brasil e SIMAVE demonstram as descrições e os apontamentos dos pesquisadores. Para isso, foram analisados os últimos quatro exames do SAEB, Prova Brasil (2005, 2007, 2009, 2011) e os últimos cinco exames do SIMAVE (2008, 2009, 2010, 2011, 2012) com o intuito de identificar a variação e o índice desses resultados.

O SAEB - Sistema de Avaliação da Educação Básica, implantado em 1990, coordenado pelo INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais, contando com o apoio das Secretarias Estaduais e Municipais de Educação, é um sistema de levantamento de dados, que é realizado de dois em dois anos em caráter nacional e engloba as disciplinas de Língua Portuguesa, Matemática e Ciências.

A Prova Brasil também é uma avaliação para diagnóstico e, assim como o SAEB, é desenvolvida pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais - INEP, com o fim de avaliar a situação atual do ensino brasileiro em relação à disciplina de Matemática.

Os resultados dessas avaliações revelam os índices apresentados pelos alunos, na disciplina de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental. De acordo com as tabelas dos resultados do SAEB e da Prova Brasil dos anos de 2005, 2007, 2009 e 2011, divulgadas pelo INEP, os resultados em relação à Matemática não evoluíram, e ainda demonstram os baixos desempenhos dos alunos. Apesar de uma variação mínima entre uma avaliação e outra, identifica-se os baixos resultados em relação à escala de avaliação destes programas, utilizada pelo INEP, sendo de 0 a 425 pontos, podendo ser analisado no gráfico 1.

Gráfico1 – Resultados SAEB e Prova Brasil de 2005, 2007, 2009 e 2011 da disciplina de Matemática dos primeiros anos do Ensino Fundamental – Rede Estadual, Municipal e Pública do Brasil.



Fonte: Autoria própria

O gráfico 1 apresenta os resultados da rede Estadual, Municipal e Pública das provas nacionais SAEB e Prova Brasil. Analisando os dados gerais dos últimos cinco anos dessas avaliações, constata-se que o aumento dos índices de um ano para o outro é mínimo, expressando as dificuldades dos alunos com os conteúdos matemáticos.

Os resultados do ensino dos saberes matemáticos dos primeiros anos do Ensino Fundamental encontram-se em níveis muito baixos de desempenho, os quais não conseguem alcançar nem 50% da escala estabelecida pelo INEP nessas avaliações nacionais. No ano de 2005, os resultados chegaram a 42% gerando muitas preocupações a respeito da aprendizagem dos alunos. No ano de 2007 os níveis de desempenho chegaram a 44%, demonstrando que a melhoria foi ínfima. Em 2009 os alunos alcançaram 47% nos resultados. Já no ano 2011, o índice foi de 48%.

Os resultados das avaliações foram baixos, a ponto de não subirem nem 4% de um ano para o outro. Essa situação nos leva a analisar que os problemas, quanto à formação docente, a continuação da formação e a escolha das práticas pedagógicas na atuação, afetam integralmente o ensino e o desempenho dos alunos quanto à aprendizagem dos saberes matemáticos.

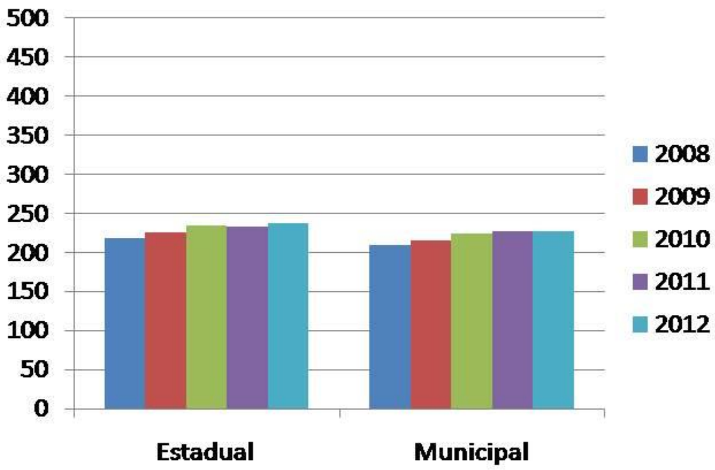
O SIMAVE (Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública), foi implantado em 2000, é um sistema de avaliação que busca, também, avaliar a situação do ensino em caráter regional, em específico o Estado de Minas Gerais, sendo coordenado pela Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais, contando com a parceria do Instituto Avaliar para o desenvolvimento do PAAE (o Programa de Avaliação de Aprendizagem Escolar).

Esse sistema se aplica em duas modalidades, sendo: a primeira, uma avaliação interna da escola - PAAE; e a segunda se estende à avaliação externa do sistema de ensino (Programa de Avaliação da Alfabetização - PROALFA e o Programa de Avaliação da Rede Pública de Educação Básica - PROEB).

Os resultados do SIMAVE - PROEB, com relação à disciplina de Matemática, referentes aos últimos cinco exames 2008, 2009, 2010, 2011 e 2012, revelam que os índices de desempenho dos alunos estão baixos, tanto nas redes Municipais, como nas Estaduais.

A aprendizagem dos conteúdos matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental, nessa avaliação regional, também identificou as dificuldades e o baixo rendimento dos alunos. Os resultados demonstrados no Quadro 2 expressam que os resultados de um ano para o outro praticamente estagnaram, não chegando a 50%, de acordo com a escala de avaliação do PROEB, para a disciplina de Matemática, que varia de 0 a 500 pontos.

Gráfico 2: Resultados SIMAVE - PROEB dos anos 2009, 2010, 2011 e 2012 da disciplina de Matemática dos primeiros anos do Ensino Fundamental – Redes Estaduais e Municipais do Estado de Minas Gerais.



Fonte: Autoria própria

Os resultados do SIMAVE – PROEB apresentados no gráfico 2 mostram os baixos índices de aprendizagem dos alunos em relação à disciplina de Matemática, constatados nos últimos cinco anos. De 2008 a 2012 os resultados praticamente continuam os mesmos, sendo assim, as dificuldades na aprendizagem dos conteúdos matemáticos permanecem.

De acordo com a escala estabelecida pelo PROEB, os resultados alcançados nessa avaliação regional não chegam a 50%, incidindo os baixos rendimentos dos alunos e despertando, mais uma vez, a preocupação em relação a essa situação do ensino dos conteúdos matemáticos, constatada, também, nessa avaliação.

Analisando esses resultados, verifica-se que do ano de 2008 a 2012 estes não subiram nem 2% a cada ano, no aumento do desempenho dos alunos no ensino. Essa realidade, mais uma vez, vem sendo motivo de preocupações e busca de soluções. No ano de 2008, alcançou-se 42,5%. No ano de 2009, o índice gerado foi de 44%. Em 2010, os resultados chegaram a 45%. Já em 2011, encontra-se em 46%. E em 2012, os resultados foram de 46,5%.

A partir dos baixos índices nos rendimentos de aprendizagem dos conteúdos de matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, constatados nas avaliações SAEB; Prova Brasil e SIMAVE – PROEB, reflete-se que os problemas estão no ensino, nas contradições entre as exigências e nos documentos curriculares, na formação docente e na escolha das práticas pedagógicas.

Diante desse contexto, precisamos de outras práticas pedagógicas que tentem mudar o ensino dos conteúdos matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental, almejando que os resultados de baixo desempenho mudem para melhor e, principalmente, que os alunos aprendam o verdadeiro sentido da Matemática. Para isso, apresenta-se em seguida, explicações e considerações sobre a metodologia Modelagem Matemática.

Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática ocupa um lugar de grande interesse, tanto no cenário internacional, quanto no cenário nacional, sendo alvo de muitas reflexões para o ensino da Matemática, com ênfase nos primeiros anos do Ensino Fundamental. A Modelagem pode ser vista desde as situações mais simples, iniciadas nos primeiros anos do Ensino Fundamental, até às mais complexas, nos anos escolares seguintes, nos quais é responsável por várias situações significativas no aprendizado.

O surgimento da Modelagem Matemática para o campo educacional marcou transformações e evoluções, no que se refere ao ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, desenvolvendo propósitos, como evidencia a autora, para auxiliar na compreensão dos saberes e implicações da realidade.

Bean (2001, p. 53) define Modelagem como “[...] um processo no qual as características pertinentes de um objeto ou sistema são extraídas, com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadoras, e representadas em termos matemáticos (o modelo)". E ainda afirma que, "As hipóteses e aproximações significam que o modelo criado por esse processo é sempre aberto à crítica e ao aperfeiçoamento".

O processo de Modelagem Matemática é um relevante instrumento para ser utilizado no desenvolvimento de todas as ciências, relacionando a Matemática com outras áreas do conhecimento humano. Essa tendência no ensino, que veio se inserindo principalmente no campo da Educação Matemática, contribuiu para o surgimento do modelo matemático que é usado também em outras áreas da Matemática, tornando-o significativo para essa ciência. O uso de modelos apoiados por alguma teoria matemática como: explicações novas sobre a situação-problema, previsões e interpretações, estratégias, com situações diferentes, podem admitir um mesmo modelo.

D'Ambrosio (2002, p. 13) enfatiza que "[...] a Modelagem Matemática é Matemática por excelência." As ideias centrais da Educação Matemática são melhores desenvolvidas na prática e no entendimento de fatos observados na realidade. A Modelagem Matemática assume representações da realidade, podendo ser conhecida como a própria Matemática, nas palavras de D' Ambrosio (2002), enfatizando as situações-problema que serão destrinchadas para as tentativas de solução.

A Modelagem abrange um processo que une os acontecimentos reais e a Matemática, significando a realidade para a Matemática e vice-versa, e assim, estabelece relações com diversas linguagens, sendo o modelo responsável por essa conexão, gerando os resultados da atividade de Modelagem Matemática.

A construção do modelo é fundamental para a resolução da situação-problema escolhida, o qual representará as etapas de explicação e configuração, até chegar aos resultados, mesmo que este tenha que ser refeito mais de uma vez para se chegar à etapa final.

Um modelo pode ser entendido, segundo Biembengut e Hein (2013, p. 12), enquanto "Um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real". Bassanezi (2009, p. 19) apresenta que, "O modelo matemático é um sistema artificial que formaliza argumentos ou parâmetros de uma determinada porção da realidade".

A ação ativa que o modelo estabelece no processo de Modelagem influencia, tanto no desenvolvimento desse procedimento, quanto no ensino e aprendizagem. Para Bassanezi (2009, p. 25) "A obtenção do modelo matemático pressupõe, por assim dizer, a existência de um dicionário que interpreta, sem ambiguidades, os símbolos e operações de uma teoria matemática em termos da linguagem utilizada na descrição do problema estudado, e vice-versa".

O modelo é uma das principais ferramentas na construção de uma atividade de Modelagem Matemática, o qual é responsável pelas etapas significativas que compõem esse processo.

Diante da relevância da Modelagem Matemática e do significado que o modelo estabelece para o desenvolvimento do problema nas atividades de aprendizagem, este método traz características positivas para o ensino-aprendizagem dos saberes matemáticos, nos primeiros anos do Ensino Fundamental, tratado a seguir.

Festa de aniversário - uma atividade prática

A presença da realidade, que destaca a Modelagem Matemática, proporciona aos envolvidos solucionar situações-problema que fazem parte de seus contextos, além de facilitar a compreensão dos conteúdos matemáticos e de outras áreas do conhecimento.

O desenvolvimento dessa atividade e a escolha do recurso metodológico, a Modelagem Matemática, foram causas das reflexões realizadas sobre a situação do ensino-aprendizagem dos saberes matemáticos, nos primeiros anos do Ensino Fundamental, além do objetivo de elucidar outras possibilidades contextualizadas de se trabalhar a Matemática.

Essa atividade prática foi desenvolvida pela pesquisadora e alunos de duas turmas, sendo uma turma do quarto ano e outra turma do quinto ano do Ensino Fundamental, de uma escola estadual do município de Monte Carmelo – MG; essas turmas estabeleciam contato, pois alguns alunos da turma regular formavam outra turma de ensino especial no turno vespertino.

Para fundamentação dessa atividade, baseia-se em Bassanezi (2009); Bean (2001), Burak (2004), D'Ambrosio (2002) e Almeida e Dias (2004). Foi desenvolvida num total de 14 horas/aula, sendo realizadas 7 horas/aula por semana.

A atividade em questão originou de uma discussão sobre o calendário, que estava sendo realizada no início da aula. Refletindo sobre o dia, mês e ano alguns alunos comentaram a data do aniversário, em especial um deles faria aniversário nesse mês que acontecia a discussão. Essa problematização conquistou o ponto inicial para formarmos a situação-problema.

Em seguida, construiu-se um ciclo de reflexões sobre o que seria proposto para estudar. Em meio a discussões e troca de ideias, escolhemos pesquisar sobre como fazer uma festa de aniversário e identificar quantos aniversariantes temos ao ano. As questões problemas traçadas foram: O que é preciso para montar uma festa de aniversário? Qual o valor de uma festa de aniversário?

Após a escolha do tema, passamos para a segunda etapa (criação do modelo matemático). Chegamos à conclusão que para construir um modelo matemático, primeiro precisaríamos construir uma lista de quantos aniversariantes temos por mês e outra lista de tudo que seria necessário.

Com as discussões sobre as datas de aniversário e as problematizações em pensar a quantidade de aniversariantes, a quantidade de convidados o planejamento e a efetivação de uma festa, analisamos o calendário e construímos o seguinte quadro:

Quadro 1: Lista de aniversariantes por mês

Mês	Quantidade de aniversariantes / mês
Janeiro	1
Fevereiro	0
Março	3
Abril	2
Maio	5
Junho	2
Julho	0
Agosto	3
Setembro	4
Outubro	1
Novembro	5
Dezembro	2

Fonte: Professora e alunos

Em seguida, construímos a outra lista de tudo que seria necessário para realizar uma festa de aniversário. Para isso, pensou-se na quantidade de convidados, nas possíveis preferências de cada um e na compra de quantidades mínimas ou máximas dos produtos. Feito uma discussão, concordamos que participariam da festa aproximadamente 35 (trinta e cinco) convidados. Além disso, pesquisamos, via telefone, as quantidades mínimas e máximas de venda dos produtos. E, a partir desses aspectos, selecionamos os itens da lista.

Quadro2: Lista para festa de aniversário

Itens necessários	Quantidade / unidade
Bolo	1
Salgados	280
Pão de queijo	140
Biscoitinhos	140
Cocadinha	112
Brigadeiro	196
Docinhos leite ninho	196
Balinhas	196
Refrigerante	14 (2 L cada um)
Pratinhos	30
Talheres	30
Guardanapos	2 (pacotes, com 100 cada um)

Fonte: Professora e alunos

Com a construção das duas listas, observamos que seria necessário dividir a sala em grupos para pesquisar os valores e as unidades de medidas de cada item, expostas no Quadro 2. Assim, os educandos formaram quatro grupos de sete alunos, em que cada grupo ficou responsável para pesquisar três itens. Com a ajuda dos pais e da professora pesquisaram os respectivos preços procurando os valores mais baixos. A pesquisa dos preços dos produtos, além de lidar com valores monetários, possibilitou a conscientização que é preciso pesquisar os preços mais baixos, que a economia, mesmo que em pequena quantidade, é importante para todos.

Após essa etapa, construímos outro Quadro com os valores pesquisados dos produtos.

Quadro 3: Lista dos itens e seus respectivos valores

Itens necessários	Valores	Valor Total
Bolo	R$ 120,00	R$ 120,00
Salgados	R$ 35,00 (cento)	R$ 98,00
Pão de queijo	R$ 14,99 (o Kg e cada Kg tem 25 unidades)	R$ 83,95

Biscoitinhos	R$ 5,99 (o Kg e cada Kg tem 30 unidade)	R$ 27,95
Cocadinha	R$ 1,00 (unidade)	R$ 112,00
Brigadeiro	R$ 11,55 (lata – 1 Kg – rende 100 porções)	R$ 23,10
Docinhos leite ninho	R$ 15,99 (1 receita com 60 unidades)	R$ 52,25
Balinhas	R$ 0,10 (unidade)	R$ 19,60
Refrigerante	R$ 2,99 (garrafa de 2 L)	R$ 41,86
Pratinhos	R$7,99 (30 unidades)	R$ 7,99
Talheres	R$ 5,99 (30 unidades)	R$ 5,99
Guardanapos	R$ 4,99 (pacote com 100 unidades)	R$ 9,98

Fonte: Professora e alunos

Assim, que foram definidos os preços, depois da pesquisa e da comparação, os alunos comentaram sobre os valores: “Que legal, estou aprendendo a organizar uma festa de aniversário!” (Aluno 3); “O melhor é aprender a calcular todos esses valores.” (Aluno 10); “Eu gostei de ir ao supermercado pesquisar os preços.” (Aluno 7); “Como descobriremos o valor total da festa?” (Aluno 12); “Professora, se somarmos todos esses valores chegaremos ao valor total?” (Aluno 15). A partir dessa discussão, conseguimos refletir sobre vários aspectos, principalmente de como finalizaríamos a situação-problema.

Diante dos resultados e da execução das etapas, dialogamos como poderia ser construído o modelo. Alguns alunos já haviam lançado ideias de como poderia ser feito, com isso seguimos o método de somar todos os valores para obter o resultado final. A partir de tentativas chegamos à fórmula final - modelo matemático, como pode ser visto na figura 1. O valor total é igual à soma dos valores de todos os itens, expostos no Quadro 3.

Figura 01: Modelo Matemático

$$V.t.= Bo + S + Pq + Bi + C + Br + D + Ba + R + Pr + Ta + G$$

Fonte: Professora e alunos

Finalizando esse momento, passamos para o alcance da solução matemática do modelo, assim, nos reunimos para resolver a fórmula que constitui o modelo matemático, a fim de chegar ao resultado. Com a ajuda de todos chegamos à conclusão de que no total gastaríamos R$602,67 para realizar uma festa de aniversário.

Foi feita a conferência e interpretação dos valores, elegendo cada conteúdo que foi utilizado para a resolução dessa situação-problema. Assim, trabalhamos com diversos sistemas de medidas, quantidade, comparação, operações fundamentais da Matemática, valor monetário, importância das datas, contextualização do nascimento, alimentos e até organização de dados.

Ao final, tivemos depoimentos sobre a realidade dos alunos, o que eles achavam de festas de aniversário, a consciência sobre os valores gastos, a possibilidade de economizar ou eliminar itens para ficar mais barato e a importância da escolha dos alimentos.

Resultados

Ao longo do estudo dessa temática e suas interfaces pode-se refletir que o processo de ensino ainda leva fortes características tradicionais, influenciando na aprendizagem e nos rumos educacionais. A busca pela criticidade, pela participação ativa e pelo interesse do aluno, por um ensino matemático inovador é esperada por todos, mas praticada por poucos.

Entende-se que a relação entre o conhecimento cultural, histórico, social, econômico e educacional permite ao aluno expressar sua identidade, além de trabalhar e aprender vários tipos de linguagens, para atuar enquanto educando e indivíduo social. O envolvimento desses aspectos nos permite analisar a relevância da Modelagem Matemática, em unir essas características em uma teoria que pode ser desenvolvida a partir de uma situação-problema da realidade.

A realidade, a participação efetiva do aluno, a utilização de diversas linguagens, o envolvimento contextualizado da Matemática e de outras áreas do conhecimento e a possibilidade de mudança, são primordiais para o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Um ensino que contemple objetivos culturais e educacionais que vise, tanto a formação escolar, como a formação social do aluno.

A partir do estudo e da análise sobre a Modelagem Matemática, realizada nessa pesquisa, constata-se que esta prática pedagógica torna-se instigante e inspiradora em propor o conhecimento de uma situação real e depois sua matematização. Contudo não impõe limites, mas uma metodologia acompanhada de possibilidades de explicações, alternativas de resolução e entendimento nos aspectos curriculares e culturais. Também, ao demonstrar a concretização entre teoria e prática, a Modelagem Matemática, estabelece vínculos com ideias inovadoras, propostas, inclusive, pelos PCN (1997) e autores dessa área.

Com a análise e a constatação dos baixos índices de aprendizagem em Matemática, vistos nas avaliações nacionais e regionais, inclusive verificações de intensas dificuldades de aprendizagem dos alunos dos primeiros anos do Ensino Fundamental, a partir de minha prática profissional, defendemos a Modelagem Matemática, enquanto uma alternativa metodológica coerente, diante da pesquisa realizada para esta temática.

A Modelagem Matemática engloba abordagens que afastam reproduções, técnicas e regras descontextualizadas, abrindo espaço para "verdadeiras" construções matemáticas, que podem ser utilizadas em contextos cotidianos e escolares.

Assim, o desenvolvimento dessa pesquisa, além de promover esclarecimentos pessoais, influenciou na atuação docente, nos convencendo da importância de transformações e práticas pedagógicas reflexivas para o ensino, reafirmando cada vez mais a ideia de que ensinar, aprender e formar, implicam em mudar-se constantemente. Para tanto, a flexibilidade, a realidade, a criticidade, dentre outros aspectos, precisam estar presentes na construção do conhecimento e a Modelagem Matemática vem para selar e possibilitar o envolvimento desses aspectos no ensino dos conteúdos matemáticos para os primeiros anos do Ensino Fundamental.

Considerações Finais

A Modelagem Matemática vem se tornando uma alternativa metodológica pertinente no âmbito científico e educacional. Esta traz características que abrange da realidade ao aprendizado dos conteúdos matemáticos.

As possibilidades de construção e desenvolvimento de projetos, a criação de situações nas aulas de Matemática, o envolvimento de outras áreas do conhecimento, os planejamentos no espaço escolar e não escolar, são as possíveis contribuições didáticas que a Modelagem Matemática oferece para o desenvolvimento da prática pedagógica nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

A flexibilidade didática oferecida pela Modelagem possibilita aos envolvidos a liberdade de modelar o processo que será estudado, podendo envolver pesquisas, problematizações e planejamentos que interliguem mais de um conteúdo matemático em uma mesma situação-problema.

As contribuições metodológicas que a Modelagem Matemática oferece aos professores no desenvolvimento da prática pedagógica nos primeiros anos do Ensino Fundamental são as maneiras de trabalhar os saberes matemáticos com desenvolturas diversificadas, as possibilidades de previsões, as escolhas das situações de aprendizagem, o envolvimento de contextos reais, a utilização de diversos instrumentos práticos, a pesquisa de campo, a construção do modelo matemático, a utilização da linguagem natural e matemática, as variadas formas de explicações, sendo cabíveis mudanças de estratégias.

Além disso, a fundamentação teórica e prática que a Modelagem proporciona no trabalho dos conteúdos matemáticos conduz um ensino que acarreta a construção de conhecimentos de forma natural e gradual, em que o aluno progride a cada situação de aprendizagem, fortalecendo o desenvolvimento de habilidades/competências, além de recriar e transformar conhecimentos.

A superação das práticas pedagógicas tradicionais utilizadas pelos professores, da mera reprodução de técnicas e regras por parte dos alunos, podem ser superadas introduzindo um processo de ensino e aprendizagem pautado na realidade e em situações-problema diversificadas na sala de aula, a partir da Modelagem Matemática, com o desenvolvimento de um processo que passará por etapas até se chegar à conclusão e ao aperfeiçoamento da situação de aprendizagem e dos conteúdos matemáticos envolvidos.

Os estudos realizados nessa pesquisa permitiram identificar os índices do ensino de Matemática, analisar, descrever e refletir sobre a Modelagem Matemática, além de promover o entendimento das contribuições teóricas e práticas propostas por essa alternativa metodológica. Com isso, foi possível refletir que os baixos índices, no ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, ainda estão presentes no sistema escolar, contudo, a Modelagem é capaz de trazer aspectos positivos e pertinentes para mudar os rumos da Educação.

Referências Bibliográficas

ALMEIDA, L. M. W; DIAS, M. R. *Um estudo sobre a modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem.* Bolema**.** Rio Claro, n. 22, 2004. p.19-36.

ALRO, H.; SKOVSMOSE**,** O. *Diálogo e aprendizagem em educação matemática.* Tradução de Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BARAÚNA, S. M.; OLIVEIRA, G. S. Reflexões sobre a prática pedagógica no ensino médio. In: PUENTES, R. V.; AQUINO, O. F.; LONGAREZI, A. M. (Orgs.) *Ensino Médio processos, sujeitos e docência.* Uberlândia: EDUFU, 2012. p. 267-289.

BASSANEZZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.* São Paulo: Contexto, 2009.

BEAN, D. O que é modelagem matemática? In: *Educação Matemática em Revista*, São Paulo, v.8, n.9/10, p.49-57, 2001.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem matemática no ensino***.** São Paulo: Contexto, 2013.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais.* Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BURAK, D. Modelagem Matemática e a Sala de Aula. In: I EPEM-Encontro Paranaense da Modelagem Na Educação Matemática. 1. 2004, Londrina. *Anais do I* EPMEM. Londrina, 2004.

D'AMBROSIO, U. *Educação Matemática da teoria à prática.* Campinas, SP: Papirus, 2002.

GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa.* São Paulo, Editora: Atlas, 2008.

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. *Pesquisa pedagógica:* do projeto à implementação. Porto Alegre, Editora: Artmed, 2008.

MIGUEL, A.; VILELA, D. S. *Práticas escolares de mobilização de cultura matemática.* Cad. Cedes, Campinas, v. 28, n. 74, p. 97-120, 2008.

SILVA, M. C. L.; VALENTE, W. R. Uma breve história do ensinar e aprender matemática nos anos iniciais: uma contribuição para a formação de professores.In: *Educação Matemática em Pesquisa*, São Paulo, v.15, Número Especial, p.857-871, 2013.

O ensino das operações fundamentais: aporte de atividades ludicas

Janaina de Carvalho Silva Magalhães
janacsmagalhaes@hotmail.com

Edda Curi
edda.curi@gmail.com.br
Universidade Cruzeiro do Sul-Unicsul

Resumo

O presente relato aborda as experiências vivenciadas através do Projeto de Intervenção Pedagógica que retrata ser possível a realização de atividades de investigação do processo de ensino e aprendizagem da matemática. Como já sabemos a matemática é parte importante de nossa vida, ela está presente em todos os lugares e em todas as situações do nosso cotidiano. O objetivo dessa intervenção é de contribuir para melhor aprendizagem dos educandos, devido este conteúdo ser trabalhado de forma muito abstrata e constituir uma base na formação de todo individuo. Sendo que muitos chegam ao ensino médio ou ate o superior com dificuldades em interpretar e resolver operações matemática. Diante disso o jogo e as atividades lúdicas precisam ter um destaque especial nas aulas de matemática, uma vez que promovem a competição sadia e a socialização, além de recuperarem procedimentos de raciocínio que sempre estiveram associados ao saber matemático, com o prazer de resolver e propor desafios. A atividade de intervenção foi desenvolvida em uma Escola Municipal de Guanambi-Bahia com alunos dos 5º e 6º anos, a partir do momento em que percebermos que grande parte dos alunos encontrava dificuldades em resolver operações com Números Naturais e, cientes das potencialidades do uso de jogos em sala de aula, propomos a realização de uma oficina, através da confecção de jogos envolvendo as quatro operações fundamentais.

Palavras-chave: Ensino de matemática. Atividades Lúdicas. Dificuldades de Aprendizagem.

Introdução

É sabido por todos que desde o início da vida escolar, muitos alunos apresentam temor em relação à Matemática, tal situação acaba por influenciá-los negativamente, tornando a aprendizagem desta disciplina um processo cercado de complicações, porém, o fator determinante das dificuldades apresentadas pelos alunos com relação à Matemática pode ser a ausência de uma relação mais próxima entre a disciplina e o dia-a-dia.ConformeSadovsky:

> Desafiar um aluno significa propor situações que ele considere complexas, mas não impossíveis. Trata-se de gerar nele certa tensão, que o anime a ousar, que o convide a pensar, a explorar, a usar conhecimentos adquiridos e a testar sua capacidade para a tarefa que tem em mãos. Trata-se, ainda, de motivá-lo a interagir com seus colegas, a fazer perguntas que lhe permita avançar... ao lançar o desafio, sem dúvida, acreditar no potencial dos alunos, mas essa crença não pode ser inventada. Tem de estar respaldada em conhecimentos que possibilitem refletir sobre qual será o ponto de partida para a atuação. (SADOVSKY, 2007, p.14)

Partindo desse pressuposto faz se necessário rever a forma como as operações fundamentais são trabalhadas, buscando assim novas formas deinovar o ensino da matemática por meio de atividades práticas como: jogos, brincadeiras, desafios e situações-problema que despertem o interesse e o raciocínio lógico para uma matemática divertida e principalmente uma aprendizagem segura e consciente.

Historicamente, a preocupação fundamental no trabalho pedagógico em Matemática no Ensino Fundamental tem se constituído em disponibilizar aos alunos o acesso aos instrumentos de cálculo elementar, isto é, as quatro operações fundamentais. Sabe-se que tradicionalmente esses conteúdos são tratados como compartimentos desligados de situações-problema, onde apenas a elaboração mental e o domínio de técnicas operatórias pautadas por memorização.

Consideramosser o lúdico um recurso pedagógico de grande importância para estimular o desenvolvimento integral do aluno, o qual pode ser utilizado com a finalidade de trabalhar conteúdos curriculares, no entanto pouco utilizado nas aulas de matemática.Apresentamos por meio desse projeto de intervenção, informações relevantes que dão suporte na aplicação da ludicidade na prática pedagógica, a fim de mostrar aos educadores a necessidade e a importância de utilizá-la como instrumento de trabalho para atingir objetivos preestabelecidos, e assim, oportunizar aos alunos condições de ampliar sua oportunidade de ação no processo de ensino e aprendizagem.

O jogo matemático que têm seus valores educacionais intrínsecos assim acredita-se que a utilização deste recurso em sala de aula é uma excelente alternativa para desenvolver a capacidade dos alunos de atuarem como sujeito na construção de seus conhecimentos. Diante disso o jogo e as atividades lúdicas precisam ter um destaque especial nas aulas de matemática, uma vez que promovem a competição sadia e a socialização, além de recuperarem procedimentos do raciocínio que sempre estiveram associados ao saber matemático, com o prazer de resolver e propor desafios.

Segundo (BORIN, 1996, p.9) “Outro motivo para a introdução de jogos nas aulas de matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam Matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem".

As atividades lúdicas (jogos, brincadeiras, brinquedos...) devem ser vivenciadas pelos educadores. É um ingrediente indispensável no relacionamento entre as pessoas, bem como uma possibilidade para que afetividade, prazer, autoconhecimento, cooperação, autonomia, imaginação e criatividade cresçam, permitindo que o outro construa por meio da alegria e do prazer de querer fazer e construir.

De acordo com Almeida (1990), que propõe repensar a educação lúdica de maneira prazerosa faz-se imperiosa a construção progressiva de estratégias metodológicas. Tal metodologia, segundo o autor, deve ser construída levando-se em conta a realidade de cada grupo a partir de atividades que constituam desafios e sejam ao mesmo tempo significativas e capazes de incentivar à descoberta, a criatividade e a criticidade.

Percebendo que os alunos do 5º e 6º anos, do Ensino Fundamental de uma Escola Municipal de Guanambi-Bahia, apresentavam dificuldades de aprendizagem no ensino das quatro operações fundamentais, julgamos necessário a elaboração de um Projeto de Intervenção Pedagógica através do lúdico, com objetivo de contribuir para melhor aprendizagem dos educandos,despertando o raciocínio lógico, estimulando o pensamento e a criatividade de resolver problemas do cotidiano envolvendo as quatro operações e conceitos matemáticos através de jogos.

Desenvolvimento das Atividades

O projeto desenvolvido propôstrabalhar as quatro operações fundamentais através do lúdico, por meios de procedimentos relativamente simples, porém aplicado de forma contínua e organizado e sugerimos como modelo o jogo da tabuada para a confecção dos jogos considerando que os mesmos não tinham muito contato com jogos matemáticos. Inicialmente levantamosos conhecimentos prévios, através da aplicação de uma atividade de sondagem e na sequência, foi feita explanação sobre o encaminhamento da proposta, enfatizando seu principal objetivo: trabalhar com as operações brincando, ou seja, de forma lúdica. Dividimos as turmas em pequenos grupos e propomosoficinas matemática com o objetivo de oferecer aos alunos, confecção de jogos e aplicação dos mesmos.

Na primeira etapa organizamos os educandos em pequenos grupos e distribuímos o jogo da tabuada para que pudessem familiarizar se com o jogo, em seguida começamos a jogar, gostaram muito. (Segue abaixo modelo)

Bingo da tabuada

Organização da sala: individual ou em dupla; o professor realiza o sorteio.

Material necessário: uma cartela para cada aluno ou dupla (cartela de bingo comum); marcadores (milho ou feijão) para que os alunos possam marcar os pontos sorteados que constam de suas cartelas; uma cartela de controle para o professor e "pedras" para serem sorteadas.

O segredo do "Bingo da Tabuada" está nas pedras que serão sorteadas.

Elas trazem não um número, mas um produto, como por exemplo, 3x4 (três vezes quatro). Para confeccionar as pedras, é necessário fatorar os números no produto de dois fatores. A tabela abaixo mostra a escolha que fizemos para os números de 1 a 21 e que foi usada na confecção das pedras do bingo que utilizamos. (Zeni, 2007).

Algumas "Pedras" (produtos) utilizadas no Bingo da Tabuada.

1×1	2×1	3×1	2×2	5×1	2×3	7×1
2×4	3×3	2×5	11×1	3×4	13×1	2×7
3×5	4×4	17×1	3×6	19×1	4×5	3×7

Como jogar: se joga como em um bingo comum. As cartelas são distribuídas para os alunos; as "pedras" a serem sorteadas são colocadas em um saco e o professor efetua o sorteio. Se a pedra sorteada for o 3x4, o professor lerá "três vezes quatro" e os alunos devem realizar o cálculo e verificar se o resultado, 12, consta de sua cartela.

Ganha aquele que preencher toda a cartela primeira (ou numa etapa inicial, quem preencher uma linha ou coluna ou diagonal primeiro, conforme acordo com a turma). Caso alguém anuncie que ganhou, o professor deve verificar se todos os pontos que constam da cartela do suposto ganhador foram sorteados.

Metodologia

Deve-se pedir aos alunos que registrem o cálculo (multiplicação) no caderno. Isto permite verificar, posteriormente, o desempenho dos alunos.

Após o término do jogo, conforme o tempo disponível sugere-se fazer a correção na lousa (cálculo dos pontos sorteados).

Feito esse primeirocontato, entregamos em seguidao material para o desenvolvimento da atividade foi distribuído para os mesmos: uma cartolina, uma folha de papel metro, lápis borracha, Lápis de cor, caneta hidrocor, canetas coloridas e régua grande. Ao receberem ficaram todos motivados e ansiosos para começar a confecção dos jogos.Foramorientados a traçarem as cartelas de modo que formasse uma cartela grande de bingo isso na cartolina, no papel metro fezpainel de registros onde deveriam registrar os cálculos. Cada grupo formou com a operação a seu critério e colocou um nome para o bingo também a seu critério surgiram nomes legais como: Quem não conta dança,Bingo maluco, Bingo das operações, Tabuada Legal. Durante a realização do jogo, exploramos as operações de adição, subtração, multiplicação e a divisão. Alguns precisavam receber auxilio para realizarem a operação, devidoapresentar muita dificuldade na resolução da operação.

O jogo foi grupo contra grupo e houve a troca das cartelas cadagrupo marcava a cartela do grupo adversário. Todostiveram a chance de jogar. Marcar o resultado e em seguida tem um minuto para um representanteir a frente realizar no painel a operação, marca ponto o grupo que fizer mais acertos e o grupo que fechar a cartela primeiro.

Ganha aquele que preencher toda a cartela primeira (ou numa etapainicial, quem preencher uma linha ou coluna ou diagonal primeiro, conformeacordo com a turma). Caso alguém anuncie que ganhou, o líder de cada grupo deve verificar se todos os pontos que constam da cartela do suposto ganhadorforam sorteados. Se houver erro o grupo paga prenda.

Deve-se registraro cálculo (adição, subtração, multiplicação ou divisão) nocaderno. Isto permite verifica, o desempenho dos alunos e uma melhor fixação do conteúdo.

Após o término do jogo, conforme o tempo disponível, sugerimos fazer correção na lousa (cálculo dos pontos sorteados).Essa tarefa foi muito proveitosa para o desenvolvimento do raciocínio matemático já que cada grupo ao montar suas operações pediu sugestão aos componentes, explorou sua criatividade e muitas vezes, trocavam os papeis quem calculava mentalmente na segunda jogada fazia os registros Após a confecção das cartelas criou às regras do jogo.

A terceira e última etapa, para finalizar esse projeto apresentamos uma mensagem em power point cujo titulo é: A Necessidade do Esforço, deixamos que eles comentassem como foi participar dessa oficina e muitos falaram da importância de trabalhar a matemática assim, pois com o jogo parece mais fácil, tem mais vontade de resolver. Paradar um suporte pedagógico a outros professores foi confeccionado um aporte de atividades com esse material que ficou disponível para serem aplicados em outras turmas.

Discussão e conclusão

A realização deste projeto de intervençãopermitiu concluir que é preciso resgatar a confiança e a credibilidade do ensino da matemática em nossas salas de aulas. Tornar as aulas mais atrativas e dinâmicas. O primeiropasso para transformar este ensino é conhecer, analisar, planejar e executar de acordo com as necessidades encontradas. Para que ocorra a aprendizagem é preciso que o indivíduo sinta a necessidade de resolver os problemas encontrados e o professor é o responsável no ofício de propor e promover essa interação.

Ressaltamos a importância de trabalhar as quatro operações conceitos matemáticos de maneira lúdica, por meio de jogos, dinâmicas e situações-problema do cotidiano, pois o jogo não deve ser visto apenas como um passatempo, mas sim como um recursoque auxilia o aluno a agir livremente, contribuindo para um processo de ensinoeaprendizagemprazerosa e descontraída.

Os alunosaprenderam muito, principalmente no momento em que tinham que resolver e correr para registrar no painel, caso não conseguissem tinha que pagar realizando alguma atividadesurpresa, em seguida continuarem fazendo seus cálculos e registros. Sempre estávamos incentivando-os, mostrando novos caminhos, encorajando-os e elogiando sempre que eles conseguiam fazer as contas e encontrar novas estratégias.

A interação que os alunos tiveram foi muito interessante, o modo como eles foram se soltando, divertindo e conversando um pouco mais com a gente, foi muito gratificante. Atémesmo nosprofessores nos empolgamos e houvemomentos em quejogamos com eles. Ao final da atividade, os alunos saíram contentes da sala. Pudemos analisar a importância do jogo como atividade de ensino, pois com o os alunos fazem contas o tempo todo, elaboram operações com parênteses e uns veem a necessidade do registro da atividade, enquanto outros exploram sua habilidade de fazer cálculo mental.

Referências Bibliográficas

ALMEIDA, Paulo Nunes. *Educação Lúdica: técnicas e jogos pedagógicos*. 6 ed. São Paulo: Loyola, 1990.

BORIN,Júlia. *Jogos e Resoluções de Problemas:* uma estratégia para as aulas de matemática. IME ?USP: 1996.

SADOVSKY, Patrícia. *O ensino de matemática hoje*. Enfoques, sentidos e desafios. 1. Ed. São Paulo: Ática, 2007.pag 14.

O pensamento matemático avançado em produções escritas

Paulo Ferreira do Carmo
paluc@zipmail.com.br

Sonia Barbosa Camargo Igliori
sigliori@pucsp.br
PUC/SP

Resumo

Após um período de publicações sobre um determinado tema, pesquisadores sentem a necessidade de analisa-las publicações para verificar tendências das pesquisas expressas nas mesmas. O objetivo deste artigo é apresentar noções relativas ao pensamento matemático avançado de acordo com as ideias de Tall (1991) e Dreyfus (1991). Para isso são utilizadas cinco dissertações e uma tese destacando-se aspectos considerados importantes dessas pesquisas. Esta investigação é parte de uma pesquisa de doutorado, que visa a analisar concepções do pensamento matemático avançado em algumas publicações. Como metodologia segue as orientações da Análise de Conteúdo desenvolvida Bardin (2011), um conjunto de técnicas e de análises das comunicações que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivo de descrição do conteúdo das mensagens, com base no tratamento dos resultados pode-se propor inferências e verificar tendências. Constatou-se, nas análises preliminares, que as pesquisas concentram-se no Ensino Superior com alunos de licenciatura em Matemática e que há uma diversidade de concepções sobre pensamento matemático avançado.

Palavras-chave: Educação Matemática. Pensamento matemático avançado. Estado do conhecimento.

Introdução

A sociedade contemporânea exige dos indivíduos escolhas e tomada de decisões em diversas situações. A Matemática exerce uma função importante para essas tomadas de decisões, mais do que simples técnica de efetuar operações e medidas. É necessário organizar o pensamento, estruturar dados e informações, fazer previsões para decidir, avaliar riscos quantitativamente, relacionar os conhecimentos e aplica-los em novas situações.

O conhecimento matemático pode ser entendido como uma forma do pensamento a ser desenvolvido nos indivíduos. Constitui–se em um sistema de expressão pelo qual podemos organizar, interpretar e dar significado a certos aspectos da realidade que nos rodeia.

Nas escolas que é formalizado o pensamento matemático – contagem, ordenação, operações aritméticas, algébricas, geométricas etc. – o pensamento matemático elementar (PME) tem a característica de manipular e operar os objetos matemáticos (descrever para definir), já o pensamento matemático avançado (PMA) parte da definição dos objetos matemáticos para defini-los por meio de conceitos matemáticos (convencer para provar).

De acordo com as pesquisas, que foram utilizadas neste artigo, a transição entre PME e o PMA tem apresentado dificuldades de aprendizagem para muitos estudantes de Educação Básica e Ensino Superior.

As pesquisas em Educação Matemática no Ensino Superior têm crescido nas últimas décadas, e muitas dessas recorreram ao PMA, mas não há um consenso sobre essa forma de pensamento – há uma diversidade de concepções sobre PMA.

Neste artigo investigaremos algumas noções de PMA utilizadas em 5 dissertações e 1 tese e também analisaremos os principais aspectos dessas pesquisas.

O pensamento matemático avançado

Para Dreyfus (1991), a forma sob a qual pode ser concebida a compreensão na mente do aluno, é estruturada em uma sequência de atividades, na qual acontece a interação entre os processos mentais e seus componentes: representar, visualizar, generalizar, classificar, induzir, analisar, sintetizar, abstrair ou formalizar de maneira intrincada, para que se estabeleça a compreensão na aprendizagem. A interação entre esses diferentes componentes é denominada pensamento matemático avançado e sinalizam a forma como ocorre esse processo da compreensão na mente do estudante.

Para esse pesquisador é possível pensar sobre tópicos de matemática avançada de uma forma elementar e a distinção entre as duas formas de pensamento reside na complexidade e na forma como se lida com ela. Para o pesquisador há pouca distinção entre PME e PMA – Na Matemática avançada foca nas abstrações de definição e dedução.

De acordo com Dreyfus (1991), dentre os processos envolvidos no desenvolvimento do pensamento matemático avançado, o mais importante é a abstração, pois se um estudante desenvolve a habilidade de, conscientemente, fazer abstrações a partir de situações matemáticas, ele alcançou um nível avançado do pensamento matemático. O pesquisador diz que a representação e a abstração são processos complementares que possuem direções opostas. Pois, se por um lado, um conceito muitas vezes é abstraído de suas representações variadas, por outro, as representações advêm de um conceito abstrato.

Para Tall (1995), o pensamento matemático avançado envolve o uso de estruturas cognitivas produzidas por uma grande variedade de atividades matemáticas para o desenvolvimento de novas ideias que fundamentam e ampliam o crescente sistema de teoremas demonstrados. O desenvolvimento cognitivo do pensamento matemático elementar para o avançado em um indivíduo parte das “percepções de” e “ações sobre” objetos em um mundo exterior, construído por meio de dois desenvolvimentos paralelos: um do visual-espacial para o formal-dedutivo; e outro de sucessivas encapsulações do processo para o conceito usando a manipulação simbólica. Esses dois desenvolvimentos inspiram o pensamento criativo baseado em objetos formalmente definidos e em provas sistemáticas. O pesquisador diz que muitas das atividades que ocorrem no pensamento matemático avançado também ocorrem no pensamento matemático elementar, mas a possibilidade de definição formal e de dedução é um fator que os diferenciam.

> A passagem do pensamento matemático elementar para o pensamento matemático avançado envolve a transição: do descrever para o definir, do convencer para o provar de uma maneira lógica com base nas definições. [...] é a transição da coerência da matemática elementar para a consequência da matemática avançada, com base em entidades abstratas que o indivíduo precisa construir através de deduções das definições formais. (TALL, 1991, p. 20)

Para esse pesquisador o PMA é desenvolvido no Ensino Superior e para Dreyfus o PMA pode ser desenvolvido em qualquer nível de Ensino.

Para Tall e Vinner (1993) a formação de conceitos é um tópico de maior importância na Psicologia da Aprendizagem. Mas surgem muitas dificuldades nessa formação, pois é muito difícil ter a noção do próprio conceito e saber quando um conceito está corretamente formado na mente de um estudante.

Esses dois pesquisadores desenvolvem a ideia de conceito definição e conceito imagem, na formação de conceitos matemáticos. O conceito imagem é qualquer coisa não verbal associada na mente de um estudante ao nome do conceito, é assim usado para descrever a estrutura cognitiva total associada ao conceito e que inclui todas as imagens mentais, todas as propriedades e todos os processos que lhe estão associados. O conceito imagem evocado parte da memória recordada num dado contexto. O conceito definição explica o conceito de modo exato e de uma forma não circular. De acordo com os pesquisadores o conhecimento da definição não garante a compreensão do conceito e para isso precisa ter um conceito imagem.

A partir dessas noções de PMA iremos analisar cinco dissertações e uma tese que utilizaram as noções de PMA em seus referenciais teóricos e para inferir nos resultados apresentados por elas.

Algumas pesquisas que utilizaram PMA como referencial teórico

Fonseca (2012) em sua pesquisa sobre convergência de sequências e séries numéricas no Cálculo teve como objetivo desenvolver um conjunto de atividades que possibilitasse ao aluno construir os conceitos de convergência de sequências e séries numéricas infinitas, com base na corporificação do conceito de convergência, tendo como estratégia a utilização de um *software* de Geometria Dinâmica. O uso do *software* teve por objetivo a visualização, buscando as percepções no mundo corporificado e, por meio da experimentação, possibilitar a passagem para o mundo simbólico.

A pesquisa foi realizada com um grupo de alunos, do curso de Engenharia de Produção de um Instituto Federal de Ensino, que cursava a disciplina Cálculo II. Sua questão de pesquisa foi: "Que contribuições uma proposta pedagógica baseada na corporificação de conceitos pode trazer para a compreensão do conceito de convergência de sequências e séries em uma turma de Cálculo?"

Utilizou as noções PMA de Dreyfus e Tall (1991) e teoria dos Três mundos da Matemática – Simbólico, Icônico e Encenado (Tall e Poynter 2002).

Concluiu que um curso de Cálculo não precisa ter como objetivo o tratamento formal, característico da última fase do desenvolvimento cognitivo, devendo esse tratamento ser feito na Análise.

> "Não se trata de simplesmente desconsiderar as definições formais e as provas de resultados. Trata-se de proporcionar aos estudantes experiências corporificadas e simbólicas em ambientes nos quais seja possível estabelecer raízes cognitivas e iniciar um processo de expansão cognitiva fundamentado em bases sólidas, propícias para desenvolvimentos teóricos posteriores". (p. 178)

A utilização do *software GeoGebra* influenciou na construção das atividades e contribuiu significativamente para a corporificação dos conceitos e para a exploração dos mesmos a partir de diferentes representações.

Franco (2011), em sua pesquisa de mestrado sobre Álgebra Abstrata, teve como objetivo investigar os diversos conflitos de aprendizagem apresentados por alunos de licenciatura em Matemática, diante de um primeiro curso de Álgebra Abstrata, visando compreendê-los na perspectiva das interações entre a definição matemática formal e as imagens conceituais. Utilizou como sujeitos de pesquisas doze alunos do curso de licenciatura em Matemática.

O estudo fundamentou-se nos processos constituintes do pensamento matemático avançado (Dreyfus, 1991), na teoria de conceito imagem e conceito definição (Tall e Vinner, 1993) e nos níveis de sofisticação do pensamento matemático – procedimento, processo e proceito (Tall 1999).

A questão de pesquisa, dessa dissertação, foi: O que evidenciam os conflitos de aprendizagem manifestados por alunos de licenciatura em Matemática num primeiro curso de Álgebra Abstrata, à luz das interações entre definição formal e imagens conceituais?

Em suas análises articulou a compreensão em 3 categorias:

- As relações entre as imagens conceituais e a definição formal.

- Os conflitos potenciais e os conflitos cognitivos.

- As transições entre os níveis do pensamento matemático: procedimento – processo – proceito.

Concluiu que os "*alunos adquiriram um nível procedimental ao lidarem com esses conceitos, embora tenham sido detectados conflitos que, em nosso entendimento, foram superados ao longo do curso*". De modo geral, os doze alunos participantes mostraram rendimento satisfatório nesse tipo de atividade, o que aponta no sentido de crescimento dentro dos estágios do pensamento matemático, ou seja, em situações específicas, operavam os objetos algébricos de maneira não apenas rotineira ou repetitiva.

Prado (2012) em sua pesquisa de mestrado analisou o Caderno do Professor da Rede Pública do Estado de São Paulo e teve como objetivo investigar a inserção do uso da calculadora nas situações de aprendizagem propostas ao Ensino Fundamental II, à luz do pensamento matemático avançado. Procurou as ideias do pensamento matemático avançado (Dreyfus, 1991), segundo as interações entre os processos mentais dos componentes: representação, visualização, generalização, síntese e abstração a partir do uso da calculadora. Analisou 64 Situações de Aprendizagem propostas nos Cadernos do Professor.

Sua questão de pesquisa foi: Que situações de aprendizagem, para os quais se sugere a inserção da calculadora no Caderno do Professor, podem promover no aluno desenvolvimento do Pensamento Matemático Avançado?

A pesquisadora concluiu que a utilização da calculadora se apresentou apenas como um instrumento para a realização dos cálculos que requeriam um menor tempo para sua obtenção, e que não foi proposto um trabalho de familiarização e exploração fazendo o uso desse recurso. Em relação à inserção da calculadora nas situações de aprendizagem analisadas,

> "Considerou ser insuficiente, pois para que a distância entre a utilização da calculadora e a resolução de problemas começasse a ser minimizada, seria desejável um maior número de situações de aprendizagem, em vez de atividades que propusessem sua utilização permitindo ao aluno e ao professor um contato mais frequente com o recurso". (p. 173)

Kirnev (2012), em sua pesquisa de mestrado, teve como objetivo investigar dificuldades relacionadas as formas de demonstrações matemáticas sejam diretas, contra positivas, por redução ao absurdo, por contraexemplo, evidenciadas em registros de graduandos do curso de Matemática de uma universidade norte paranaense. Utilizou como referencial teóricos: Balacheff (1987), em seus estudos sobre provas e demonstrações e, Dreyfus (1991) acerca do pensamento matemático avançado. As análises consistiram em categorizar agrupamentos com resoluções similares e evidenciar as dificuldades explicitadas.

Sua questão de pesquisa foi: Que dificuldades graduandos de Matemática explicitam no desenvolvimento de tarefas envolvendo demonstrações?

A conclusão, a partir das atividades analisadas, é que existem evidencias de dificuldades dos alunos relacionadas: à forma de demonstração; ao conteúdo; à escrita na linguagem matemática ou materna, e que sua pesquisa foi relevante por explicitar dificuldades em demonstrações matemáticas que podem ser comuns a inúmeros outros graduandos de cursos de Matemática.

Amorim (2011), em sua pesquisa de mestrado sobre o conceito de limite para os alunos de licenciatura em Matemática, teve como objetivo investigar o papel das imagens conceituais e definições conceituais para a aprendizagem de limites de funções reais de uma variável.

Utilizou como referencial teórico os trabalhos de David Tall, Shlomo Vinner, Bernard Cornu, Márcia Pinto e Frederico Reis.

Sua questão de pesquisa foi: Como uma proposta de ensino, baseada nas imagens conceituais, relacionadas ao conceito de limite de uma função, (re) construídas por alunos do curso de licenciatura em Matemática, após cursarem Análise Real, pode contribuir para a aprendizagem desses alunos?

As atividades foram realizadas pelos sujeitos de pesquisa, alunos do curso de licenciatura em Matemática, na disciplina Análise Real e a pesquisadora também analisou livros de Cálculo e de Análise referente a definição de limite de uma função.

Em suas conclusões sugeriu algumas contribuições para uma proposta de ensino baseada nas imagens conceituais dos alunos. São elas, contribuição para o professor de Análise:

- Entender e situar o momento e a aprendizagem de seus alunos.

- Perceber a importância de identificar e (re) significar imagens conceituais equivocadas e/ou conflitantes.

- Reconhecer a necessidade de (re) construir imagens conceituais coerentes e que explorem elementos intuitivos.

- Trabalhar na perspectiva de se construir definições conceituais de acordo com as definições formais.

- Repensar sua prática pedagógica e planejar suas ações.

- Incentivar uma postura mais crítica e ativa em seus alunos e, assim desmistificar o "horror" à Análise.

Yokoyama (2012), em sua tese que trata do desenvolvimento do conceito de número Natural em indivíduos com síndrome de *down*, teve como objetivo analisar a compreensão de quantificação de 1 a 10 elementos das crianças e adolescentes com síndrome de *down* e elaborar atividades que poderiam contribuir para o desenvolvimento dessa compreensão.

Nessa pesquisa foram propostas atividades que envolvessem a interação entre conceitos e procedimentos, aproveitando outras formulas de estímulo viso-espacial com material multissensorial e dedos das mãos, com o objetivo de desenvolver o conceito de número utilizando esses procedimentos de quantificação, a contagem e o *subitizing*. Para interpretar os resultados e analisar o processo de aplicação das atividades foram utilizadas as teorias de imagem conceitual e organizadores genéricos de David Tall e colaboradores.

As questões de pesquisa e resultados foram: a) analisar de que maneira o 1º organizador genérico, ou atividade fundamental de contagem influencia na imagem conceitual de número dos participantes. Concluiu que esse organizador genérico se mostrou com uma influência muito grande entre os participantes, sua principal influência foi que ele estimulou a escolha de uma estratégia por parte do participante; b) verificar a importância de se conhecer a sequência numérica padrão, associada a uma ação concreta de adicionar/retirar um elemento de um determinado conjunto, para o entendimento do conceito de número referente à quantidade de elementos e ao processo de contagem. Concluiu que organizar e manipular a sequência numérica padrão, com materiais multissensoriais, com pelo menos dois representantes numéricos, e dar um significado concreto aos sucessores e antecessores dos números, fez com que os participantes organizassem e ampliassem a imagem conceitual de um número.

E ainda concluiu que a interação entre conceitos e procedimentos foi um caminho viável para atingir uma melhor compreensão do conceito de número.

Análises preliminares

De acordo com as leituras realizadas elaboramos uma tabela para facilitar as análises. Trata-se da Tabela 1.

Tabela 1: Principais características das 5 dissertações e 1 tese que utilizaram o PMA em seus referencias teóricos.

Autores	Tema	Sujeitos	Instrumentos	Referencial teórico	Metodologia de análise	Conclusões
FONSECA (2012)	Convergência de séries numéricas	Alunos de Engenharia de Produção	Questionários escritos e atividades com o *software GeoGebra*.	Dreyfus (1991), Tall (1995) e Poynter e Tall (2002)	Pesquisa qualitativa; Bogdan e Biklen (1995)	O uso do *software GeoGebra* influenciou significativamente na corporificação dos conceitos e na exploração de diferentes representações.
FRANCO (2011)	Álgebra Abstrata	Alunos de licenciatura em Matemática	Discussões após as aulas de Álgebra Abstrata	Dreyfus (1991) e Tall (1999)	Pesquisa qualitativa; Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (2001)	Os alunos adquiriram um nível procedimental para lidarem com os conceitos de Álgebra Abstrata.
KIRNEV (2012)	Demonstrações Matemáticas	Alunos de licenciatura em Matemática	Questionários escritos	Dreyfus (1991) e Balacheff (1987)	Pesquisa qualitativa; Bogdan e Biklen (1995) e Ludke e André (1986)	Houve dificuldades relacionadas com a forma de demonstrações, ao conteúdo e na escrita matemática e na escrita materna.
AMORIM (2011)	Conceito de limites de funções reais de uma variável	Alunos de licenciatura em Matemática	Análise de livros e questionários escritos (pré e pós)	Tall e Vinner (1993) e Cornu e Tall	Investigação da prática profissional do professor; João Pedro da Ponte	Houve uma construção de imagens conceituais acerca de limites

				(1991)	(2002)	de funções.
PRADO (2012)	Uso da calculadora em atividades	Sem sujeitos; análise de materiais	Caderno do Professor fornecido pela SEE/SP	Dreyfus (1991)	Análise de Conteúdo Bardin (1991)	O uso da calculadora nas atividades propostas tinham a finalidade otimizar as operações aritméticas e que não foi explorado todo o potencial de tecnologia para o desenvolvimento do PMA.
YOKOYAMA (2012) Tese	Conceito de número Natural	Alunos da APAE portadores de síndrome de *down*	Atividades em vídeos	Tall (1991) e Tall e Vinner (2000)	*Design Experiments*; COBB *et al.* (2003)	As interações entre os conceitos e procedimentos foi um caminho viável para atingir uma melhor compreensão do número Natural.

Fonte: Elaborado pelos pesquisador

A Tabela 1 indica que essas pesquisas se concentraram em conteúdo do Ensino Superior – 4 pesquisas das 6 analisadas. A maioria das pesquisas analisadas foi de caráter empírico envolvendo sujeitos, uma refere-se à análise de material didático – Caderno do Professor SEE/SP, Prado (2012) e outra de análise de questionários e livros do Ensino Superior – Amorim (2011). Todas as pesquisas se referenciaram nas noções de PMA de acordo com Dreyfus (1991) e/ou de Tall *et al.* (1991, 1995, 1999, 2000 e 2002) mostrando a importância desse referencial teórico para as pesquisas, no ensino e aprendizagem de Matemática, no Ensino Básico e no Ensino Superior.

As conclusões mostram que os professores podem diversificar a metodologia de aulas para facilitar o desenvolvimento do PMA de acordo com a teoria dos pesquisadores Dreyfus e Tall e que o uso da tecnologia pode facilitar a transição do PME para o PMA possibilitando melhoras na aprendizagem dos estudantes.

Referências Bibliográficas

AMORIM, Lilian Isabel Ferreira (2011). *"A (re) construção do conceito de limite do cálculo para análise:* Um estudo com alunos do curso de licenciatura em Matemática". Mestrado Profissional em Educação Matemática UFOP.

DREYFUS, Tommy (1991). *Advanced Mathematical Thinking Process.* In D. O. (Ed) Advanced Mathematical Thinking (pp. 25-41). Dordrecht: Kluwer.

FRANCO, Hernando José Rocha (2011*). "Os diversos conflitos observados em alguns alunos de licenciatura num curso de álgebra: identificação e análise".* Mestrado Profissional em Educação Matemática UFJF.

FONSECA, Daila Silva Seabra de Moura (2012). *"Convergências de sequências e séries numéricas no cálculo: um trabalho visando a corporificação dos conceitos".* Mestrado Profissional em Educação Matemática UFOP.

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo (2012). *Pensamento Avançado Matemático:* em debate. RELME.

KIRNEV, Debora Cristine Barbosa (2012). *"Dificuldades evidenciadas em registros escritos a respeito de demonstrações matemáticas".* Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática UEL.

PRADO, Sonia de Cassia Santos (2012). *"O uso da calculadora e o pensamento matemático avançado: uma análise a partir das situações de aprendizagem nos cadernos do professor de matemática".* Mestrado Acadêmico em Educação Matemática PUC-SP.

TALL, David Orme (1995). *The Psychology of Advanced Mathematical Thinking.* In D. O. (Ed) Advanced Mathematical Thinking (pp. 3-20). Dordrecht : Kluwer.

YOKOYAMA, Leo Akio (2012). *"Uma abordagem multissensorial para o desenvolvimento do conceito de número Natural em indivíduos com síndrome de down".* Doutorado em Educação Matemática, Anhanguera SP.

Os estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental e a rejeição aos conteúdos matemáticos

Dirléia de Jesus
jsuslea@gmail.com

Keli Cristina Conti
keli.conti@gmail.com

Micheli Kowalczuk Machado
michelimkm@gmail.com

Faculdades Atibaia – FAAT

Resumo:

Este artigo, originado de um trabalho de conclusão de curso, tem como objetivo investigar as possíveis causas que levam os estudantes a temerem e rejeitarem os conteúdos matemáticos. O que faz essa disciplina ser tão temida? Ela de fato é para poucos ou são crenças que se arrastam ao longo dos tempos? Quais estratégias podem ser utilizadas para amenizar a fama que essa disciplina adquiriu em sua trajetória? Procurando compreender essa problemática apresentam-se teóricos que procuram explicitar o porquê a Matemática é vista por muito dessa forma e que possam orientar os professores com estratégias de ensino, desmistificando tal ideia. Para tanto foi utilizada como metodologia a pesquisa bibliográfica em documentos oficiais tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), livros e artigos científicos. Como resultado verificou-se que o problema não está na disciplina Matemática, mas sim na forma como ela é ensinada, na falta de professores preparados e dispostos em buscar novos conhecimentos e estratégias de ensino, e também que essa fama não passa de crendices que veem se arrastando desde os primórdios. Portanto conclui-se que a Matemática é uma disciplina acessível a todos e que cabe ao professor desempenhar seu papel de maneira coerente com a realidade de cada estudante, buscando trabalhar de maneira contextualizada para tornar o ensino matemático, dinâmico e significativo.

Palavras-chave: Educação Matemática; Anos Iniciais do Ensino Fundamental; Rejeição à Matemática.

Introdução

A escolha deste tema surgiu devido as minhas inquietações e questionamentos desde que comecei a cursar o ensino fundamental. Enquanto estudante, minhas brigas com a Matemática foram poucas. Então, discente e curiosa que sempre fui comecei a observar que muitos colegas tinham uma aversão com a disciplina de Matemática, e o produto final, é claro, os resultados nas provas eram sempre catastróficos na maioria das vezes. Hoje, percebo que para a época, o ensino era abstrato e fora do contexto proporcionando um ensino extremamente mecânico, onde as aulas eram tradicionais baseadas em testes de exercícios que privilegiavam cálculos e memorização isolados do nosso universo escolar. Observando ao longo de minhas experiências a Matemática continua sendo algo “ruim”, um fantasma para muitas pessoas, causando medo e repulsa. Curiosa, procurei algumas informações sobre o quanto se tem discutido o tema no meio educacional, no qual pesquisadores acreditam que é possível uma melhoria no ensino da mesma. Munida dessas informações e "somando" às minhas inquietações, resolvi pesquisar o tema e entender o que leva tantas pessoas a estremecerem quando se deparam face a face com essa ciência que possui uma utilidade ímpar na vida dos seres humanos desde os primórdios; qual a melhor estratégia para se trabalhar com a Matemática sem causar tanto espanto; e descobrir o que está relacionado a esse “medo”.

Diante deste contexto, o presente trabalho apresenta como problemas de pesquisa as seguintes questões: O que faz essa disciplina ser tão temida? Ela de fato é para poucos ou são crenças que se arrastam ao longo dos tempos? Quais estratégias podem ser utilizadas para amenizar a fama que essa disciplina adquiriu em sua trajetória?

Para compreender esta problemática apresentam-se como objetivos: buscar ensinamentos para trabalhar com a Matemática de forma agradável; entender o porquê ela é tão temida; aprender a trabalhar com essa disciplina sem causar tanto espanto; e refletir sobre as causas que fazem a Matemática assustadora.

O que faz a Matemática ser assustadora?

Considerando as dificuldades encontradas no processo de ensino aprendizagem da Matemática é comum o uso dos termos “temor” e “rejeição”, sobre os quais é possível perceber que um pode levar ao outro, ou seja, se a pessoa teme alguma coisa consequentemente ela pode passar a rejeitá-la e vice-versa.

Desta forma, pode-se concluir que esses dois sentimentos quando de alguma forma são inseridos na mente de uma criança podem causar grandes consequências em vários aspectos, como cognitivo, psicológico, entre outros, levados muitas vezes para a fase adulta. Como é o caso em que muitos estudantes temem as aulas de Matemática e consequentemente com o tempo passam rejeitá-la por achá-la difícil e consequentemente tem dificuldade de aprendizagem nessa disciplina ao longo dos anos, pelo fato de sempre vê-la como algo ruim, que não tem sentido algum para suas vidas.

Outro ponto importante, de acordo Braghirolli (2012), que leva uma criança a desenvolver aspectos positivos ou negativos e adquirir alguns padrões de comportamento é a influência da cultura na qual ela está inserida, nela a criança muitas vezes irá criar sua personalidade que carregará para a vida toda. Assim:

> [...] a cultura do meio social de um indivíduo influencia marcantemente suas características de personalidade, seus motivos, atitudes e valores. As prescrições culturais são ensinadas à criança, inicialmente, pela família (BRAGHIROLLI, 2012, p. 69).

Reforçando a ideia contida na citação sobre as atitudes a mesma autora relata que atitudes são maneiras organizadas e coerentes de pensar, sentir, e reagir a um determinado objeto que pode ser uma pessoa, um grupo de pessoa, uma questão social, um acontecimento, etc. As atitudes são compostas por três componentes, sendo um cognitivo, que é formado pelos pensamentos e crenças, a respeito de algo; um afetivo, que envolve os sentimentos de atração ou repulsão, e por fim o comportamental que é a reação da pessoa em relação ao objeto da atitude frente aquilo que não lhe agrada. Desta forma percebe-se que as atitudes podem ser positivas ou negativas. As atitudes também possuem a característica de serem muito resistentes às mudanças (BRAGHIROLLI, 2012).

Trazendo essas ideias para o dia a dia dos estudantes na escola ou em casa fica mais fácil perceber porque muitas crianças não gostam de Matemática. Muitas vezes esse desgosto começa quando a criança escuta os pais ou os irmãos mais velhos dizerem que não gostam de Matemática e que ela é muito difícil, então, quando o estudante se depara com um desafio matemático que não consegue resolver, aquela afirmação que ouviu e que ficou lá guardada em seu cérebro lhe remete a concepção que Matemática é chata e difícil e que em nada lhe será acrescentado. Com os relatos acima fica evidente que muitas vezes o estudante rejeita ou teme a Matemática a partir de uma concepção provavelmente adquirida muitas vezes antes mesmo dele frequentar a escola, ou depois de estar lá e infelizmente o próprio professor também por não gostar ou por ter aquele olhar classificatório e passar impressão que Matemática é para poucos, como nos relata Carvalho.

> [...] Considera-se a Matemática como uma área do conhecimento pronta, acabada, perfeita permanente apenas ao mundo das ideias e cuja estrutura de sistematização serve de modelo para outras ciências. A consequência dessa visão em sala de aula é a imposição autoritária do conhecimento matemático por um professor que, supõe-se, domina e o transmite a um aluno passivo, que deve se moldar à autoridade da "perfeição científica". Outra consequência e, talvez a de resultados mais nefastos, é a de que o sucesso em Matemática representa um critério avaliador da inteligência dos alunos, na medida em que uma ciência tão nobre e perfeita só pode ser acessível a

> mentes privilegiadas, os conteúdos matemáticos são abstratos e nem todos têm condições de possuí-los (CARVALHO, 1994, p.15).

Nesse trecho evidencia-se uma das razões que faz a Matemática assustadora, ou seja, a falha que existe no contexto escolar, pois nenhum estudante pode ser supervalorizado e o outro desprezado por não terem o mesmo desempenho. Para Carvalho (1994), a sala de aula não é o ponto de encontro de estudantes totalmente ignorantes com o professor totalmente sábio, e sim um local em que interagem estudantes com conhecimentos do senso comum, que almejam a aquisição de conhecimentos sistematizados, e um professor cuja competência está em mediar e ampliar os conhecimentos dos estudantes.

Infelizmente, proposital ou não, muitas crianças sofrem as consequências do despreparo de muitos professores que muitas vezes rotulam os estudantes, como aptos ou não aptos para o conhecimento matemático com palavras e atitudes que os leva, a ter total rejeição por essa disciplina. Para D' Ambrosio

> [...] A ênfase estaria em despertar no estudante curiosidade e espírito inquisitivo que, aliado a algum gosto pelo assunto, o motivará a procurar tratamento mais aprofundado e mais rigoroso. Naturalmente, esse tratamento será apresentado em escolas de rigor, que por sua vez estimularão tratamentos ainda mais profundos e ainda mais rigorosos. O quanto de profundidade e de rigor é atingido no tratamento de qualquer assunto matemático, depende única e exclusivamente do indivíduo que está se exercitando na procura desse assunto. Jamais poderá ser determinado por condições externas, imposta por um currículo rígido [...] (D'AMBROSIO, 1986, p. 23).

Se as escolas e consequentemente os professores trabalhassem dessa forma, sem dúvida o ensino matemático não seria visto como é, ou seja, difícil e seria favorável para todos. Primeiramente o professor deve despertar o interesse do estudante por essa matéria, depois de conquistar o gosto da criança pela mesma, o professor de maneira agradável e dinâmica vai introduzindo mais conteúdos dia-a-dia, conforme o aprendizado e a necessidade de cada estudante.

Matemática é difícil?

Com base nos relatos dos autores citados anteriormente, Matemática não é uma disciplina difícil e sim introduzida ou apresentada para os estudantes, muitas vezes de forma errônea, passando assim essa visão. Para Silveira:

> Valendo-se da tríade "ler, escrever e contar", a Matemática ocupa o lugar das disciplinas que mais reprova o aluno na escola. A justificativa que a comunidade escolar dá a esta "incapacidade" do aluno com esta área do conhecimento é que "Matemática é difícil" e o senso comum confere-lhe o

> aval. Como Matemática é considerada útil, o aluno não pode passar para a série seguinte sem atestar seu conhecimento na disciplina e desta forma aceita-se inclusive que o aluno seja reprovado apenas em Matemática, nem que seja por décimos para atingir a média instituída pela escola onde estuda (SILVEIRA,2002, p. 1).

Segundo a mesma autora e com base em autores citado neste trabalho, esse é um fato que ocorre há muito tempo, e que vem sendo alimentado pela mídia, por toda a comunidade escolar, pelos pais, etc.. Diante disso é claro que o estudante irá acreditar fielmente que Matemática é difícil e sem dúvida terá dificuldades nas séries iniciais do fundamental até as séries finais do ensino médio, isso se ele não abandonar a escola por conta dessa dificuldade.

É comum escutarmos dos estudantes ou até mesmo de professores, as seguintes perguntas: “para que eu preciso aprender Matemática”? Ou “por que essa disciplina consta no currículo escolar”? E em geral as respostas são: porque a Matemática é essencial nas atividades práticas que envolvem aspectos quantitativos da realidade, desenvolve o raciocínio lógico etc, (TOLEDO; TOLEDO, 1997).

Por outro lado, poucas são as pessoas que conseguem ao longo dos anos que frequentam ou frequentaram as escolas, atingir esses objetivos, como irá relatar Toledo e Toledo:

> Se consultarmos algumas pessoas sobre sua formação escolar em Matemática, contudo, poucas concordarão que esses objetivos foram alcançados. As razões desse insucesso podem ser encontradas em várias direções. Exemplos: método de ensino inadequado; falta de uma relação estreita entre a Matemática que se aprende nas escolas e as necessidades cotidianas; ou defasagem da escola quanto aos recursos tecnológicos mais recentes (TOLEDO; TOLEDO, 1997, p. 10).

Outro aspecto muito relevante nessa questão são os fatos históricos que também contribuíram e contribuem para o insucesso dessa ciência, como nos relata Silveira (2002), mencionando histórias de como os grandes filósofos viam e trabalhavam com essa disciplina, supervalorizando-a e selecionando pessoas que segundo eles eram aptos para fazer uso da mesma e para os que não passavam nos testes propostos eram excluídos e humilhados como fazia Pitágoras. De acordo Schuré (apud Silveira, 2002), para uma pessoa fazer parte do instituto pitagórico, o mesmo deveria passar por provas de extrema dificuldade, como: passar à noite em uma caverna assustadora a base de pão e água tentando decifrar o sentido de um símbolo determinado pelo mestre Pitágoras. Aqueles que não conseguiam decifrar tal incógnita eram julgados incapazes para entrar na iniciação. Esse dado mostra que não é de agora que existe esse mito de que

Matemática é difícil e que é para poucos. Mas se observamos a nossa volta perceberemos que direta ou indiretamente ainda existem muitos professores “pitagóricos”, que fazem seleção o tempo todo, reforçando a ideia da complexidade na disciplina de Matemática.

Com essas evidências concluímos que a dificuldade e o temor frente à Matemática, é baseada em crenças e mitos que vêm se arrastando por toda a história da Matemática, práticas de ensinamentos fora de contexto; falta de materiais pedagógicos de qualidade, etc.

O professor e sua conduta

Como apresentado anteriormente é possível trabalhar com a Matemática de uma forma que não cause temor nos estudantes. Todavia é de extrema relevância que os educadores tenham consciência do seu papel frente aos educandos, rompendo paradigmas e renovando seus conhecimentos dia a dia, com a finalidade de levar para a sala de aula um trabalho produtivo e enriquecedor para o maior número possível de estudantes. Como nos relata Marim:

> Acredita-se que é possível reorientar o ensino da Matemática, de modo a torna-lo uma experiência escolar de sucesso. Isso pressupõe naturalmente uma intervenção nos mais diversos níveis, incluindo as práticas pedagógicas, o currículo, o sistema educativo, e a própria sociedade em geral, promovendo uma visão dessa disciplina como uma ciência em permanente evolução, que procura responder aos grandes problemas da época. (2010, p. 40).

Marim (2010) mencionam ainda que é muito importante que os professores tenham consciência que sua formação inicial é básica não lhes dando um suporte nem a garantia para a construção do conhecimento pedagógico, por essa razão faz-se necessário que haja formação continuada, com a finalidade de melhorar e expandir seus conhecimentos que irão se refletir diretamente na aprendizagem dos estudantes.

Outro fator relevante que o mesmo autor coloca é que não só os professores precisam estar engajados nessa perspectiva, mas que também exista a colaboração e participação de toda a comunidade escolar, pois espera-se que os mesmos partam da ideia que a construção dos saberes não se dá de forma isolada, pelo contrário ela ocorre em parceria com todos os profissionais da educação.

Neste sentido cabe mencionar que analisar a prática docente e encontrar suas fragilidades, não é tarefa fácil, pois cada ser humano tem suas especificidades por isso quanto mais o professor dominar os conteúdos as serem trabalhados e quanto mais segurança e eficiência o mesmo tiver mais fácil será para ele detectar as fragilidades que existem em sua sala de aula e atingir seus objetivos como educador (MARIM, 2010).

Se tratando de ambiente escolar, as autoras Nacarato, Mengali e Passos (2009), apontam que um ambiente favorável e adequadamente estruturado ajuda muito nas aulas de Matemática. Nesse ambiente é essencial que haja o diálogo entre todos na sala de aula, nele o estudante deverá ter voz e vez, ou seja, é preciso existir o compartilhamento de ideias e saberes. Esse ambiente deverá ser democrático, como cita Freire (1996, p. 113): "Se na verdade, o sonho que nos ensina é democrático e solidário, não é falando aos outros, de cima para baixo, sobretudo, como se fôssemos os portadores da verdade a ser transmitida aos demais, que aprendemos a escutar, mas é escutando que aprendemos a falar com eles". Freire (1996) menciona ainda que ensinar não é transmitir conhecimentos, mas sim criar condição para a sua construção, ou seja, o professor deve proporcionar a todos os estudantes um ambiente rico e estimulador, se comprometer com o aprendizado, realizando sempre uma reflexão crítica de si e do outro.

Portanto cabe ressaltar que para um melhor desempenho nas aulas de Matemática a comunicação e professores democráticos, são essenciais, para que se quebre o velho tabu o qual muitos estudantes e professores acreditam que ensinar matemática é apontar erros e corrigi-los, como relatam Alrø e Skovsmose:

> O absolutismo filosófico sustenta que algumas verdades absolutas podem ser obtidas pelo indivíduo. O absolutismo da sala de aula vem à tona quando os erros (dos alunos) são tratados como absolutos: "Isto está errado!", "Corrija essas contas!". Desta forma o absolutismo de sala de aula parece querer sustentar que os erros são absolutos e podem ser eliminados pelo professor. Não queremos dizer, contudo, que seja proibido apontar erros em sala de aula. Não queremos pregar o relativismo absoluto. Mas temos a impressão de que o absolutismo na filosofia da Matemática foi transferido automaticamente para o absolutismo pedagógico, que fundamenta certas maneiras de interação em sala de aula. (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 22):

De acordo com Alrø e Skovsmose (2010) o mesmo problema acontece com os estudantes nas aulas de Matemática na qual o professor determina o que é certo e o que é errado sem mostrar os critérios que fundamentam tais decisões, tornando os estudantes limitados não permitindo que eles encontrem caminhos e soluções diferenciadas para determinadas situações problemas. Outro quesito que demonstra a burocracia nas salas de aulas são as regras determinadas das quais os estudantes quase nunca têm uma resposta concreta ou que satisfaçam suas dúvidas, pelo contrário escutam respostas do tipo: "Nós não podemos fazer nada a respeito"; "Isto está fora do nosso alcance!" ou ainda: “As coisas são do jeito que são por causas das regras e das normas!” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010 p. 26). Portanto para os autores, o professor de matemática numa aula absolutista está impedindo de mudar o fato de que os estudantes têm que fazer certos tipos de exercícios e que as formulas que eles têm que usar são aquelas escritas no alto da página.

O professor precisa ser claro nas atividades propostas e manter uma boa relação com a sala, isso irá favorecer o desejo de aprendizagem dos estudantes como também será mais fácil para eles entenderem o que se pede tornando as aulas de Matemática produtivas e prazerosas.

Como relatam esses autores além de um ambiente favorável e agradável é preciso que os professores sejam também pessoas centradas, educadas que se preocupem com os estudantes, que os respeitem como pessoas, que possam lhes transmitir confiança e carinho. Isso não quer dizer que o professor não deva chamar a atenção do estudante quando necessário. Contudo ele não pode esquecer que seu estudante é um aprendiz e que precisa ser acolhido para perto de si e do conhecimento.

Estratégias pedagógicas para o ensino de Matemática

Como foi visto até aqui a Matemática não é nenhum “bicho papão”, como é colocado por muitos estudantes ou até mesmo alguns professores, mas que seu insucesso está relacionado, muitas vezes, com a falta de experiências e despreparo dos professores para ministrar as aulas, falta de materiais adequados, professores burocráticos, aulas mecânicas e descontextualizadas, entre outras razões. Foi apresentado também que o grande responsável para que o aprendizado aconteça de maneira prazerosa e contextualizada, é o professor, que com boas condutas e os meios adequados utilizados pode conduzir essa disciplina de uma forma a aproximá-la ao máximo da realidade do estudante e do seu cotidiano. Pois como se sabe a Matemática faz parte da vida da criança desde a sua existência como está exposto no documento “Brasil, Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa”:

> [...] Desde a infância até a vida adulta lidamos com números para quantificar, comparar, medir, identificar, ordenar e operar nas mais diferentes situações e com os mais diferentes propósitos: contamos pontos para ver quem ganhou o jogo, queremos saber qual time de futebol está em primeiro lugar, quem tem mais bombons, medimos para ver quem é mais alto ou o mais magro, dividimos uma barra de chocolate de forma justa para que ninguém coma menos que outros, estimamos a velocidade de um carro que se aproxima para saber se será possível atravessar a rua naquele momento, estabelecemos uma razão entre preços e quantidades de um produto para fazer a melhor compra no supermercado, seguimos a sequência dos números das casas em uma rua

para acharmos o endereço desejado, usamos o número com o uma identificação em nossa carteira de motorista, na placa de carro, etc. (BRASIL, 2014, p. 21).

Em suma, como relata este documento, à criança e o adulto a sua volta lidam com números o tempo todo e por essa razão o professor não pode esquecer que o estudante já possui conhecimentos matemáticos e que cabe a ele usar métodos qualificados para aperfeiçoar esses conhecimentos. Indo de encontro com essa afirmação os Parâmetros Curriculares Nacionais (Matemática) apontam que:

> É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática (BRASIL, 1997, p. 32).

Portanto, o professor deve estar atento e deve valorizar novos recursos que na maioria das vezes fazem parte do cotidiano dos estudantes. Para Marim (2010) o momento da escolha do material didático é muito relevante que o professor conheça a realidade em que os estudantes estão inseridos isso é fundamental para ele direcionar seu trabalho, explorando o universo dos mesmos.

Nesse sentido um dos recursos que ajudam muito no aprendizado dos estudantes que faz parte do seu cotidiano são os jogos. De acordo com Gitirana e Carvalho (2010, p. 35):

> O jogo é um recurso didático bastante recomendado pelos estudos em Educação Matemática e está muito presente nos livros dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Além de valorizar o aspecto lúdico da aprendizagem, os jogos têm papel importante na integração da criança ao contexto escolar. Podem auxiliar o aluno, com a ajuda do professor, a: construir o conhecimento matemático em grupo; entender e discutir as regras de ação e negociar ideias e decisões; além de desenvolver comunicações Matemáticas e validá-las. Amarelinhas, trilhas, tabuleiros, cara ou coroa, boliche, caça ao tesouro, memória, são alguns dos diversos jogos que é possível experimentar com as crianças. Também é importante trazer para a sala de aula os jogos próprios da cultura de sua região, conhecidos por seus alunos, e suscitar a exploração dos conteúdos matemáticos neles envolvidos.

Seguindo este pensamento a autora Grando, relata que:

> As crianças, desde os primeiros anos de vida, gastam grande parte de seu tempo brincado, jogando e desempenhando atividades lúdicas. Na verdade, a brincadeira parece ocupar um lugar especial no mundo delas. Os adultos, por sua vez, têm dificuldade de entender que o brincar e o jogar, para a criança, representam sua razão de viver onde elas se esquecem de tudo que a cerca e se entregam ao fascínio da brincadeira. A experiência docente tem mostrado que muitas crianças ficam horas, às vezes, prestando atenção em um único jogo e não se cansam. E muitas dessas crianças são categorizadas, pela escola, como aquelas com dificuldade de concentração e observação nas atividades escolares. (GRANDO, 2004, p. 17)

De fato, essa é uma afirmação muito presente tanto na escola como na vida extraescolar do estudante, mas infelizmente ainda existem muitos pais e professores que usam de chantagem com seus filhos ou estudantes usando o jogo ou a brincadeira como um presente se eles fizerem as lições. Nesse sentido, a criança passa a ver as brincadeiras e jogos como um prêmio e não como algo essencial para seu desenvolvimento e por conta disso muitas vezes o estudante se desinteressa pelas atividades escolares porque estas representam um obstáculo à brincadeira.

> Quando nos referimos à utilização de jogos nas aulas de Matemática como um suporte metodológico, consideramos que tenha utilidade em todos os níveis de ensino. O importante é que os objetivos com o jogo estejam claros, a metodologia a ser utilizada seja adequada ao nível em que está trabalhando e principalmente, que represente uma atividade desafiadora ao aluno para o desencadeamento do processo (GRANDO, 2004, p. 17).

Como visto o jogo pode ser um grande aliado em vários aspectos do aprendizado, contudo é fundamental a participação e intervenção do professor para orientar, registrar, incentivar, criar novas possibilidades, aguçar a criatividade dos estudantes, e claro nunca esquecer que são crianças, portanto é importante que os primeiros contatos com os jogos sejam vivenciados por eles como um aspecto lúdico para que eles explorem todo o material (GITIRANA; CARVALHO, 2010).

De acordo com os autores Gitirana e Carvalho (2010) as tecnologias também são hoje grandes aliadas para os professores, devido ao interesse e curiosidade que todas as crianças dispõem sobre estes recursos e que na maioria das vezes já fazem parte de seu cotidiano.

> As tecnologias da comunicação estão cada vez mais difundidas na sociedade. A cada momento, nos deparamos com seu uso nos bancos, supermercados, farmácias, entre outros. Assim, o uso dessas tecnologias em sala de aula é essencial para a formação de um cidadão pleno, que possa desenvolver e aplicar o seu conhecimento matemático no dia a dia e consiga aproveitar as potencialidades desses recursos para aprender mais (GITIRANA; CARVALHO, 2010, p. 49).

Neste contexto, os autores Gitirana e Carvalho (2010) expõem o uso da calculadora: saber fazer uso é uma das competências que o professor deve favorecer aos estudantes, pois com ela, eles desenvolvem ainda mais o cálculo, e auxiliam nas situações problemas.

Esses autores relatam ainda que:

> Os computadores e internet também oferecem oportunidades que facilitam o desenvolvimento e o entendimento de conceitos e procedimentos matemáticos. Entre outras possibilidades, o uso de figuras elaboradas em aplicativos (softwares) de geometria dinâmica pode auxiliar o aluno a entender as figuras geométricas como classes, diferenciando-as do simples desenho da figura. (GITIRANA; CARVALHO, 2010, p. 49).

Como se percebe existem muitas maneiras de ensinar Matemática. Cabe aos educadores não se limitarem e se atualizarem buscando as melhores estratégias com a finalidade de melhor atender a demanda dos estudantes nas salas de aula. Para tanto as autoras, Nacarato, Mengali e Passos (2009), contribuem para esta questão apresentando outra estratégia que favorece muito no aprendizado dos estudantes não só na Matemática como também em outras disciplinas que é o uso da interdisciplinaridade em sala de aula.

Como exemplo de proposta interdisciplinar, Nacarato, Mengali e Passos (2009) relatam o uso da literatura infantil juntamente com a disciplina de Matemática. Segundo as autoras:

> É importante propor esse tipo de atividade, para que, na medida do possível, os alunos encontrem, na diversidade dos textos apresentados, uma relação entre a leitura e os conteúdos matemáticos, o que não deixa de ser uma "situação problema". Com isso, devem-se explorar as ideias matemáticas e a compreensão dos textos, ao mesmo tempo. Diante dessa ação, as habilidades podem ser desenvolvidas concomitantemente, enquanto os alunos leem, escrevem e discutem, pois nesse momento as ideias e os conceitos abordados por eles serão linguísticos e matemáticos. (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009, p. 102).

Assim, o trabalho com os textos literários infantis é importante, pois proporcionam aos estudantes vivenciarem conhecimentos matemáticos de uma forma contextualizada. Para isso acontecer o professor deve direcionar seus estudantes e criar situações-problemas a partir da leitura de um dos testos literários infantis, que podem até serem escolhidos pela sala. Essa prática também abre espaço para a comunicação nas aulas de Matemática, que de uma forma geral é caracterizada pelo silêncio e pela realização de atividades mecânicas.

Diante desses relatos cabe ressaltar que o professor deve ser o condutor do aprendizado para que os estudantes aproveitem ao máximo às estratégias de ensino utilizadas pelo mesmo. É importante também deixar claro que não bastam apenas estratégias e materiais pedagógicos de última geração, o professor precisa gostar do que faz para ministrar suas aulas com dedicação e responsabilidade.

Conclui-se que sem dúvida todos estes recursos são excelentes, porém para que de fato eles tenham significado e possam ajudar os estudantes no aprendizado da Matemática é preciso comprometimento e muita habilidade por parte dos professores para ministrar tais estratégias e atingir os objetivos propostos que é o aprendizado e o gosto pela disciplina de Matemática.

É importante deixar claro também que esses não são os únicos métodos de ensino, portanto cabe o professor fazer o diagnóstico da situação de seus estudantes para propor o método que melhor se enquadra com a realidade da turma e que as Instituições de Ensino possam dar condições favoráveis aos professores para que eles possam direcionar suas aulas com eficiência.

Considerações finais

Após a realização de pesquisas teóricas e científicas, verificou-se que a complexidade não está diretamente ligada a disciplina de Matemática, mas sim em ideias pré-concebidas de que Matemática é difícil. Outro fator que contribui para o insucesso matemático são as experiências negativas que os estudantes vivenciaram com alguns professores, falta de interesse e desmotivação os quais despertaram neles uma visão de autoestima negativa de si própria; falta de apoio familiar que muitas vezes já trazem em sua bagagem muitas crenças e desgosto por essa disciplina; falta de experiência e incentivo dos professores; falta de materiais pedagógicos e de professores capacitados, que pautem seu trabalho a partir da realidade dos estudantes, contextualizando o aprendizado matemático com o seu dia a dia, entre outras causas.

Diante de tais afirmações é possível buscar alternativas e estratégias de trabalho pedagógico para mudar essa visão errônea que muitos estudantes, professores e familiares construíram ao longo da história a respeito da disciplina de Matemática, para tanto é importante que os professores estejam dispostos a buscar novos conhecimentos e não se limitem apenas a sua formação inicial, a qual serve apenas de base para sua profissão. O uso adequado dos recursos pedagógicos é essencial para o bom desempenho dos estudantes, contudo estes precisam estar relacionados com o cotidiano dos mesmos, para que seu aprendizado seja significativo e prazeroso.

Constatamos ainda que existem muitos meios e estratégias para trabalhar com essa disciplina e atender os mais variados tipos de estudantes, levando em consideração o meio o qual ele está inserido o que é fundamental para seu aprendizado. Portando o melhor caminho a seguir para obter sucesso nos ensinamentos matemáticos é ser dedicado, atualizado, fazer uso de diversos materiais e estratégias de ensino, ser atencioso, e tratar a todos com respeito e carinho.

Referências bibliográficas

ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática.* 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BRAGHIROLLI, Elaine Maria. *Psicologia Geral.* 31 ed. Petrópolis, RJ. 2012

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 31 out. 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:* quantificação registros e agrupamentos. Brasília: MEC, SEB, 2014.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. *Metodologia do Ensino da Matemática.* 2. ed. São Paulo: Cortez, 1994. (Coleção Magistério 2° grau. Série formação do professor).

CARVALHO, João Pitombeira de; LIMA, Paulo Figueiredo. *Escolha e uso do livro didático.* In: CARVALHO, João Bosco Pintombeira Fernandes (coord.). Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de educação Básica, 2010, p. 15-30.

D'AMBROSIO, Ubiratã. *Da Realidade à Ação Reflexões Sobre Educação E Matemática.* São Paulo: Summus; Campinas: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Autonomia:* saberes necessários à prática educativa. 28 ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GIL, Antonio Carlos. *Métodos e Técnicas de Pesquisa Social.* São Paulo: Atlas, 2008.

GITIRANA, Verônica, CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. A metodologia de ensino e aprendizagem nos livros didáticos de matemática. In: CARVALHO, João Bosco Pintombeira Fernandes (coord.). Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de educação Básica, 2010, p. 31-52.

GRANDO, Regina Célia. *O Jogo e a Matemática no Contexto da Sala de Aula.* São Paulo: Paulus, 2004.

MARIM, Vlademir. Ensino de matemática nas séries iniciais da educação básica: uma análise das necessidades de formação de professores. In: OLIVEIRA, Cristiane Coppe; MARIM, Vlademir (orgs.). *Educação Matemática:* contextos e práticas docentes. Campinas: Alínea, 2010, p. 40-49.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva; PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglion. *A Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental:* tecendo fios de ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

SILVEIRA, Maria Rosâni Abreu da*. "Matemática é Difícil":* um sentido pré-construído evidenciado na fala dos alunos. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO (ANPED), 25, 2002. Anais**...** Caxambu, 2002, p. 1-17. Disponível em:

TOLEDO, Marília, TOLEDO, Mauro. *Didática de Matemática: como dois e dois: a construção da matemática.* – São Paulo: FTD, 1997. – (conteúdo e metodologia).

Perspectivas curriculares docentes em matemática discreta de um curso superior de tecnologia

Jefferson Biajone

jbiajone@gmail.com

centro paula souza - FATEC de itapetininga.

Resumo

Esta pesquisa de doutorado em andamento em Ensino de Ciências e Matemática analisa a influência de decisões tomadas por professores na trajetória de produção curricular da Matemática Discreta (MD) no currículo de um Curso Superior de Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas (ADS) de uma rede de faculdades tecnológicas brasileira. Em termos de prescrição, a MD visa propiciar fundamentação matemática voltada às aplicações existentes ao longo da formação no curso. No entanto, relatos de seis professores que a lecionam nesta rede apontam perspectivas curriculares diversas da prescrição, indicando que as decisões deles sobre conteúdos, tratamentos e finalidades resultam, por vezes, na supressão de tópicos, diferentes profundidades, ou mesmo finalidades diversas. Partindo da hipótese de que isto se deve a um conjunto de crenças e condições contextuais por eles vivenciados ao buscar interpretar, traduzir e construir o currículo de MD para ADS, esta pesquisa qualitativa se fundamenta em Teoria de Curriculo, Abordagem do Ciclo de Políticas, História de Disciplina, Recontextualização e Hibridismo e, por metodologia, um estudo de caso sobre os seis professores de MD entrevistados, amparado por revisão bibliográfica sobre recomendações e diretrizes curriculares de MD. Análises realizadas apontam que os diferentes recortes curriculares desses professores podem influenciar sobremaneira no status e na consolidação do espaço e da legitimação dessa disciplina no curriculo de ADS.

Palavras-chave: Matemática Discreta; Curriculo; Ensino Superior Tecnológico; Perspectivas Curriculares docentes.

Introdução

No Brasil, a formação de cidadãos que almejam exercer uma profissão em contextos de expressivo predominio de tecnologias, encontra sua oferta e realização tanto em nível médio quanto em nível superior de ensino.

De fato, a denominada modalidade de Educação Profissional Tecnológica, a qual busca integrar educação, trabalho e ciência e tecnologia, vem ganhando cada vez mais espaço, e em especial, no Ensino Superior, à medida que visa formar profissionais habilitados para num setor produtivo prenhe de evoluções e incertezas constantes, onde já se encontram superados o mero domínio operacional de técnicas, bem como o atendimento preciso das necessidades do mundo do trabalho, estas cada vez mais imprevisíveis.

Com efeito, os desafios proporcionados pela influência crescente da tecnologia têm gerado um quadro de transformações contínuas na atualidade, sendo que o domínio e a reprodução de procedimentos repetitivos e mecânicos de perspectivas tayloristas parecem não mais atender ao dinamismo, agilidade e flexibilidade que essa mesma influência tem implicado nos processos econômicos, produtivos, mercadológicos e sociais.

Como resultado, para o profissional formado nesta modalidade de educação, a aquisição de um conjunto de competências em consonância com o avançar da tecnologia torna-se primordial, competências essas que o capacitem a realizar uma "correta utilização e aplicação da tecnologia e o desenvolvimento de novas aplicações ou adaptação em novas situações profissionais, quanto ao entendimento das implicações daí decorrentes e de suas relações com o processo produtivo, a pessoa humana e a sociedade" (Brasil, 2002, p.18).

Em nosso país, o profissional formado nessa modalidade de educação é denominado tecnológo e seu exercício profissional se encontra no limiar entre os do bacharel (nível superior) e o do técnico (nível médio).

A problemática que motivou a realização da pesquisa de doutorado em andamento objeto deste trabalho adveio do contexto de minha prática de ensino da disciplina de Matemática Discreta (MD) pertencente a um curso superior de tecnologia oferecido por uma Instituição de Ensino Superior Tecnológico (IEST) brasileira e que visa a formação do profissional tecnólogo para a área de Análise e Desenvolvimento de Sistemas (ADS).

Com efeito, ao ter assumido aquela disciplina, tratava-se da primeira vez em que eu a lecionava e ainda mais para um curso superior de tecnologia em ADS, o qual eu desconhecia tanto a natureza dessa formação universitária, quanto às finalidades que a MD poderia lhe interessar.

Busquei então conhecer essa disciplina na matriz curricular do curso de ADS que me foi entregue pela coordenação. Este documento, além de tratar das finalidades e competências, apresenta as ementas de todas as suas disciplinas organizadas por assuntos, objetivos, carga horária e referências bibliográficas, constitui a única prescrição curricular dessas disciplinas em vigor na IEST para o referido curso.

Nessa prescrição, consta ser o objetivo da MD em ADS desenvolver no aluno a compreensão de conceitos fundamentais da Matemática que sejam de interesse à Computação, em situações problema relacionadas àquele curso.

Para tanto, a ementa apresenta a seguinte listagem de assuntos: 1) teoria de conjuntos, 2) indução matemática, 3) análise combinatória, 4) lógica formal, 5) relações, 6) funções e 7) grafos e árvores. No entanto, esta listagem se limita aos assuntos apenas, não havendo qualquer menção sobre que conteúdos, sequências, profundidades ou finalidades cada um dele poderia atender em ADS.

Ao buscar maiores esclarecimentos com a coordenação e colegas professores, fui apresentado a alguns planos de ensino de MD de outros campi, nos quais encontrei listagem muito similar à da ementa, mas com pequenas alterações em termos de sequência e de organização nas semanas de duração do semestre da disciplina.

Não obstante, em face da premente necessidade de lecionar a disciplina, pois o semestre se iniciaria dali a alguns dias da atribuição, só me restou buscar apoio nas referências bibliográficas constantes na ementa, mas a expressiva quantidade e densa profundidade que cada assunto eram nelas trabalhados me fizeram perceber que não seria fácil discernir o que selecionar para o curso de ADS.

Nesse sentido, optei por desenvolver a disciplina pelo enfoque matemático que acabei julgando ser o mais pertinente, isto é, realizando minha leitura da prescrição de acordo com o que eu havia aprendido na minha própria graduação em Matemática e da matemática que eu já havia lecionado no Ensino Médio e no Ensino Superior.

Mas questionamentos me incomodaram ao longo de todo aquele semestre. De fato, que situações problema seriam essas em ADS que a MD poderia aplicar seus conceitos fundamentais? Além disso, que conceitos fundamentais seriam esses? Por outro lado, que conteúdos desses assuntos deveriam ser explorados? estaria a sequência da ementa a mais acertada para se lecionar esses assuntos?

Sem dúvida, estava claro para mim desde o início do semestre que não só a decisão do que ensinar caberia exclusivamente a mim, como tal decisão estava subordinada a uma variedade de enfoques, alcances, profundidades e maneiras que cada um daqueles sete assuntos poderia assumir ao longo do ensino daquela disciplina.

Como resultado, terminei aquele semestre insatisfeito ao constatar que minhas escolhas do que ensinar não foram exitosas em discutir aplicações da MD em ADS. Pareceu-me que a interpretação que fiz de seu currículo mais concorreu para a formação de matemáticos e do que para tecnólogos.

Parte da insatisfação que senti, relaciono a condições contextuais que vivenciei e que foram de influência decisiva na leitura que fiz daquele currículo. Por outro lado, foram essas mesmas condições que revelaram ser insuficiente a carga horária da disciplina para o seu desenvolvimento pleno num único semestre.

Uma condição contextual assim reveladora foi pelo fato dos encontros semanais da disciplina ocorrerem num único dia, com quatro aulas consecutivas de cinquenta minutos cada. Aulas assim organizadas mostraram ser contraproducentes para a qualidade do ensino e da aprendizagem de todos os envolvidos, dada a prolongada exposição ao conteúdo, num único e deveras cansativo encontro semanal.

Ademais, a presença de feriados, atividades extra-curriculares no curso, aulas previstas para revisão e recuperação de aprendizagem e realização de avaliações da disciplina fizeram reduzir 20% dessa carga horária de oitenta horas, o que acabou inviabilizando a possibilidade de se cumprir todos os assuntos da ementa.

Por outro lado, condições contextuais relativas aos alunos foram as que tiveram a maior influência nas decisões que tomei sobre que MD desenvolver naquele curso. De fato, as defasagens da Matemática do Ensino Médio por eles apresentadas assumiram um desafio ainda maior nas decisões curriculares que tomei, as quais não foram definitivas quando planejei a disciplina, mas foram mudando em face das estratégias de aprendizagem que precisei elaborar ao me deparar com as defasagens dos alunos que foram emergindo nos assuntos explorados.

Outra condição contextual foi relativa à própria natureza da disciplina, a qual me deixou intrigado desde quando tive sua prescrição em mãos, porquanto a MD mais me pareceu um “frankenstein” de assuntos diversos, aparentemente estanques e sem conexão alguma entre si, reunidos que foram aparentando fornecer ao aluno um pacote de conhecimentos matemáticos mínimos ao curso de ADS.

Essa minha crença a respeito da disciplina se confirmava sempre ao ter que decidir quando deixar um assunto para ingressar em outro, sendo que tal passagem não foi um processo isento de tensões e rupturas, pelo contrário, concluído um assunto, eu já iniciava outro com a turma e assim subsequentemente, sem maior tempo para reflexão, revisão e aprofundamento do trabalho realizado. Também não me foi possível nortear os sete assuntos em torno de temática unificadora, pois me pareceu que ela não existia.

Como resultado, meu trabalho se resumiu em avançar com a disciplina, sempre tensionado pelo decrescente número de aulas disponíveis, em face da quantidade de assuntos a lecionar, exercícios para desenvolver, correções para realizar, avaliações para aplicar e recuperações de aprendizagem para empreender.

Por fim, houve também condições contextuais relativas ao próprio curso de ADS no que se referiu ao nível de diálogo entre as disciplinas básicas e disciplinas profissionalizantes constantes em sua grade curricular.

Do que vivenciei naquele semestre, pouca aproximação houve entre ambas as disciplinas de forma que diálogos pudessem ser estabelecidos no sentido de se explorar como disciplinas básicas, entre elas a MD, poderiam melhor servir na fundamentação às disciplinas profissionalizantes e, também, como destas últimas que interessavam à MD poderiam desta disciplina fazer uso em suas aplicações, por exemplo.

Mesmo em reuniões pedagógicas que ocorreram no começo e ao final do semestre, as discussões se limitaram a lidar com taxas de evasão de alunos, divulgação de vestibular, tarefas administrativas, atrasos em aula, exame nacional de graduação, entre outros. Nesse sentido, faltou um diálogo mais especializado, que buscasse nortear e integrar o trabalho de ambos os universos disciplinares nas finalidades que se poderiam esperar deles para a formação do tecnólogo em ADS.

Justificativa para o desenvolvimento da pesquisa

O primeiro semestre de MD relatado foi uma experiência significativa de produção de currículo dessa disciplina, fortemente conflitada por decisões que tive de tomar sobre o que ensinar (conteúdos), que sequência e profundidade adotar (tratamento) e que propósitos atender com seu ensino (finalidades), tanto na fase de planejamento da disciplina, quanto no seu desenvolvimento durante o semestre sob o ditame de crenças que eu desenvolvi sobre MD e de condições contextuais vivenciadas.

Nesse sentido, tornou-se claro para mim desde o início que a minha apropriação do currículo de MD em ADS não ocorreria de modo linear e isento de sobressaltos entre a leitura da prescrição e a sua implementação em sala de aula.

Pelo contrário, tal produção ocorreu de forma tensionada, oscilando entre minhas intenções de aceitação e resistência perante o que prescrito estava em termos de objetivos a atender e assuntos a lecionar e as crenças que desenvolvi sobre MD, seu ensino, aprendizagem, materiais didáticos, alunos e as condições contextuais encontradas no curso de ADS, o que produziu recortes ou o que denomino de perspectivas curriculares, híbridos entre o proposto e o concretizado (Bernstein, 1996; Lopes, 2005).

Diante da problemática exposta em que se configurou a produção de currículo dessa disciplina universitária, fundamental se tornou para o exercício de minha docência compreender que finalidades da MD importariam ao curso de ADS, ou seja, que conhecimentos essa disciplina poderia proporcionar pelo fato dela ser “importante ou válida ou essencial para merecer ser considerada parte integrante do currículo” dessa graduação tecnológica (Silva, 2000, p.13).

Foi na intenção de se revelar que conhecimentos seriam esses que esta pesquisa obteve sua motivação inicial, mas a justificativa de sua concretização encontrei na necessidade de se investigar que apropriações o professor realiza desse currículo ao produzi-lo na sua prática.

De fato, o currículo prescrito de uma disciplina universitária que normatiza assuntos, objetivos, referências bibliográficas, carga horária, entre outros itens é importante (e por vezes o único) documento norteador das decisões curriculares docentes e, como tal, sujeito está a recortes que a sua leitura, interpretação, tradução, podem provocar quando o professor dele se apropria na intenção de produzi-lo em sala de aula, recortes estes influenciados ainda por adaptações e negociações que se fazem necessárias neste contexto (Silva, 2014).

Argumento com base na experiência que relatei em ADS que mesmo se a ementa da MD apresentasse todos os assuntos em seus conteúdos, tratamentos e finalidades esmiuçados nas suas minudências para serem seguidos aula a aula, ainda assim, a implementação de seu currículo estaria sujeita a interpretações, adaptações e contestações que meu diálogo com a normatização ensejaria.

Nesse sentido, entendo que não basta tão somente discutir que finalidades uma disciplina universitária pode atender intermediada pelos seus conteúdo e tratamento ao curso em que ela presta a sua colaboração formativa.

Caberia, sobretudo, ir mais além e caracterizar que apropriação o professor faz dessa prescrição, porquanto fato é que ele produz currículo ao se apropria dela ao buscar implementá-la no cotidiano da sala de aula (Ribeiro, 2012; Matos e Paiva, 2007; Lopes, 2005; Connelly e Clandinin, 1992; Ball et al., 1992).

De fato, quando da tradução de um currículo para o contexto da prática, o professor naturalmente realiza mudanças e confere sentidos próprios a esse documento em face de suas histórias, capacidades e compromissos (Ball et al., 1992), seus entendimentos e experiências, ideias, crenças, orientações, hábitos e concepções pessoais (Ribeiro, 2012) que lhes são muito particulares e que podem influenciar sobremaneira a interpretação que ele faz das propostas normativas.

Trata-se, pois, de uma apropriação tensionada por intenções de aceitação e resistência, continuidade e ruptura com a prescrição; a qual pode ser atravessada por crenças que ele detenha e condições contextuais diversas que ele vivencia no exercício de sua real condição de produtor, e não de simples implementador, desse currículo (Biajone, 2014; Matos e Paiva, 2007; Lopes, 2005).

Ademais, revelar que leitura o professor de MD faz no exercício dessa condição pode ser de importância estratégica às instâncias formuladoras de políticas de currículo do curso de ADS em questão, porquanto conhecidas as apropriações realizadas nas perspectivas curriculares produzidas pelos professores, encaminhamentos poderiam ser propostos por essas instâncias em resposta à realidade das tensões e dos conflitos vividos pelos professores no processo dessas apropriações.

Fundamentação teórica da pesquisa

Partindo de dois objetivos investigativos, quais sejam, 1) discutir que finalidades a MD presta a formação do tecnólogo em ADS no que interessam conteúdos e tratamento dessa disciplina e 2) compreender que apropriações o professor realiza do currículo da MD ao produzi-lo no contexto de sua prática naquela formação universitária, argumento que o encaminhamento de ambos os objetivos passaria pelo caracterização do que proponho ser a trajetória de produção de currículo de MD em ADS, a qual se inicia pela constituição da MD como disciplina universitária, transita pela sua estabilização como prescrição na matriz daquele curso e atinge a sua apropriação como recorte ou perspectiva curricular produzida pelo professor nos momentos de elaboração e vivência dessa prescrição.

De fato, considero a disciplina universitária de MD como sendo uma construção cultural continuada, daí o caráter de trajetória que atribuo à produção de seu currículo, porquanto à medida que as condições que a produziram foram evoluindo e novos atores com ela se relacionando (recomendações, diretrizes, professores, alunos, cursos, etc.), novas (re)interpretações e mesclas de textos e discursos entre si foram surgindo, ou seja, recontextualizações que foram gerando novos sentidos e legitimando a sua presença na grade curricular de cursos superiores em Computação (Gupta, 2007; Bernstein, 1996).

Ademais, investigar essa trajetória serviria também para identificar que finalidades a disciplina de MD tem buscado atender desde o seu surgimento em nível curricular universitário, que evoluções essas finalidades eventualmente sofreram na recontextualização dos vários textos, contextos, condicionamentos e discursos que levaram a sua adoção num curso superior de tecnologia em ADS.

Para tanto, optei como fio condutor teórico dessa pesquisa as discussões de Ball et al. (1992) sobre ciclo de políticas de currículo, os quais consideram esta entidade como texto oriundo de políticas manifestas em vários contextos, entre os que interessam a este trabalho, o contexto da influência, o da produção de textos e o da prática.

Com efeito, no contexto da influência, grupos de interesse disputam entre si a influência que podem ter na "definição das finalidades sociais da educação e do que significa ser educado" (Ball et al., 1992, p. 19). Na MD, argumento que seu texto curricular foi resultado de disputas entre grupos de interesses, estes compostos por matemáticos, profissionais da Computação, empresários, etc, cujos diferentes discursos buscaram influenciar a definição do que seria a disciplina e do que significaria ser educado por ela na graduação universitária (Gupta, 2007).

O mesmo vale para a IEST, na qual discussões em nível de contexto da influência ocorreram e decisões foram tomadas por grupos interessados em incluir essa disciplina na formação do tecnólogo em ADS, definindo a partir daí que conteúdos e tratamento deveriam ser observados em função de finalidades por eles julgadas pertinentes.

Quanto ao contexto da produção de texto, Ball et al. (1992) afirmam que consensos e acordos resultantes de disputas entre diversos grupos de influência tomam neste contexto a forma de textos legais, oficiais, comentários formais ou informais, pronunciamentos, vídeos, entre outras formas. Referente à pesquisa, este contexto corresponderia ao das recomendações e diretrizes curriculares nacionais e internacionais de ensino da MD universitária, do projeto pedagógico do curso de ADS, da sua matriz curricular, bem como planos de ensino e referências bibliográficas, os quais também podem ser possibilidades textuais prescritivas da MD.

Quanto ao terceiro e último momento dessa trajetória, o da apropriação do currículo prescrito pelo professor de MD, este corresponderia ao contexto da prática enunciado por Ball et al. (1992), no qual políticas curriculares se encontram sujeitas às leituras diversas quando do processo de sua apropriação.

Segundo Goodson (1997) essa apropriação pode ocorrer em dois momentos, o da 1) elaboração que corresponderia a interpretação, tradução e produção que o professor realiza da prescrição intermediado por suas crenças, hábitos, entendimentos, histórias, capacidades e compromissos e o da 2) vivência relacionado às negociações e adaptações resultantes da interação e do diálogo que o docente empreende com a prescrição, alunos, outros professores e disciplinas do curso de ADS, instituição, bem como condições contextuais que ele se depara no contexto da prática deste curso superior tecnológico.

Procedimentos Metodológicos e de Análise dos Dados

Em face da problemática, dos objetivos investigativos e do referencial teórico anunciados para esta pesquisa, duas se tornaram as suas questões norteadoras, a saber, 1) Que caminhos foram percorridos da constituição da disciplina de MD no contexto de sua influência universitária até a sua estabilização no contexto da produção do texto prescritivo do curso de ADS? 2) Que apropriações o professor realiza do currículo da MD ao produzi-lo no contexto da prática do curso de ADS.

Ambas as questões norteadoras serviram ainda para formular da questão central da pesquisa, qual seja, que trajetória é percorrida pela disciplina de MD na produção de seu currículo nos contextos da influência, da produção de textos e da prática num curso superior de tecnologia em ADS?

Para tanto, adotou-se a pesquisa de campo como modalidade de investigação, tendo no Estudo de Caso a estratégia de produção de conhecimentos empregada por esse trabalho no sentido de caracterizar a trajetória de produção do currículo de uma disciplina universitária, algo singular, delimitado num curso de formação de tecnólogos e que possui um valor em si mesmo segundo a problemática já discutida (Ponte, 2006).

Visando, pois, compreender o caso específico da trajetória de produção de currículo da MD nos contextos da influência, produção de textos e prática do curso de ADS, processos e dinâmicas envolvidos se tornaram objeto de descrição e de análise deste estudo, sendo que pesquisas bibliográficas e entrevistas semi-estruturadas foram os instrumentos de coleta de informações tendo em vista o encaminhamento da questão investigativa nas suas questões norteadoras.

De fato, para a primeira questão norteadora foram analisados documentos oriundos de duas pesquisas bibliográficas realizadas. Com efeito, a primeira se debruçou sobre autores relacionados ao contexto da influência da MD, enquanto que a segunda analisou documentos produzidos no contexto da produção de textos dessa disciplina, entre eles planos de ensino de MD de todos os trinta campi da IEST;

Ademais e no intuito de contextualizar e complementar os dados oriundos dessas revisões foram entrevistados dois especialistas em ADS (um pertencente à IEST e outro externo a ela) e dois coordenadores desse curso lotados em dois campi da instituição.

Quanto ao encaminhamento da segunda questão norteadora, a interessada na apropriação do currículo no contexto da prática do curso de ADS, foram entrevistados seis docentes de MD de seis campi de IEST. Visando complementar as informações prestadas, outros três docentes foram entrevistados por lecionarem MD em cursos congêneres ao de ADS oferecidos em Instituições de Ensino Superior estrangeiras.

A figura 1 a seguir relaciona os procedimentos investigativos em apoio ao estudo de caso de acordo com os contextos do ciclo de políticas e sujeitos da pesquisa.

Figura 1 – Procedimentos Metodológicos da pesquisa

Fonte: Elaborado pelo autor (2015).

Outrossim, em face do estudo de caso empregado, dos múltiplos registros e das produções advindas das análises documentais e das entrevistas em confronto com a fundamentação teórica da pesquisa, sua questão e objetivos investigativos, os dados obtidos estão sendo organizados em torno de dois eixos de análise, o da 1) produção de currículo da disciplina de MD na sua constituição e estabilização no curso de ADS e o da 2) produção de currículo da disciplina de MD na sua apropriação no curso de ADS.

No primeiro eixo, as análises em andamento têm se concentrado nas contribuições que revisões bibliográficas e entrevistas com coordenadores e especialistas em ADS trouxeram sobre que finalidades a MD poderia atender naquele curso em termos de conteúdos e tratamento, ao ser analisada a trajetória da produção da disciplina no contexto da influência e no contexto da produção de textos, tendo por categorias a 1) constituição da MD no contexto da influência do curso de ADS (grupos de influência na IEST) e 2) a estabilização da MD no contexto da produção de textos do curso ADS (matriz, ementa, planos de ensino).

Quanto ao segundo eixo, as análises buscarão se concentrar nas contribuições que entrevistas com professores de MD trouxeram sobre os momentos de elaboração e de vivência da apropriação por eles realizada da prescrição de MD nas suas respectivas perspectivas curriculares.

Para tanto, serão utilizadas as categorias relativas às crenças 1) sobre a disciplina, 2) sua prescrição, 3) formas de tratamento, 4) finalidades a atender e 5) ensino-aprendizagem de MD que atravessaram momento da elaboração e as categorias relativas às condições contextuais sobre 1) materiais curriculares e didáticos, 2) conhecimentos prévios discentes, 3) docência e formação para MD/ADS, 4) relacionamento com instituição, 5) outras disciplinas e 6) docentes do curso de ADS relatadas pelos professores no momento da vivência de suas apropriações no contexto da prática do curso de ADS.

Resultados parciais e conclusões

No âmbito dos resultados que algumas das análises preliminares em torno desses dois eixos puderam inicialmente captar, tem emergido um posicionamento crescente de que a MD parece ter se constituído e se legitimado num terreno conflitante de interesses curriculares, contestado por grupos de interesse que buscam a primazia do que se espera dessa disciplina para a formação universitária de cursos da área de Computação, o que repercutiu no contexto da influência da formação do tecnólogo em ADS.

A repercussão de tais conflitos parece ter transcendido este contexto ao fazer sentir seus efeitos na produção de uma prescrição da MD sobremodo vaga para esse curso de tecnologia, relacionando assuntos sem os esclarecimentos necessários sobre que conteúdos, tratamentos e finalidades a atender, restando ao professor a iniciativa de fazê-lo, o que pode ocorrer de forma tensionada, ao ser atravessada por crenças e condições contextuais, resultando em perspectivas curriculares docentes diversas.

À guisa de conclusão, a pesquisa se encontra em momento de aprofundamento das análises as entrevistas realizadas com os professores de MD em concordância com o contexto de produção curricular da prática em que se encontram vinculados. No processo dessa concordância, dados estão sendo confrontados com os referenciais teóricos, ementa, planos de ensino e depoimentos dos especialistas de Computação e coordenadores em ADS, os quais buscaram igualmente esclarecer que visões detêm acerca do papel da MD na formação do tecnólogo a partir de suas respectivas experiências profissionais na área.

Por fim, a investigação em andamento tem revelado a possibilidade de emergência de um profícuo campo de estudos, que prenhe pode estar de potencialidades para a compreensão de perspectivas curriculares docentes de disciplinas matemáticas pertencentes a cursos superiores de tecnologia, em especial, Matemática Discreta e outras envolvidas na constituição do que ser denominado de uma educação matemática tecnológica (Biajone, 2014).

Referências Bibliográficas:

BALL, S.; BOWE, R.; GOLD, A. *Reforming education & changing school:* case studies in policy sociology. London and New York: Routlegde, 1992.

BERNSTEIN, B**.** *A estruturação do discurso pedagógico:* classe, códigos e controle. Vozes: Petrópolis, 1996.

BIAJONE, J. *Matemática Discreta na formação do tecnólogo em Análise e Desenvolvimento de Sistemas:* perspectivas curriculares. In: XI Colóquio sobre Questões Curriculares. Braga, Portugal, 2014.

BRASIL. *Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a organização e o funcionamento dos cursos superiores de Tecnologia.* Ministério da Educação e Cultura. Brasília. 2002.

CLANDININ, D. J.; CONNELLY, F. M. *Teacher as curriculum maker.* In: P. W. Jackson (Ed.) Handbook of research on curriculum. New York: Macmillan. 1992.

GOODSON, I. F. *A Construção Social do Currículo.* Lisboa: Educa, 1997.

GUPTA K. G. *Computer Science Curriculum Developments in the 1960s.* IEEE Annals of the History of Computing, vol.29, no. 2, pp. 40-54, 2007.

LOPES, A. C. *Política de currículo:* recontextualização e hibridismo. Currículo sem fronteiras, v. 5, n. 2, p. 50-64, jul./dez. 2005

MATOS, M. do C.; PAIVA, E. V. *Hibridismo e currículo:* ambivalências e possibilidades. In: Currículo sem Fronteiras, v.7, n. 2. Rio de Janeiro: UERJ, 2007.

SILVA, M. R. *Perspectivas Analíticas para o estudo das políticas curriculares:* processos de recontextualização. In: II Jornada Latino-Americana de Estudios Epistemológicos em Politica Educativa. Curitiba, PR. 2014

SILVA, T. T**.** *Teorias de Currículo:* uma introdução. Porto: Porto Editora, 2000.

PONTE, J.P. *Estudos de caso em educação matemática.* Bolema, 25, 105-132. 2006.

RIBEIRO, P.C. *Produção de Currículo:* a escola e seus sujeitos. Espaço do Currículo, v.4, n.2, pp.197-208. 2012.

Problematização: desencadeando momentos para além da geometria envolvida na resolução de um problema

Rosangela Eliana Bertoldo Frare
robertoldo81@homail.com

Daniela Dias dos Anjos
daniela.anjos.prof2015@gmail.com

Universidade São Francisco.

Resumo

Este trabalho traz um recorte de uma pesquisa de Mestrado em Educação, cujo foco é a investigação dos conceitos geométricos mobilizados e construídos em uma sequência de tarefas envolvendo a geometria articulada ao uso do software *Sweet Home 3D* em duas turmas do 2º ano do Ensino Médio, de uma escola pública estadual do interior do Estado de São Paulo, realizada de setembro a dezembro de 2014. Esta pesquisa, ainda em andamento, tem abordagem qualitativa e se constituiu uma pesquisa na própria prática. O episódio selecionado para este texto refere-se à discussão desencadeada por uma problematização sobre a demarcação de um terreno, durante a resolução de um problema e nosso objetivo é identificar as potencialidades da mesma. Para isso baseamo-nos principalmente nos seguintes referências teóricos: Alrø e Skovsmose (2010), Skovsmose (2008), Fontana (2000), Hiebert et. al. (1997). As tarefas foram desenvolvidas com os alunos trabalhando em grupos e usando notebooks na sala de aula. Para a produção dos dados utilizamos audiogravações das aulas, registros dos alunos, diário de campo da professora-pesquisadora e arquivos das tarefas realizadas. Para a análise os dados obtidos foram organizados em categorias e um dos eixos temáticos é a problematização. Os resultados indicam a importância dessa ação do professor, após a percepção de episódios relevantes e o quanto ela pode mobilizar experiências e conhecimentos dos alunos através de um debate crítico da situação.

Palavras-chave: Problematização, resolução de problemas, educação crítica.

Introdução

Apesar de estarmos vivendo numa época em que a ciência e a tecnologia dão saltos cada vez maiores, ainda há indícios de que a matemática escolar insiste em se apoiar em métodos tradicionais de ensino. No entanto, acreditamos numa proposta de trabalho que vai à contramão desse tipo de ensino. Concordamos com Hiebert et. al. (1997) que a matemática deve fazer sentido para os alunos. Defendemos assim, um ensino de matemática pautado na compreensão, no entendimento conceitual, na construção do conhecimento e no estabelecimento de conexões. Um ensino de matemática que permita aos alunos utilizarem o que aprendem de forma flexível, nas mais diversas situações e que proporcionem novos aprendizados.

Sob a ótica de Hiebert et. al. (1997), a compreensão matemática se dá através da comunicação e da reflexão de pensamentos e ideias. O ato de comunicar, que envolve o falar, o ouvir, o escrever, o demonstrar, o observar, representa uma interação social em que pensamentos são compartilhados com os outros, ou consigo mesmo. O estabelecimento de um ambiente favorável a isso, de acordo com os autores, é um dos papéis do professor. É ele o responsável por definir as tarefas, orientar as atividades matemáticas da classe, partilhar informações necessárias à resolução dos problemas e estabelecer a cultura de sala de aula, visando ajudar os alunos na compreensão matemática.

Outra incumbência do professor, segundo os autores, é proporcionar a socialização, o compartilhamento dos diferentes métodos criados pelos alunos, a comunicação. Nesse ambiente em que se prioriza-se a comunicação, a colaboração e o trabalho em grupos, a linguagem, vista por Hiebert et.al (1997) como uma ferramenta, é indispensável. Ela pode ser utilizada para auxiliar na compreensão, para registrar informações, pensamentos, resoluções, para comunicar ideias com os outros ou para pensar.

Nesse sentido, entendemos que a mediação do professor realizada sob a forma de questionamentos é importante para estabelecer um ambiente de aprendizagem e compreensão matemática e consideramos a resolução de problemas como um caminho a ser explorado a fim de possibilitar o surgimento de situações de problematização. Do mesmo modo, para uma aprendizagem de conceitos geométricos com compreensão em um ambiente de resolução de problemas, a problematização, a comunicação de ideias e a linguagem se fazem necessárias, e permitem desencadear momentos em que os alunos podem ir além da geometria envolvida, trazendo conhecimentos cotidianos e gerando discussões de caráter critico. Para exemplificar o que acabamos de apontar, trazemos neste trabalho um recorte de uma pesquisa de Mestrado em Educação, no qual nos limitamos a abordar o potencial de uma problematização realizada pela professora-pesquisadora durante a resolução de um problema.

Embasamento teórico

No desenvolvimento da pesquisa, os questionamentos, as problematizações, estiveram presentes o tempo todo, fazendo parte do movimento da pesquisa, mesmo que os alunos reclamassem. Só o uso das ferramentas tecnológicas não bastava. Não garantiriam um ambiente de aprendizagem com sentido. Afinal, sabemos que é imprescindível esgotar todas as possibilidades de exploração de um problema, uma situação desafiadora, lembrando que isso tem que ser algo que desperte o interesse, que provoque no aluno o desejo de chegar a uma solução. Sabemos que "quanto mais se problematizam os educandos, como seres no mundo e com o mundo, tanto mais se sentirão desafiados" (FREIRE, 1982, p. 80), o que, segundo o autor, se dá por meio do diálogo, levando a uma reflexão crítica.

A problematização, segundo Bagne (2012), refere-se a um movimento de circulação de significações em que há interações entre os alunos e entre os alunos e a professora envolvendo diálogo, troca de ideias, trabalho compartilhado e intervenções da professora. Para a autora esse movimento contribui para elaboração conceitual.

De acordo com Fontana (2000), uma das formas do professor fazer mediações é utilizando perguntas. Para Mendonça (1993), perguntar é fundamental para o aprendizado. A problematização pode dirigir o pensamento do aluno, levando-o a refletir, questionar a realidade, investigar e construir seu próprio conhecimento.

Assim, entendemos que a problematização consiste em um movimento de mediação, de diálogo entre professor e alunos, em que perguntar, desafiar, formular questões sobre algo observado é indispensável para a elaboração e apropriação de conceitos, para a mobilização do pensamento matemático, a produção de sentido e o desenvolvimento da educação crítica. Na visão de Skovsmose (2008) a educação crítica deve se basear no diálogo e discussões e não em aulas expositivas dos professores.

Quanto ao diálogo desencadeado pelas problematizações, Alrø e Skovsmose (2010) apontam que a fala inclui uma ação. Os autores caracterizam o diálogo como algo que envolve investigação, compreende correr riscos, promove a igualdade, "*envolve estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar*" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p.135, grifo dos autores).

Tomando como base uma perspectiva problematizadora, apresentaremos posteriormente a análise de uma situação desencadeada por uma problematização levantada pela professora-pesquisadora.

Metodologia de pesquisa

A pesquisa da qual este texto é um recorte, de abordagem qualitativa, foi realizada no período de setembro a dezembro de 2014 em dois 2ºs anos – B e C - do Ensino Médio de uma escola pública do interior do Estado de São Paulo e contou com a participação de 39 alunos divididos em grupos de dois, três ou quatro integrantes. Constitui-se uma pesquisa na própria prática, uma vez que foi desenvolvida com turmas em que a professora-pesquisadora lecionava a disciplina de Matemática.

O foco do trabalho é a investigação dos conceitos geométricos mobilizados e construídos em uma sequência de tarefas envolvendo a geometria articulada ao uso do software *Sweet Home 3D*, um aplicativo gratuito, que permite que plantas baixas de casas sejam desenhadas, os móveis sejam organizados e o resultado seja visualizado em 3D. Por conta disso, os grupos que possuíam notebooks os levaram, enquanto que, para os que não possuíam, a professora-pesquisadora disponibilizou os seus. Não foi possível utilizar a sala de informática da escola porque o software não rodava pelo fato de o sistema não permitir a instalação de atualizações do Java 3D, que consiste em uma linguagem de programação necessária para os programas que trabalham com visões tridimensionais.

Como procedimentos metodológicos para a produção dos dados, foram utilizadas audiogravações das aulas, registros dos alunos ao final de cada tarefa no caderno de registros organizado, diário de campo da professora-pesquisadora e arquivos das construções realizadas com o software. Os cadernos de registros dos grupos continham os problemas pré-estabelecidos e os respectivos espaços para escrita. A sequência de tarefas desenvolvida na perspectiva a resolução de problemas estava dividida em etapas: (I) Resolvendo Problemas; (II) Construindo a casa dos meus sonhos; (III) Formulando problemas.

No decorrer da realização das tarefas surgiu a necessidade de se propor novos problemas para discussão, de acordo com o que ocorria nas aulas anteriores. Terminada a resolução desses problemas, se faziam as socializações. Além disso, ao final de cada uma das quatro construções provenientes das tarefas, havia apresentação das mesmas na sala de vídeo.

Para a análise, definimos três categorias com base nos dados produzidos em diferentes momentos dessa investigação. A primeira refere-se ao movimento da sala de aula, a segunda, aos conhecimentos geométricos mobilizados e construídos durante a realização da pesquisa e a terceira às reflexões da professora-pesquisadora. Cada uma destas categorias é constituída por alguns eixos temáticos, sendo que a problematização, a qual abordamos nesse texto, está compreendida na que trata do movimento de sala de aula.

“*O muro não conta...”*: Problematizando a construção do muro

Um dos episódios selecionados para tratar da problematização, ocorreu durante a resolução do segundo problema, denominado de “A casa do cadeirante”.

> **Problema 2: A casa do cadeirante**
> O senhor Jacinto morava apenas com sua esposa em uma bela casa de dois andares. Certo dia, ele se envolveu em um acidente de trânsito que mudou sua vida completamente. Além de perder a esposa, ficou dependente de uma cadeira de rodas para se locomover.
> Diante dessa situação, decidiu construir uma casa nova e mobiliá-la de modo que tivesse mais facilidade de acesso aos cômodos e de locomoção.
> O terreno ele já possui. É plano e tem 8 m de largura por 20 m de comprimento. Agora ele precisa contratar um profissional para projetar a sua futura casa e para orientá-lo sobre a melhor forma de organizar os móveis.
> Coloquem-se na posição do profissional contratado pelo senhor Jacinto e projetem a sua futura casa.

Quadro 1: Problema 2: A casa do cadeirante.

Ao observar o arquivo da casa do cadeirante projetada por um dos grupos, denominado G3, notei que as dimensões 8m por 20m requisitadas no problema, não estavam exatas, ou seja, o terreno estava ultrapassando estas dimensões.

Figura 1: A casa do cadeirante projetada pelo G3.

Com base na observação realizada, decidi elaborar questionamentos para o grupo a serem feitos na próxima aula, para que refletissem e justificassem se estavam certos ou errados.

Rô: Se eu fosse o vizinho do terreno do senhor Jacinto e fosse reclamar com ele, que ele invadiu o meu

terreno, eu estaria certo ou errado?
Roger: Está errado.
Rô: Por quê?
Roger: Porque se ele invadiu o terreno quer dizer que ele pagou a medida do terreno.
Rô: Mas aí está passando a medida do terreno? O que estou dizendo é verdade ou não?
Roger: É mentira.
Rô: Por quê? Como você vai me provar que é mentira?
Nathalia: Porque aqui fala que o terreno dele é 8 por 20.
Rô: E vocês mediram o terreno aí? Está com 8 por 20?
Nathália: Está.
Roger: O muro não conta. Não vai querer contar o muro...
Rô: Mas eu não vou fazer o muro no terreno do vizinho.
Roger: O muro não conta. Ele é a divisa. Se eu quiser fazer no meu terreno eu faço; se quiser fazer no dele eu faço.
Rô: Mas eu não quero que invada o meu terreno.
Roger: Mas se eu fizer o muro, com o meu dinheiro, ainda tem que ser no meu terreno? Ele tem que ceder um pedaço de terreno dele em troca de eu fazer o muro.
Rô: Mas você resolveu esse problema amigavelmente com o vizinho?
Roger: Sim. É assim que faz a divisa: ou ele dá um pedaço de terra pra fazer o muro ou ajuda a fazer.
Rô: E o que você fez está na divisa certinha?
Roger: Está.
Rô: Vocês escreveram sobre isso?
Roger: Não. Foi você que levantou essa questão à toa.
Rô: À toa não. Eu trouxe a questão pra discutir e ver a solução de vocês.
Rô: E esse do lado da rua. Pode invadir a rua.
Stefany: Não, prô. Ele está no meio, na divisa.
Roger: É, aqui está no meio, está na divisa. Olha a linha passando aqui [mostrando no desenho]. O muro está em cima da divisa e então não tem do que reclamar. Pelo que eu saiba o muro estando em cima da divisa não tem problema.
Rô: Então, você escreva o que vocês estão pensando e falando, aqui.
Roger: Pra ele poder opinar, tem que pagar metade do muro.
[...]
Rô: Então escrevam isso.
Roger: Escrever o que? Você fica inventando um monte de problemas...
Rô: Eu não estou inventando, estou questionando...
Roger: Mas o questionamento que você está fazendo não tem lógica.
[...]
[O diálogo a seguir aconteceu quando deixei o grupo para que resolvessem meus questionamentos. Refere-se à audiogravação do grupo]
Roger: Cada pergunta que ela faz. A divisa é na divisa. O muro está em cima da divisa. Está certo. Olha o risco da divisa aqui. Está bem no meio do muro. O muro tem que ficar metade pra cá e metade pra lá.
Stefany: Está mesmo.
Roger: Estando em cima da divisa é o que importa. E outra coisa, o "cara" não pode falar nada se fui eu quem fez o muro sozinho e paguei. Não é assim que a gente faz?
Stefany: É.
Roger: Se eu faço o muro e ele não ajuda, ele não pode falar nada. A gente faz assim no sítio. A professora não sabe o que aconteceu aqui para questionar.

Quadro 2: Transcrição do diálogo com o G3.

Com base no diálogo apresentado, fica evidente que o grupo estava incomodado com o questionamento, mencionando que eu estava inventando uma "*questão à toa*", "*um monte de problemas*". Roger, principalmente, se manteve firme em sua resposta. Insistia que o muro estava na divisa com outro terreno, que entre vizinhos pode haver acordos ou decisões tomadas com base nas atitudes apresentadas. Dizia estar certo e justificou a sua posição usando, talvez, experiências que já fizessem parte de sua vida.

Depois que já não estava mais perto do grupo, continuou defendendo a sua tese de que estava na divisa e de que se o vizinho não havia ajudado não poderia reclamar.

Por fim expressou que eu não sabia o que acontecia entre o senhor Jacinto e o vizinho para poder questionar. O que acontece é que, quando lemos um problema escolar, em geral temos que nos restringir ao que está no enunciado, sem questionamentos. No entanto, o problema proposto ia além dos problemas escolares e outras variáveis estavam envolvidas: desde a negociação entre os vizinhos a respeito de quem arcaria com as despesas do muro, até a decisão de onde construir o muro na divisa, ou, qual a largura do tijolo ou do bloco a ser usado.

Assim, as problematizações acerca da demarcação do terreno do Senhor Jacinto, realizada pelo grupo G3, culminaram em um movimento de sala de aula pautado na abordagem crítica.

Skovsmose (2007) explica que a educação matemática crítica não é um ramo especial da educação matemática, não se refere a uma metodologia de sala de aula e não pode ser estabelecida por um currículo. Para ele, é apenas uma resposta a posição crítica da educação matemática. Na visão do autor, ela está relacionada aos diferentes papéis possíveis de serem desempenhados pela educação matemática, ao desenvolvimento de competências relacionadas à matemácia e ao fato de se considerar a realidade dos alunos, seu passado e suas possibilidades para o futuro. A matemácia, cujo conceito é baseado no pensamento de Paulo Freire, refere-se a diferentes competências, sendo que, “uma delas é lidar com noções matemáticas; uma segunda é aplicar essas noções em diferentes contextos; a terceira, é refletir sobre essas aplicações” (SKOVSMOSE, 2007, p. 76). Mais tarde, observando novamente a conversa que havíamos tido durante a aula, pensei em acrescentar essa questão aos problemas propostos para a sala toda, para que fosse resolvida pelos grupos e depois socializada.

Figura 2: Problema proposto sobre a casa do cadeirante.

Roger, Nathália, Stefany e Tainara, demarcaram o terreno para projetar a casa do senhor Jacinto da seguinte forma. As dimensões estão corretas? Se vocês fossem os vizinhos, vocês concordariam com essa demarcação?

No momento da socialização, após a leitura do problema, alguns alunos expuseram suas conclusões e aos outros que não o fizeram, eu comecei a perguntar sobre a resposta dada e o diálogo se estendeu.

Rainara: Eu acho que está errado.
Laís S: Se eu fosse o vizinho eu não ligaria porque o terreno é dele a casa é dele, e se ele perdeu as pernas porque eu vou implicar com ele por causa do muro?
Rô: E o grupo do Wellington respondeu o quê?
Vinicius: As paredes não estão devidamente posicionadas.
Rô: O grupo da Maria concorda ou não com a demarcação do terreno?
Maria: Não porque está um pouquinho fora das medidas.
Elicarlos: Está fora do prumo.
Rô: E o grupo do Jonas?
Lais F: As medidas estão ultrapassando a medida do terreno.
Rô: Agora o grupo do Roger.
Roger: Está certo sim.
Rô: A maioria disse que está errado, que está fora das dimensões. Quais eram as dimensões do terreno?
Jonas: 8 por 20.
Rô: E aí está certinho 8 por 20?
Roger: Lógico que não, por causa do muro, fui eu que fiz.
Rô: Então, repetindo a pergunta, vamos supor que eu seja o seu vizinho, estou certo de reclamar disso?
Roger: Não.
Eliarlos: Está.
Roger: Mas se fui quem fez sozinho ele não pode falar nada. Se eu que dei a areia, dei o bloco, dei o cimento, dei as ferragens...
Rô: Mas e se já tivesse uma casa do lado?
Roger: Daí eu não precisaria fazer o muro porque já teria a parede da casa. Mas como não tinha... Se fosse à meia ele poderia palpitar, mas como eu fiz sozinho, não.
Rô: Então você acha que se você fez sozinho, você pode fazer a divisa, chegando a pegar um pedacinho do dele?
Roger: É claro.
Rô: Os grupos concordam com isso?
Lais S: A gente concorda.
Rô: Um grupo concorda e os demais?
Outros grupos: Não.
Jonas: Não, a gente não tem prova.
Rô: Ele disse que se ele fez o muro da divisa sozinho, está certo.
Jonas: Ele está sendo anti-social.
Elicarlos: Ele tinha que ter construído do tamanho do seu terreno.
Lais S: Se o muro está na divisa vai ser melhor pra ele que nem vai precisar gastar.
Roger: É. Eu é que vou ter o custo.
Elicarlos: Mas nenhum engenheiro iria aprovar isso.
Jonas: É. E se ele (o vizinho) precisar fazer uma casa, ele vai perder o espaço que você usou?
Roger: Mas o espaço que eu usei é de 20 centímetros. Ele vai reclamar por causa de 20 centímetros?
Rainara: Mas se eu fosse o vizinho eu não iria concordar não.
Rô: Então, tem gente que concorda e gente que não concorda.
Roger: Se ele reclamar, ele pode destruir o muro que eu fiz e pagar pra fazer de novo. Só que devolve o dinheiro que eu gastei.
Elicarlos: Poderia ter feito isso, só que tinha que ter entrado em acordo com o vizinho.
Roger: Mas e se foi isso que aconteceu?
Rô: É. A gente não sabe o que vocês estavam imaginando ao fazer isso. Então, a gente não pode dizer que o grupo do Roger está errado, porque não sabemos o que ele combinou com o vizinho, não é?

Elicarlos: Bom, é verdade.
Roger: Quando vocês veem o desenho, vocês não sabem o que foi conversado.
Rô: Ah, então, parece que olhando para o desenho está matematicamente errado mas... e se eles tinham combinado antes...? Não sabemos o que há por trás disso.
Jonas: Prô, mas você perguntou o que a gente achava...
Rô: Sim, mas eu perguntei justamente pra gerar essa discussão.
Elicarlos: Mas se fosse um profissional, um engenheiro, não iria acontecer isso por que ele iria trabalhar somente no terreno.
Roger: Mas e se eu moro num sítio, eu vou chamar o engenheiro pra fazer um muro? Eu vou pagar não sei quantos mil reais só pra ele fazer o muro?
Elicarlos: Mas aqui é você que está fazendo o projeto, você é o engenheiro.
Rô: Muito bem. Então acho que disso que a gente discutiu aqui, ficou que quando a gente olha para algumas coisas, parecem que matematicamente estão erradas, mas não sabemos que outras coisas estão envolvidas. Mesmo o problema pedindo que vocês se colocassem no lugar de profissionais para projetar a casa do senhor Jacinto, podem haver outras questões envolvidas. É isso?
Alunos: Sim.

Quadro 3: Transcrição da socialização no 2º C.

De acordo com as exposições de Skovsmose (2008) o problema da demarcação do terreno do Senhor Jacinto fugiu da característica da semi-realidade, que segundo o autor "é um mundo sem impressões dos sentidos (perguntar pelo gosto das maças está fora de questão), de modo que somente as quantidades mensuradas são relevantes" (SKOVSMOSE, 2008, p.25), constituindo-se uma situação artificial. Simplesmente os alunos do G3 poderiam ter dito que estava errado e que iriam arrumar ou, que não iriam, como ocorreu com outro grupo na outra sala participante da pesquisa. Ou então, poderiam no momento da socialização ter dito apenas que estava errado e o G3 concordar em arrumar, mas não foi isso que aconteceu.

O grupo se manteve firme em suas explicações alegando que se tinha feito o muro sozinho podia passar um pouco da medida e que afinal, ninguém sabia o que ele tinha combinado com o vizinho, dando a entender que no sítio isso valia. No desenrolar dos argumentos utilizaram até o termo "à meia", um termo comum na zona rural, utilizado para se referir a um acordo feito entre duas pessoas para a divisão dos gastos ou lucros em duas partes. De acordo com Bagne (2012), o trabalho com problematização na escola possibilita que os alunos utilizem conhecimentos advindos de suas vivências cotidianas.

Apenas um grupo estava de acordo com o G3, utilizando falas que traziam a visão "de coitado" só porque ele era cadeirante. Os demais não concordavam, dizendo que estava errado e inclusive, a fala de Elicarlos desmonta os argumentos de Roger ao dizer: *"Mas aqui você está fazendo o projeto, você é o engenheiro."*

Ao contrário do paradigma do exercício, informações que não estavam presentes no enunciado do problema puderam ser questionadas e não havia apenas uma resposta correta. Do ponto de vista da realidade de Roger, que morava no sítio, não fazia sentido discutir por um pedacinho do muro para fora, pois podia ser que eles tivessem combinado que seria construído à meia, ou algo mais. Do ponto de vista de Elicarlos, estava errado porque ele era o engenheiro e um engenheiro jamais projetaria uma casa com o muro para fora do terreno.

Nesse diálogo, desencadeado por uma problematização sobre a demarcação do terreno do senhor Jacinto, os alunos puderam argumentar, expor suas ideias sobre a questão e, em seguida, chegar a conclusões. Com relação a esse movimento, Bagne (2012), defende que:

> quanto mais situações problematizadoras os alunos forem convidados a solucionar durante as experiências em sala, com propostas que permitam a interação, a argumentação, a exposição de hipóteses e a reconstrução de suas verdades, firmando suas convicções sobre determinados assuntos, mais conhecimentos significativos serão por eles apropriados. (BAGNE, 2012, p.61)

Nesse episódio, situações foram surgindo, que não haviam sido previstas. Por isso, de acordo com Skovsmose (2008) saímos da zona de conforto e entramos na zona de risco, quando os alunos exploram um cenário de investigação. Esses cenários colocam desafios para o professor, pois é ele quem precisa saber lidar com situações ou questões inusitadas. Sua ação deve ser a de provocar e alimentar a curiosidade, a discussão crítica, a reflexão.

Os alunos também precisam ser desafiados. Para facilitar e provocar reflexões neles, segundo o mesmo autor, é necessário usufruir da comunicação e de questões-desafios. Por isso, de acordo com ele, se queremos que a educação matemática facilite reflexões sobre a matemática em ação, devemos buscar o estabelecimento de ambientes em que predominem o diálogo. O autor define como cenários de investigação os ambientes em que "as explorações acontecem por meio de um "roteiro de aprendizagem" no qual os alunos tem a oportunidade de apontar direções, formular questões, pedir ajuda, tomar decisões etc." (SKOVSMOSE, 2008, p. 64).

Para que os alunos pudessem fazer uma reflexão crítica da situação, nesse ambiente pautado na problematização, foram necessárias intervenções que sugeriam caminhos e possibilitavam reflexões. Desse modo o professor enquanto mediador "deve ter seus objetivos bem claros; auxiliar os alunos durante as intervenções; e proporcionar a eles o máximo de autonomia, ao registrar e confrontar suas hipóteses" (BAGNE, 2012, p.63).

Para sua defesa, Roger lança a questão de que não sabemos o que acontece por trás do problema, do desenho. Para ele, o que havia feito estava certo, considerando que poderia ter negociado com o vizinho a respeito da divisa. Assim, finalizo a discussão, ou o diálogo, colocando que ao olhar as situações, às vezes elas podem parecer erradas matematicamente, mas não sabemos se há algo mais envolvido e pergunto se os alunos concordam ou não e eles foram unânimes em concordar.

Considerações finais

No episódio selecionado, para que os alunos pudessem resolver o problema proposto, oriundo de uma problematização realizada por mim em um dos grupos, foi preciso mais do que conhecimentos matemáticos. Foi necessário mobilizar conhecimentos sobre certas "regras" de utilização do terreno, sobre divisas, etc. Enfim, há o envolvimento de questões da vida prática dos alunos, da realidade em que eles vivem, em contextos diversos como o da zona rural, em que as "regras" são outras, os acordos são verbais, as despesas são "à meia". Contextos que não podem ser desconsiderados ou afastados na realidade escolar, que devem ser discutidos, questionados e postos para reflexão.

Com base na defesa de Hiebert et. al. (1997) de que o professor é o responsável por estabelecer a cultura de sala de aula e escolher as tarefas, acreditamos também que o professor precisa exercer uma postura observadora e problematizadora, diante das situações que surgem nesse ambiente de modo a proporcionar uma compreensão com sentido, tanto de conceitos matemáticos, quanto de questões para além da matemática ou da matemática escolar.

Para Mendonça (1993) uma das bases da problematização é a pergunta geradora. Assim, consideramos que as perguntas suscitadas durante o desenvolvimento da pesquisa constituíram-se perguntas geradoras de discussão, de diálogo, a respeito das situações que emergiram das tarefas propostas. Nesse movimento, sob a ótica da autora, o pensar e o agir constituem-se com um binômio inseparável.

Concordamos que o professor enquanto questionador proporciona "um ambiente de investigação em sala de aula, ao sugerir caminhos e colocar em jogo algumas verdades instituídas pelos alunos, de forma a instigar o pensamento reflexivo destes, utilizando a problematização em sala de aula como metodologia" (BAGNE, 2012, p.64). No entanto, as perguntas como provocadoras da reflexão, da comunicação e da ação podem partir não só dos professores, como também dos alunos, desde que estabelecido um ambiente favorável a tais problematizações. Desse modo, podem ser mobilizados tanto saberes matemáticos escolares quanto outros saberes não escolarizados, advindos da experiência de vida desses estudantes, que só tem a enriquecer as relações de aprendizagem.

Com base nessas considerações, concluímos que o grande potencial das problematizações, ao fazer parte do ambiente de uma sala de aula que visa a compreensão com sentido e ao envolver conhecimentos para além da matemática escolar, é possibilitar uma abordagem crítica da realidade.

Referências bibliográficas:

ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática.* Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BAGNE, Juliana. *A elaboração conceitual em matemática por alunos do 2º ano do ensino fundamental: movimento possibilitado por práticas interativas em sala de aula.* Dissertação (Mestrado em Educação).USF, 2012.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1982.

FONTANA, Roseli Ap. Cação. *Mediação pedagógica na sala de aula.* Campinas, SP: Autores Associados, 2000.

HIEBERT, James et. al. *Making Sense:* teaching and learning mathematics with understanding. Portsmouth: Heinemann, 1997.

MENDONÇA, Maria do Carmo D. *Problematização:* um caminho a ser percorrido em educação matemática. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 1993.

SKOVSMOSE, Olé. *Desafios da reflexão em educação matemática crítica.* Tradução: Orlando Carlos Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas, SP: Papirus, 2008.

SKOVSMOSE, Olé. *Educação crítica: incerteza, matemática e responsabilidade.* Tradução: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

Projetos arquitetônicos e suas relações com modelagem matemática

Zulma Elizabete de Freitas Madruga
betefreitas.m@bol.com.br

Maria Salett Biembengut
maria.salett@pucrs.br

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul

Resumo

Apresenta-se aqui pesquisa cujo objetivo é realizar análise comparativa entre o processo de criação de projetos arquitetônicos e modelagem, para que, posteriormente pudesse dispor de argumentos para fortalecer justificativas para utilização desta tendência da Educação Matemática no Ensino Básico. Modelagem é o conjunto de procedimentos para elaboração de um modelo. Os procedimentos metodológicos da pesquisa incluem coleta de dados empíricos por meio de entrevista narrativa com um arquiteto, pessoa que cria projetos diversos para diferentes clientes. A análise do material empírico realizou-se por meio da *significação* dos dados, comparando o fazer da arquiteta aos processos de modelagem. O resultado mostrou que o sujeito de pesquisa cria modelos de projetos, advindos de percepções e apreensões do entorno, que a partir da compreensão e da explicitação, transpassa em um modelo externo, significação e expressão: conjunto de submodelos representados em desenhos, propostas e esquemas que uma vez produzidos são utilizados para as mais diversas construções. O trabalho do arquiteto é um exemplo sobre o que ocorre em todas as áreas do conhecimento; em especial, aquelas que têm como foco a criação. Estas pessoas, em seu trabalho, recebem vários tipos de informação de fontes diversas que uma vez selecionadas e reorganizadas podem gerar novos conhecimentos frente a novas necessidades impostas pelo meio, seja econômico, social, histórico ou cultural.

Palavras-chave: Modelagem; projetos arquitetônicos; narrativas; criações.

Apresentação

A Educação brasileira em todos os níveis é orientada pelo órgão oficial do Governo Federal que prescreve as leis e, a partir destas são estabelecidos documentos diversos como diretrizes para disciplinar e estruturar o funcionamento do sistema escolar brasileiro, segundo uma organização curricular. Currículo, conforme as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica trata-se de um "conjunto práticas que proporcionam a produção, a circulação e o consumo de significados no espaço social e que contribuem, intensamente, para a construção de identidades sociais e culturais" (BRASIL, 2013, p.23).

Esses documentos oficiais promulgam o que o currículo seja organizado de tal forma que propicie ao estudante em qualquer etapa de escolaridade, o desenvolvimento da formação ética, da autonomia intelectual e do pensamento crítico, além da compreensão dos fundamentos científicos e tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a prática com a teoria no ensino de cada disciplina. Ressalta-se nas diretrizes proporcionar aos estudantes o acesso aos níveis mais elevados do ensino, da pesquisa e da criação artística, de acordo com a capacidade individual.

> A Lei de Diretrizes e Bases de nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996 - LDB traz, no Art. 3°, que o ensino será ministrado com base em alguns princípios, entre eles, pode-se destacar: "II – liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar a cultura, o pensamento, a arte e o saber" (BRASIL, 1999, p.39).

Uma importante finalidade da Educação Básica, segundo a LDB de 1996, é desenvolver o estudante, assegurando-lhe formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecendo-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores. No que se refere ao currículo, a Lei nº 9.394, assegura em seu Art.26 que os mesmos dever ter uma Base Nacional comum para o Ensino Fundamental e Médio, que poderá ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por parte diversificada exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela. Neste mesmo artigo, inciso 2º, enfatiza-se que o Ensino de Arte constituirá componente curricular obrigatório, nos diversos níveis da Educação Básica, de forma a promover o desenvolvimento cultural dos alunos.

No parecer nº 7 de 2010 do Conselho Nacional de Educação e Câmara da Educação Básica – CNE/CEB orienta que os componentes curriculares sejam dispostos em eixos temáticos, ou eixos fundantes, que o Projeto Político Pedagógico – PPP das escolas devam primar pelo entrelaçamento entre trabalho, ciência, tecnologia, cultura e arte, sugerindo a utilização da metodologia da problematização como instrumento de incentivo à pesquisa, à curiosidade pelo inusitado e ao desenvolvimento do espírito inventivo, nas práticas didáticas, (BRASIL, 2013).

Em contrapartida, o que se vê atualmente nas escolas em todos os níveis de ensino é uma estrutura curricular organizada em disciplinas, e por sua vez, ainda "partidas" em tópicos. Entre estas partes, encontra-se o processo pedagógico: ensino, aprendizagem e avaliação. Avaliação do professor em relação ao aluno, do aluno em relação ao professor, e do sistema em relação ao aluno, por meio dos indicadores nacionais e internacional.

Considerando as leis e diretrizes, que promulgam, conforme o Art. 6º, III, os princípios estéticos: do cultivo da sensibilidade juntamente com o da racionalidade; do enriquecimento das formas de expressão e do exercício da criatividade (BRASIL, 2013) e a organização curricular vigente nas escolas tanto da Educação Básica como do Ensino Superior, como promover uma Educação que atenda estas diretrizes e que seja contextualizada e interdisciplinar? E ainda, como integrar os tópicos das diversas disciplinas nesta estrutura educacional para promover o senso criativo?

Estas questões instigaram a realização desta pesquisa que tem como objetivo conhecer os processos criativos utilizados por um arquiteto, analisando comparativamente aos processos cognitivos e de Modelagem. Têm-se como expectativa futura, após a conclusão deste estudo e de outros que ainda estão em andamento, complementar as diretrizes de Modelagem na Educação para superar a disciplinarização e, por meio do ensino com pesquisa, promover o senso criativo na Escola.

Referencial Teórico

A modelagem matemática é uma tendência da Educação Matemática, iniciado há mais de quatro décadas e amplamente difundida nos últimos anos devido às inúmeras pesquisas, na área de ensino, aprendizagem, formação de professores, entre outros.

Desde seu início, a modelagem no Brasil foi entendida como um conjunto de procedimentos necessários para a produção de um modelo cujo processo pode ser utilizado em qualquer área do conhecimento.

No contexto da Educação Biembengut (2007) define a modelagem como um método de pesquisa utilizado, em particular, nas Ciências. Como perfaz as etapas da investigação científica, a modelagem tem sido defendida na Educação. Tem como propósito, incentivar e envolver os estudantes a fazer pesquisa e, ao mesmo tempo, aprender matemática.

As concepções de modelagem aplicada à Educação são distintas, no entanto, todas convergem para a obtenção de um modelo que represente, explique ou solucione uma atividade de investigação.

No cenário nacional, diferentes pesquisadores tratam a modelagem matemática com diferentes concepções: para Barbosa (2001) a modelagem é concebida como um ambiente de aprendizagem; Almeida e Dias (2004) entendem modelagem como uma alternativa pedagógica, dando destaque para o caráter investigativo e o estabelecimento de uma perspectiva socioepistemológica; Malheiros (2004) considera a modelagem como uma estratégia pedagógica na qual os alunos, partindo de um tema ou problema de seus interesses, utilizam a matemática para investigá-lo ou resolvê-lo, tendo o professor como orientador durante o processo; Araújo (2009) trata a modelagem como ambientes de aprendizagem orientados por um referencial crítico de educação matemática; Caldeira (2009) concebe a modelagem como uma concepção de educação matemática.

De um modo geral, a modelagem tem sido defendida por pesquisadores e utilizada por educadores como uma maneira de quebrar a separação existente entre a matemática escolar e a sua utilidade na realidade, tendo nos modelos matemáticos alternativas para estudar e formalizar situações.

Nesta pesquisa foi utilizada como base teórica a concepção de modelagem de Bassanezi (2002) e Biembengut (2007), ou seja, como conjunto de procedimentos requeridos para a elaboração de um modelo. Para elaborar um modelo é necessário criatividade e intuição. Por este motivo, e com o intuito de sistematizar o processo de modelagem, Biembengut (2014) propõe procedimentos que podem ser agrupados em três etapas, subdivididas em seis subetapas, a saber:

Percepção e Apreensão: A percepção é a primeira fonte de conhecimento necessária para que se possa fazer uma descrição do meio, uma decodificação, para assim apreender do que se dispõe e tomar conhecimento do que deve ser feito.

- Reconhecimento da situação-problema (Escolha do tema);
- Familiarização com o assunto ou dispor de referencial teórico (levantamento de dados).

Compreensão e Explicitação: A compreensão é o elo entre a percepção e a significação. Compreender é expressar, mesmo que intuitivamente uma sensação. As informações e os estímulos são percebidos e podem ser compreendidos pela mente, que procura explicar ou explicitar, delineando fragmentos de símbolos ou até mesmo símbolos.

- Formulação do problema/modelo (hipóteses);
- Resolução do problema/modelo.

Significação e Expressão: Implica em resolver ou aplicar o modelo, interpretar a solução e verificar se atende às necessidades que o geraram, procurando, assim, descrever e deduzir ou verificar outros fenômenos a partir deste modelo. A partir dos resultados verificados e deduzidos da aplicação, efetua-se uma avaliação e validação do modelo.

- Interpretação da solução;
- Validação do modelo (avaliação).

A modelagem pode ser utilizada em qualquer área do conhecimento. Especialmente, no entendimento de algum fenômeno, na solução de alguma situação problema, ou ainda, na criação ou na produção de algo.

Procedimentos Metodológicos

Para alcançar o objetivo proposto, foi utilizado o mapeamento como princípio metodológico (BIEMBENGUT, 2008), para entender fatos e questões, servir do conhecimento produzido e reordenar setores deste conhecimento. A pesquisa teve dois momentos, assim denominados: *apreensão* e *expressão* dos dados empíricos.

A *apreensão* teve como fonte uma pessoa que cria projetos de arquitetura para diversos fins e os documentos por ela produzidos. Realizou-se uma entrevista com um arquiteto para que o mesmo narrasse os processos de criação de suas obras. Os dados da pesquisa advieram principalmente da entrevista por narrativa concedida por aproximadamente duas horas, dos documentos fornecidos por esta pessoa e de observações em seu local de trabalho. Estas observações foram registradas em diário de campo, fotos e vídeos e configuraram instrumentos para análise dos dados.

O foco foi entender e interpretar dados e discursos do arquiteto em todo seu fazer, na inserção e na interação com seu ambiente sociocultural e natural. Tratou-se de uma pesquisa de análise qualitativa, pois se estudou os padrões da expressão manifestada pelo arquiteto em sua rotina profissional. As narrativas do arquiteto indicaram uma estreita vinculação do conhecimento e a prática profissional, e foi a melhor maneira de compreender e estudar a experiência desse profissional.

A entrevista não seguiu um roteiro pré-estabelecido. O arquiteto ficou a vontade para contar suas experiências e histórias de vida. Narrou como começou seus trabalhos, e como atua para criar seus projetos. Num segundo momento, a pesquisadora fez alguns questionamentos sobre suas atividades. A entrevistada narrou detalhadamente quais os procedimentos que adota para criação dos projetos solicitados por clientes.

As narrativas, aliadas às observações e documentos fornecidos pelo arquiteto foram suficientes para compreender o processo de criação de projetos de arquitetura. Os dados coletados foram reunidos, estudados e analisados, verificou-se então que o arquiteto utiliza procedimentos similares aos processos cognitivos e de modelagem matemática.

Resultados e Discussão

Verificou-se que o arquiteto, a partir de uma solicitação a ele dirigida por parte de clientes, reconhece e familiariza-se com os diversos dados requeridos, busca compreendê-los e formulá-los de forma a dispor de um modelo geral que espera apresentar, constrói projetos a partir desse modelo e ao concluir, avalia e dispõe de uma avaliação das pessoas que solicitaram seu trabalho, validando ou não o modelo. O arquiteto entrevistado trabalha na construção de projetos de edificações.

Os procedimentos de modelagem comparados aos fazeres do arquiteto foram embasados nos princípios de Bassanezi (2002) e Biembengut (2007). Para se iniciar um trabalho utilizando Modelagem, é necessário dispor de uma situação problema (tema) que para solução não se disponha de dados suficientes para se utilizar de uma fórmula ou um caminho de solução. Nesta etapa há o reconhecimento da situação e familiarização com o assunto (busca por referencial teórico). Após esta primeira etapa, passa-se então à formulação e resolução do modelo, elementos importantes neste processo são intuição, criatividade e experiência acumulada. Para conclusão do modelo, é necessária uma avaliação na qual verifica sua adequabilidade – validação.

Constatou-se, por meio de análise, que para o arquiteto gerar um modelo de projeto a ele solicitado, requer que: perceba e apreenda o que deve ser feito, compreenda e explicite o projeto que irá desenvolver, para então significar e expressar por meio de modelos. Para análise das narrativas do entrevistado, classificou-se em três etapas, conforme Biembengut (2003): percepção e apreensão; compreensão e explicitação; e significação e expressão, a saber:

1ª Etapa: Percepção e apreensão: A percepção é a primeira fonte de conhecimento necessária para que se possa fazer uma descrição do meio, uma decodificação, para assim apreender do que se dispõe e tomar conhecimento do que deve ser feito.

O arquiteto percebe o que deverá apresentar quando recebe uma solicitação para que desenvolva determinado projeto, na maioria dos casos é um problema que a pessoa – cliente tem. Como o arquiteto entrevistado trabalha com edificações, as solicitações a ele dirigidas normalmente são de construções ou reformas de prédios, tanto públicos quanto particulares.

Segundo o entrevistado, para começar a elaboração de um projeto, parte-se da solicitação do cliente: "*sempre uma solicitação vinda de algum problema que alguém me passa*" – escolha do tema. Após está solicitação, o arquiteto salienta a necessidade do levantamento de informações – reconhecimento da situação-problema. De acordo com suas palavras: *"a primeira coisa são os levantamentos, a gente faz um levantamento das necessidades dessa pessoa que está apresentando o problema [...] depois tem o levantamento físico, aonde que isso vai ser implantado"*.

Nesta etapa Começa então a busca por mais subsídios, saber mais sobre o projeto para que o mesmo seja criado e executado de modo que satisfaça o cliente e atenda suas expectativas. Nesta tentativa, o arquiteto geralmente faz dois tipos de levantamentos de dados: das necessidades do cliente e do espaço físico - familiarização com o assunto.

Para levantamento de dados da necessidade do cliente as buscas são para responder as seguintes questões: Quantos são? Para que servem? Quem vai beneficiar? Quais são as necessidades? Após estas questões serem respondidas, normalmente o cliente mesmo é quem responde, passa-se então ao levantamento físico: Onde vai ser implantado? Tipo e características do terreno? Se há e o tipo de edificações no entorno? Ambiente urbano ou rural? Incidência de sol? E as demais observações de dados acerca de terreno, clima e vizinhança do local da construção constituem a fase de levantamentos realizada pelo arquiteto.

Dessa forma, o entrevistado procura, inicialmente, *perceber* o entorno do problema, *reconhecendo* a necessidade e o ambiente, e, na sequência, passa a *apreender* um levantamento de informações que guie sua criação. Assim, os primeiros procedimentos utilizados na criação de projetos arquitetônicos são similares à primeira etapa dos processos de modelagem matemática, defendida por Biembengut (2007) e Bassanezi (2002).

2ª Fase: Compreensão e explicitação: É a ligação entre a percepção e o conhecimento, é quando o arquiteto inicia o processo criativo. É neste momento que as imagens começam a aparecer em sua mente sob forma de modelo mental, é quando ele compreende o que dispõem para poder explicitar.

Os modelos que o arquiteto vai expressar em folhas de papel são representações do pensamento dele a respeito de algo. Neste caso, de um projeto previamente a ele encomendado. Pois, mente humana manipula símbolos e procura de uma maneira ou de outra imitá-los, e assim, criar modelos das situações a qual interage, possibilitando sua interpretação, entendimento e até previsão sobre a situação ou evento modelado.

A estrutura do modelo mental é elaborada e rica. Uma característica da mente humana, a capacidade de realizar operações, resolver problemas, criar modelos. Modelos formados a partir da percepção do meio em que a pessoa está inserida. Neste caso, o arquiteto, a partir do projeto a ele encomendado, busca criar a partir dos dados levantados anteriormente sobre o que necessita e pode dispor para elaboração de seus projetos.

O entrevistado deixa claro em sua narrativa que após perceber o que será produzido, ele elabora um modelo mental, para posterior construção: *"Eu imagino primeiro! Às vezes eu fico sentado na frente do local que vai ser inserido e fico tentando imaginar como que melhor se encaixasse".* Segundo o arquiteto, para todo projeto que será criado e executado, há primeiro essa "criação na mente" – <u>formulação do modelo</u>.

O arquiteto comenta que após essa visualização da mente da construção na qual pretende elaborar o projeto, ele faz esboços, desenhos, modelos, do que imaginou, sua afirmação fica evidente na seguinte afirmação: *"[...] bilhões de esboços, desde esboços que eu mesmo faço e eu mesmo renego eles, porque não ficaram bons, mas eu preciso desenhar muito para chegar a uma solução".*

A segunda etapa da Modelagem Matemática proposta por Biembengut (2007) e Bassanezi (2002) baseia-se na <u>formulação e resolução do problema</u> – modelo. Esta etapa consiste na classificação das informações coletadas na fase anterior, na identificação dos fatos envolvidos, na formulação do modelo.

Com os modelos elaborados o arquiteto segue a fase seguinte, a construção do projeto - <u>resolução do problema</u>. Biembengut e Hein (2000, p. 4), "uma vez modelada, resolve a situação-problema a partir do modelo, realiza-se uma aplicação e interpreta-se a solução, procurando, assim, descrever e deduzir ou verificar outros fenômenos a partir deste modelo".

3ª Fase: Significação e expressão: Implica em resolver ou aplicar o modelo, interpretar a solução e verificar se atende às necessidades que o geraram, procurando, assim, descrever e deduzir ou verificar outros fenômenos a partir deste modelo. A partir dos resultados verificados e deduzidos da aplicação, efetua-se uma avaliação e validação do modelo e observam-se os outros fenômenos deduzidos. Assim, uma vez traduzidos e representados os dados por meio de um modelo é preciso saber se faz sentido e se é válido. Avaliar em que medida o modelo contribui à solução da situação-problema e, por fim, verificar, sistematicamente, a valia do modelo na produção ou na transformação de alguma coisa: objeto, técnica, tecnologia, teoria.

Nesta fase o arquiteto procurou traduzir suas percepções e compreensões por meio de modelo para apresentar ao cliente. A avaliação de seus projetos é feita pelo cliente que contratou seus serviços. O arquiteto diz que avalia detalhadamente suas criações, esta afirmação é expressa na seguinte frase do entrevistado: Conforme palavras do arquiteto: *"coisas que eu acho ok, ficou ótimo, mas aí eu apresento pro cliente e não era bem aquilo que ele tava pensando, então aí eu volto a fazer novos esboços. [...] é preciso captar o que o teu cliente quer em termos tanto de estética, quanto de funcionalidade. Entender o que ele tá querendo. Isso é uma parte bem complicada, porque às vezes tu imagina, tu chega numa solução perfeita, e não é aquilo que ele ta imaginando... Ou por falta de comunicação, ou por falha de comunicação".*

Após o cliente avaliar o projeto e aprovar, começa a fase de construção da obra. O arquiteto comenta que muitas vezes seu trabalho termina quando o projeto é entregue ao cliente, em outras, há um acompanhamento da obra por parte deste profissional. Neste caso, o arquiteto comenta que esta etapa de avaliação permanece até o final da obra: *"Normalmente a obra não fica exatamente como tu gostaria que ela ficasse. Isso é um processo que acontece muito, ou porque durante a obra o cliente também quis mudar coisas [...] é um processo que demora, tu imagina o projeto pode levar meio ano e a construção mais um ano, imagina tu um ano e meio em contato com aquela pessoa. Então tem diversos fatores que podem influenciar nesse processo".* E continua ao afirmar que avalia "o *tempo inteiro! Enquanto eu to passando... tem obras que tu faz longe aí tu conclui, tu nunca mais vai ver ela, mas normalmente as tuas obras são no teu entorno, então enquanto tu enxerga, eu avalio o tempo inteiro. Enquanto eu to enxergando a obra eu to avaliando"* – <u>avaliação e validação do modelo</u>.

Considerações Finais

Pelo exposto, o arquiteto cria modelos de projetos em sua mente, advindas de *percepções e apreensões* do entorno, que a partir da *compreensão* e do entendimento, ele transforma em um modelo externo geral, isto é, em um conjunto de modelos particulares representados em desenhos, propostas e esquemas que uma vez produzidos serão transformados em construções.

Pode-se verificar que há relação entre o processo de criação de projetos arquitetônicos e os processos de modelagem matemática. Ao longo da pesquisa, contatou-se que o objetivo geral foi atingido, pois o processo de criação de projetos de arquitetura é similar aos procedimentos de modelagem matemática, e, conforme identificação dos passos de criação dos projetos, que o arquiteto pensa por meio de modelos que são externalizados nos projetos.

O trabalho do arquiteto é um exemplo sobre o que ocorre em todas as áreas do conhecimento, nos trabalhos ou nas atividades da maioria das pessoas; em especial, aquelas que têm como foco a criação. Essas pessoas em seu trabalho de criação recebem vários tipos de informação de fontes diversas que uma vez selecionadas e reorganizadas podem gerar novos conhecimentos frente a novas necessidades impostas pelo meio, sejam econômica, social, histórica ou cultural (BIEMBENGUT, 2003).

Conforme D'Ambrosio (1986):

> Realmente, o que de conteúdo se ensina é de pouca importância no nosso contexto socioeconômico-cultural. De fato, o tipo de matemática que se ensina às nossas crianças e que será utilizado no seu ambiente de trabalho e será relevante no seu contexto sociocultural daqui a 20 anos, será absolutamente diferente daquele que se pretende de uma criança em países desenvolvidos” (D’AMBROSIO, 1986, p.15).

A aprendizagem deve existir para uma cultura mais ampla, e não somente conhecimento técnico, sendo assim, essa aprendizagem deve ser desenvolvida por meio da interpretação de fatos tornando-a significativa para o estudante, e deve ser feita uma relação entre o que se aprende com o cotidiano profissional, social e cultural. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999) orientam as escolas quanto à elaboração de seus planos de estudo e dos objetivos que deverão ser atingidos com a sua aplicação. Surgem alternativas para que se possa mudar a rotina de sala de aula e fazer do aluno, sujeito ativo de sua aprendizagem.

O professor deve proporcionar vivências de aprendizado que aproximem os conhecimentos dos estudantes da compreensão mais elaborada da realidade. Estratégias que coloquem o aluno no enfrentamento de seus conhecimentos prévios para daí ocorrer uma confirmação ou uma renovação desses saberes são necessárias durante a vida escolar.

Os estudantes, quando confrontados com situações-problema novas e compatíveis com os instrumentos que já possuem ou possam adquirir durante o processo, aprendem a desenvolver estratégias de enfrentamento, planejamento de etapas, estabelecer relações, verificar regularidades, fazer uso dos próprios erros na busca de novas alternativas; adquirem o espírito de pesquisa aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio; adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e, por fim, ampliar sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação.

As escolas devem ensinar assuntos provocadores, “educar pela pesquisa”, investigar, para que os novos cidadãos que saírem dessa escola, se encontrem aptos a viver e opinar em situações problemas vivenciadas na atualidade. Para que isso ocorra é necessário incluir na prática pedagógica os temas transversais, contextualizados, em uma aprendizagem focada na formação cidadã, e isso poderá se realizar por meio da modelagem.

O objetivo deste artigo foi atingido, no entanto, ainda não foi possível propor diretrizes que superem a disciplinarização na escola. O que se pode concluir com base neste estudo, e no de Madruga (2012), que trata sobre o processo criativo de um carnavalesco, no qual a autora conclui que os mesmos são similares aos procedimentos de modelagem, é que esta tendência está presente também na criação de projetos arquitetônicos. Estes dois estudos indicam que a modelagem pode ser um caminho para promover o senso criativo dos estudantes em qualquer nível de ensino e ainda auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da disciplina de Matemática, por exemplo.

Referências Bibliográficas

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. *Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem.* Bolema. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro. Impresso), Rio Claro, v. ano 17, n. 22, p. 19-36, 2004.

ARAÚJO, Jussara. L. Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria Revista de Educação em Ciências e Tecnologia,* Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 55-68, jul. 2009. Disponível em: <http://www.ppgect.ufsc.br/alexandriarevista/numero_2_2009/jussara.pdf>. Acesso em: 21 maio. 2014.

BARBOSA, Jonei. C. *Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores.* Rio Claro: UNESP, 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 2001.

BASSANEZI, Rodney C**.** *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática.* São Paulo: Contexto. 2002. 389 p.

BIEMBENGUT, Maria Salett. *Mapeamento na Pesquisa Educacional.* Editora Ciência Moderna: Rio de Janeiro. 2008.

________________________. *Modelagem & Processo Cognitivo.* III Conferência Nacional de Modelagem e Educação Matemática – CNMEM. Piracicaba. 2003.

_________________________. *Modelagem Matemática & Implicações no Ensino e Aprendizagem de Matemática.* 2ª ed Blumenau: Edifurb, 2007.

__________________________. *Modelagem Matemática no Ensino Fundamental.* Editora da FURB: Blumenau, 2014.

BIEMBENGUT, Maria Salett. HEIN, Nelson. *Modelagem Matemática no Ensino.* Editora Contexto: São Paulo, 2000.

BRASIL, Lei nº 10.639, de 9 de janeiro de 2003. *Brasília*, 2003. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/2003/l10.639.htm**.** Acesso em 30 de maio de 2015.

_______, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Diretrizes* -- *Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica.* Brasília: 2013. 562p.

_______, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio.* Brasília: 1999. 360p.

CALDEIRA, A.D. Modelagem Matemática: um outro olhar. *Alexandria***.** *Revista de Educação em Ciência e Tecnologia,* Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 33-54, jul. 2009. Disponível em: <http://alexandria.ppgect.ufsc.br/files/2012/03/ademir.pdf>. Acesso em: 30 abr. 2014.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Da Realidade à Ação: reflexões sobre educação e matemática.* São Paulo: Summus, 1986.

MADRUGA, Zulma. E. F. *A criação de alegorias de carnaval: das relações entre modelagem matemática, etnomatemática e cognição.* Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática), Pontifícia Universidade Católica, Porto Alegre: 2012.

MALHEIROS, Ana Paula S. *A Produção Matemática dos Alunos em Ambiente de Modelagem.* Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de

Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro: 2004.

Projetos de modelagem estatística mobilizando a postura crítica de engenheiros ambientais

Dilson Henrique Ramos Evangelista
dilsonh@gmail.com
Universidade Federal de Rondônia.

Maria Lúcia Lorenzetti Wodewotzki
mariallwode@gmail.com
Universidade Estadual Paulista –UNESP.

Cristiane Johann Evangelista
cristiane.eva@gmail.com
Universidade Estadual Paulista –UNESP.

Resumo

Este artigo apresenta parte de uma pesquisa de doutorado que propõe investigar como o uso de projetos de modelagem estatística no âmbito da Educação Estatística Crítica pode contribuir para a formação integral do Engenheiro Ambiental. Para atingir este objetivo, foram realizadas observações de momentos de aula, atendimentos extra-classe, e saídas de campo realizadas a partir dos projetos de modelagem desenvolvidos na disciplina de Estatística II no curso de Engenharia Ambiental da Universidade Federal de Rondônia. O estudo teve abordagem qualitativa e utilizou-se de observação direta, registros escritos, em áudio e vídeo das atividades desenvolvidas. A pesquisa ancorou-se nos pressupostos teóricos de Modelagem Estatística, Educação Estatística Crítica e Trabalho Colaborativo. Neste recorte, reflete-se sobre a formação, o amadurecimento acadêmico do estudante a partir das discussões e investigações realizadas neste ambiente de aprendizagem. Para isso, abordamos a postura dos alunos, uma das categorias de análise elucidadas a partir do entrelaçamento entre os dados obtidos em campo e o embasamento teórico da pesquisa. Concluiu-se que os projetos de modelagem estatística crítica que levam em conta o contexto social, cultural e ambiental e aliam diferentes profissionais e conhecimentos contribuem para a postura reflexiva, investigativa e crítica dos participantes.

Palavras-chave: Educação Estatística Crítica. Formação Profissional. Projetos.

Introdução

O mundo de trabalho requer profissionais que saibam resolver problemas, tenham capacidades de raciocínio, competências em matemática e estatística. Desta forma, os professores de estatística tem uma grande responsabilidade. Pensar em uma formação estatística ampla que seja relevante tanto para o seu desempenho profissional quanto para a sua participação na sociedade constitui um desafio (CARLSON, 2002).

O engenheiro ambiental, em especial, necessita de uma formação adequada as suas responsabilidades na sociedade de construir valores, conceitos, habilidades e atitudes que possibilitem a compreensão e intervenção na realidade da vida e a atuação consciente e responsável no ambiente (LOUREIRO, 2002).

Garfield, Dani Ben-Zvi (2008) alertam para os resultados de pesquisas realizadas nos últimos dez anos em educação estatística que sugerem que a estatística deveria se concentrar menos em teoria e mais sobre o mundo que nos rodeia, e para isso os estudantes precisam aprender construindo conhecimento por meio de situações reais. Estes autores argumentam que para entender estatística os alunos não podem ser ensinados por explicações prontas, mas precisam aprender construindo seu próprio significado.

Estes pesquisadores notaram diferenças na formação dos estudantes de acordo com as metodologias utilizadas em educação estatística. Eles defendem que os estudantes aprendem ao se envolverem ativamente em atividades de aprendizagem significativas.

Preocupados com as metodologias de ensino na disciplina de Estatística II do curso de Engenharia Ambiental, desenvolvemos junto aos alunos e professores deste curso, projetos de modelagem estatística crítica que se pautaram em questões do interesse dos alunos a partir de problemas ambientais percebidos em sua comunidade. Analisamos as contribuições do desenvolvimento deste trabalho colaborativo para a formação do engenheiro ambiental da Universidade Federal de Rondônia.

Consideramos que o conhecimento de Estatística desejável para o engenheiro ambiental vai além de dominar um conteúdo programático, envolve reconhecer a aplicação sociopolítica deste conhecimento. Para que isso ocorra, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) argumentam que a Estatística pode ser trabalhada de maneira a aproximar o estudante de sua realidade, ao tratar temas polêmicos, mais próximos da vida dos alunos, relacionados com a comunidade, com o seu convívio social ou com seu trabalho.

A preocupação com a formação destes engenheiros ambientais decorre da importância em termos profissionais que desempenhem bem sua função de avaliar e encontrar soluções para os problemas ambientais da sociedade e a partir da estatística avaliar qual a melhor ação a ser realizada para alterar a realidade que vivemos. Consideramos que situações reais devem ser estudadas em conjunto com as demais disciplinas do curso para que o conhecimento estatístico seja visualizado em questões de atuação do futuro engenheiro.

A Educação do engenheiro ambiental não pode ficar restrita exclusivamente à transmissão de conhecimentos, deve-se considerar a herança cultural do povo às gerações mais novas e a preocupação com a formação integral do educando, inserindo-o em seu contexto social. A educação para este profissional precisa respeitar a cultura e a comunidade e estar centrada no aluno, com a preocupação de construir conhecimentos, a partir da discussão e avaliação dos problemas comunitários e por meio da avaliação realizada pelo aluno sobre a realidade em que vive. Esse processo deve ser gradativo, contínuo, crítico, criativo e político (GONÇALVES, 1990).

Para que este processo seja crítico, criativo e político, Gonçalves (1990) defende que a Educação Ambiental deve privilegiar o estudo das necessidades locais dos estudantes para que eles atuem no ambiente em que vivem, conheçam os problemas e limitações dentro do seu contexto. A Educação Ambiental que considera os problemas da realidade permite que os envolvidos avancem no conhecimento teórico e prático para que sejam capazes de lidar com a complexidade que é a vida, a relação com os outros e com a natureza.

Assim como a Educação Ambiental, a Educação Estatística deve ser visualizada interligada aos problemas reais, a questões humanas, políticas e sociais. Ela não pode se constituir em apenas uma disciplina, mas um meio de proporcionar aos cidadãos uma possibilidade de criticar o mundo em que vivemos buscando sua transformação.

Carlson (2002) defende que mais do que ler e escrever estatísticas, os alunos precisam ser bons consumidores de informação estatística na imprensa popular e compreender seu significado em publicações acadêmicas. Para isso, a melhor forma seria exercitar a estatística no mundo de hoje, essencialmente no atual mundo do trabalho. Assim, quanto mais o ensino da estatística pudesse ser acessível e compatível com a realidade, melhor seria a educação estatística.

Buscando realizar uma Educação Estatística adequada aos engenheiros ambientais e em consonância com os trabalhos realizados em no grupo de pesquisa GPEE- Grupo de Pesquisa em Educação Estatística, que discute e reflete sobre a teoria e a prática da Educação Estatística e suas articulações com a Modelagem Matemática e com a Educação Crítica investigamos a potencialidade da realização de projetos de modelagem estatística junto aos estudantes (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011).

Referencial Teórico

Garfield, Dani Ben-Zvi (2008) a partir da análise de inúmeras pesquisas em Educação Estatística observaram que os casos nos quais os estudantes foram expostos a ideias prontas e não trabalharam para desenvolvê-la se mostraram ineficientes para os propósitos de uma educação estatística voltada para a formação acadêmica e profissional. Os casos nos quais os alunos aprenderam fazendo, ou seja, realizaram atividades propostas por eles, se envolveram em atividades usando pequenos grupos colaborativos e o trabalho com tecnologias tiveram bons resultados. Ademais, os estudantes que aprenderam a pensar criticamente, analisar informações estatísticas, comunicar ideias, levantar argumentos foram aqueles que tiveram a oportunidade de trabalhar com estatística em diferentes contextos e em diversas ocasiões.

A formação atual do engenheiro deve fornecer condições para o diálogo sobre questões sociais, ambientais, políticas em que haja abertura para discussões em que o conhecimento reflexivo esteja presente.

Ter um pensamento reflexivo diante das atuais condições da sociedade é um dos quesitos necessários à condição para a formação do engenheiro ambiental, bem como estar “[...] apto a atuar multi e interdisciplinarmente, adaptável à dinâmica do mercado de trabalho e às situações de mudança contínua do mesmo” (FRAUCHES, 2008, p. 97).

A Educação Estatística pode colaborar para preparar o engenheiro ambiental para o mercado de trabalho e para a cidadania, pois se pretende que concomitantemente ao uso de Estatística para resolver situações semelhantes ao que irá encontrar na sua profissão, a partir do uso da Educação Estatística Crítica reflita sobre situações sociais, compreenda aspectos de relevância para a sociedade e participe na comunidade como questionador e como agente provocador de mudanças.

A Educação Estatística Crítica, inspirada na Educação Matemática Crítica segundo as concepções de Skovsmose (2004) foi utilizada com o objetivo de promover a participação crítica dos estudantes na sociedade, discutir questões políticas, econômicas e ambientais nas quais a estatística funciona como suporte tecnológico.

A Educação Estatística Crítica não apenas serve para preparar o futuro profissional, mas pode ser visto como um processo de vida, que transforma o aluno em cidadão, apto a tomar decisões mais acertadas e agir, atuar e participar na sociedade. A Modelagem Estatística possui preocupações de criar um ambiente de aprendizagem, como sugere Skovsmose (2000) que propicie aos alunos oportunidade de adquirir conhecimentos, refletir e debater sobre questões reais, explorar novos caminhos, usar criatividade e criticidade para entender as situações da realidade a partir de conhecimentos estatísticos.

Ao utilizar situações da realidade em um ambiente de modelagem estatística seguindo os pressupostos da Educação Estatística Crítica tem-se a intenção de aumentar o alcance da disciplina de Estatística onde "a sala de aula se torna uma microssociedade e pode representar a democracia em espécie (ou de outra forma)" (SKOVSMOSE, 2000, p. 2).

O trabalho colaborativo pode auxiliar neste sentido, pois juntos professores e alunos podem envolver-se em diálogos, levantar questionamentos, aumento a chance de alcançar maiores resultados do que somente os que seriam colocados pelo professor em uma aula expositiva. O trabalho colaborativo, segundo Luck (2003) pressupõe envolvimento de todos em um processo de interação e engajamento, engloba o trabalho conjunto, de interação entre as disciplinas do currículo entre si e com a realidade.

O compartilhamento de conhecimento resultante do trabalho colaborativo suscita discussões sobre o uso da Estatística na tomada de decisões. Ademais, Skovsmose (2000) destaca que as discussões em sala de aula devem estar focadas em: preparar os alunos para o exercício consciente da cidadania; relacionar o conhecimento estudado como um instrumento para analisar características críticas de relevância social; considerar os interesses dos alunos; considerar conflitos culturais e sociais; estimular a comunicação em sala de aula, pois as inter-relações oferecem uma base para a vida democrática.

Uma postura democrática de trabalho pedagógico favorece o diálogo, o questionamento, a criatividade e a divisão de tarefas, pois delegando responsabilidades aos alunos, eles precisam tornar-se responsáveis por construir seu conhecimento, pesquisar, coletar e organizar dados, analisar e interpretar os resultados encontrados.

Como campo de ação, a Educação Estatística Crítica preocupa-se não apenas com a aprendizagem de estatística, mas em como a estatística pode auxiliar no desenvolvimento de uma postura investigativa, reflexiva e crítica do aluno em uma sociedade globalizada, marcada pelo acúmulo de informações e pela necessidade de tomada de decisões em situações de incerteza (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011).

O desenvolvimento de projetos de modelagem no âmbito da Educação Estatística Crítica segundo Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) pode ser uma alternativa que auxilie os estudantes a desenvolver visão holística para utilizar seus conhecimentos com consciência, atuar politicamente e participar das decisões que norteiam suas vidas.

Metodologia

Esta pesquisa possui abordagem qualitativa, devido à complexidade da realidade investigada e do objetivo levantado, que segundo Bogdan e Biklen (1994), preocupa-se com o processo e não simplesmente com resultados e produtos da investigação. Em todas as fases do desenvolvimento dos projetos de modelagem, ocorreu a produção de dados a partir do exercício atento de ouvir, interpretar, compreender ações, comportamentos de todos os sujeitos envolvidos.

A análise foi realizada a partir das observações de momentos de aula, atendimentos extra-classe, e saídas de campo realizadas a partir dos projetos de modelagem desenvolvidos na disciplina de Estatística II no curso de Engenharia Ambiental da Universidade Federal de Rondônia nos anos de 2012 e 2013. Os resultados apresentados consideram a participação dos professores e alunos do curso de Engenharia Ambiental no desenvolvimento de projetos de modelagem estatística para construção do seu próprio conhecimento.

Utilizamos projeto no sentido proposto por Cortesão, Leite e Pacheco (2002, p. 24) como um estudo em profundidade, um plano de ação sobre uma situação, sobre um tema ou um problema que "[...] envolve uma articulação entre intenções e acções, entre teoria e prática, organizada num plano que estrutura essas acções". Mas, além disso, consideramos que os projetos de modelagem por meio do envolvimento em questões reais criam possibilidades para a produção ou a construção do conhecimento. Analisamos como ocorreu a construção de conhecimento do engenheiro ambiental a partir da realização de projetos colaborativos.

Trazemos neste recorte, algumas contribuições do trabalho com projetos desenvolvidos por meio da discussão da postura dos alunos, uma das categorias de análise elucidadas a partir do entrelaçamento entre os dados obtidos em campo e o embasamento teórico da pesquisa.

Resultados e Discussão

A configuração da sala de aula foi modificada por meio dos projetos de modelagem estatística. O saber não foi visto como exclusividade do professor, pois o aluno deixou de ser considerado um mero e passivo receptor das informações repassadas pelo professor, o detentor do conhecimento. O ambiente de aprendizagem que propomos, baseado em Alro e Skovsmose, (2006) ofereceu a oportunidade dos alunos participarem da busca de seu próprio conhecimento, estudarem tópicos do seu próprio interesse, pesquisarem e mostrarem responsabilidade frente ao seu processo educacional.

Pode-se perceber o envolvimento dos professores e alunos do curso de engenharia ambiental ao realizarem um trabalho colaborativo e trabalhem com problemas reais por meio da estatística. O trabalho colaborativo realizado está “[...] associado a concepções de formação que não se coadunam com a uniformização e que não se esgotam na instrução e acumulação de conhecimentos” (CORTESÃO; LEITE; PACHECO, 2002, p. 23). Este trabalho criou condições para a troca de diversos saberes entre os profissionais de diferentes especialidades de modo que alunos e professores participaram de um rico momento de formação juntos. A qualidade do ensino foi ampliada pela capacidade de participação de todos os envolvidos para compreender e refletir sobre os problemas do dia a dia.

A aprendizagem e o crescimento do aluno através dos projetos foram possíveis graças à atitude que o aluno teve de buscar, selecionar, fazer conjecturas, analisar, interpretar informações e apresentá-las. Essa atitude não foi passiva, sem esforço e sem significado, mas um processo que proporcionou oportunidades para reflexões e críticas das informações obtidas (WODEWOTZKI; JACOBINI, 2005).

O aluno percebeu que suas ideias e opiniões foram valorizadas, e sentiu-se seguro ao expor suas contribuições, pois foi solicitado que apresentasse oralmente sua compreensão dos tópicos trabalhados e despendeu-se tempo suficiente durante os projetos para os alunos debaterem, levantarem questões, colocarem suas ideias, pensarem alto, discutirem, refutarem conjecturas de si próprios ou de colegas.

Os alunos desenvolveram uma postura investigativa, passaram a encarar os desafios de maneira positiva, com maior confiança na sua capacidade de realizar os projetos e mostraram-se interessados em realizar novos trabalhos com projetos de modelagem colaborativos. Eles transpuseram as diferenças, melhoraram seu relacionamento, foram mais participativos, questionadores e críticos.

Os projetos despertaram a curiosidade dos alunos e, com isso, eles passaram a descobrir e desenvolver significações na aprendizagem prática. Os alunos evoluíram no ritmo de aprendizado ao estarem envolvidos nos projetos colaborativos.

O uso de questões reais influenciou potencialmente o desenvolvimento de criticidade dos envolvidos em debates de situações ambientais, políticas e sociais que foram analisadas com o uso da estatística crítica. A abertura para diálogo e reflexões sobre essas questões propiciaram um trabalho colaborativo ente docentes e alunos e tornaram possível a vivência dessa experiência de sucesso acadêmico.

Os alunos perceberam as disciplinas próximas da realidade, pois elas foram sendo utilizadas a medida que sentiam necessidade de estudarem algum conhecimento específico para avançarem no desenvolvimento dos projetos. Para encontrar uma solução não utilizaram os conhecimentos de forma isolada, mas integrados como entende Almeida (2002, p. 58)

> "(...) o projeto rompe com as fronteiras disciplinares, tornando-as permeáveis na ação de articular diferentes áreas de conhecimento, mobilizadas na investigação de problemáticas e situações da realidade. Isso não significa abandonar as disciplinas, mas integrá-las no desenvolvimento das investigações, aprofundando-as verticalmente em sua própria identidade, ao mesmo tempo, que estabelecem articulações horizontais numa relação de reciprocidade entre elas, a qual tem como pano de fundo a unicidade do conhecimento em construção."

Conforme Carlson (2002) apontou o envolvimento do aluno em problemas ou situações que ele pode identificar como seus próprios problemas é uma das formas utilizadas pelo trabalho com projetos para se propiciar a compreensão da importância da estatística na sua profissão, bem como para promover valores e significados que justifiquem o seu aprendizado.

Os estudantes de Engenharia Ambiental se inquietaram com os problemas pesquisados, pois os consideraram como seus, questionaram a realidade instituída em seu meio e compreenderam que podem enfrentar alguns destes problemas ao agirem eticamente e responsavelmente. A partir das discussões e investigações realizadas neste ambiente de aprendizagem houve o amadurecimento acadêmico do estudante que aprendeu conhecimentos estatísticos e ambientais voltados a uma formação para a cidadania.

Desta forma, concluímos que os projetos de modelagem estatística crítica que levam em conta o contexto social, cultural e ambiental e aliam diferentes profissionais e conhecimentos contribuíram para a formação para o mundo do trabalho e para a vida, gerando a postura reflexiva, investigativa e crítica dos futuros engenheiros ambientais.

Considerações finais

A tendência atual para o ensino de engenharia é um curso com estruturas flexíveis que permitam uma formação abrangente, com abordagem pedagógica centrada no aluno, ênfase na transdisciplinaridade, preocupação com o meio ambiente, integração social e política e valorização do ser humano (BRASIL, 2001). O trabalho com projetos de modelagem se mostrou uma alternativa viável para repensar o currículo de Engenharia Ambiental da Universidade Federal de Rondônia em atendimento a essas necessidades de formação.

A partir da análise dos resultados, concluiu-se que os projetos de modelagem estatística propiciaram uma integração entre conhecimentos estatísticos e ambientais, a partir de um contexto de aprendizagem compartilhada. Por meio da colaboração, os professores tiveram a oportunidade de ressignificar socialmente suas práticas buscando a formação de engenheiros ambientais que possam exercer plenamente sua cidadania e contribuir para o meio ambiente em que se inserem.

Em especial, destacamos que a intensa participação dos alunos nos projetos de modelagem estatística alterou sua postura de ver e ser no mundo, incentivou a sua curiosidade, e apurou o seu senso crítico. Eles se inquietaram com os problemas pesquisados, questionaram a realidade instituída e compreenderam como podem utilizar o conhecimento adquirido para contribuir com a mudança de algumas situações enfrentadas na comunidade ao agirem eticamente e responsavelmente. Desta forma, os projetos serviram de suporte para uma educação para a cidadania.

Os resultados e reflexões que trazemos em torno da formação desses estudantes não se esgotam com a análise dos projetos desenvolvidos, mas remete a possibilidade de implementar novos projetos nesta Instituição, aprofundar e ampliar as investigações deste tema.

Referências Bibliográficas

ALMEIDA, M. E. B. *Educação, projetos, tecnologia e conhecimento*. São Paulo: PROEM, 2002.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. *Educação Estatística* - teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. 1. ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2011.

CARLSON, B. A. *Preparing Workers for the 21st Century.* The Importance of Statistical Competencies. In: Proceedings of the VI ICOTS. 2002, p.1-6.

CORTESÃO, L.; LEITE, C. ; PACHECO, J. A. *Trabalhar com projetos em Educação*. Uma inovação interessante? Porto: Porto Editora, 2002.

FRAUCHES, C.C. *Diretrizes curriculares para os cursos de Graduação.* Brasília: ABMES Editora, 2008.

GARFIELD, J.; BEN-ZVI, D. *Developing Students' Statistical Reasoning*: Connecting Research and Teaching. The Netherlands: Springer, 410 p. 2008.

GONÇALVES, C. W. P. *Os (Des) Caminhos do Meio Ambiente.* São Paulo: Contexto, 1990.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. In: *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, Ano 13, n. 14, p. 66 – 91. 2000.

SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática Crítica:* a questão da democracia. 2. ed. Campinas: Papirus, 2004. 160 p.

WODEWOTZKI, M. L. L., JACOBINI, O. R. O Ensino de Estatística no Contexto da Educação Matemática. IN: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. *Educação Matemática*: pesquisa em movimento. – 2. ed. Revisada – São Paulo: Cortez, 2005.

A literatura infantil em conexão com a matemática: uma experiência com o livro "Clact, Clact, Clac"

Priscila Domingues de Azevedo Ramalho
priazevedo.ufscar@gmail.com
Unidade de Atendimento à Criança – UAC/UFSCar

Resumo

Este trabalho se trata de um relato de experiência de um projeto desenvolvido com crianças de 2 a 3 anos. O livro de literatura infantil "Clact, Clact, Clact" foi o desencadeador do projeto. Trabalhamos com a classificação, as crianças rasgaram papéis de cores diferentes e depois separaram e colaram; no outro dia separaram outras cores a partir de materiais naturais, foram até o jardim da creche e recolheram as flores e folhas que estavam caídas no chão; em sala, na roda da conversa cada criança ajudou a separar as cores encontradas, tinha flores alaranjadas e rosa, folhas marrons e verdes. Elas se envolveram bastante com essa experiência e a partir de elementos da natureza próximos delas puderam lidar com o aprendizado das cores e desenvolveram a habilidade da classificação que mais para tarde será fundamental para a construção do conceito de número. Na semana seguinte, trabalhamos de onde pode vir o círculo e as crianças pegaram coisas redondas na sala para contornar uma das faces para fazer círculos num cartaz coletivo, pegaram tampa de panela, roda de carrinho, argola, pote de iogurte, CD, entre outros objetos que usam para brincar diariamente. Todas essas experiências envolveram os dois eixos fundamentais da Educação Infantil que são as interações e a brincadeira, brincaram com os papeis picados, com flores, folhas, com os objetos redondos e começaram a construir conhecimentos matemáticos fundamentais para seu desenvolvimento.

Palavras-chave: Educação Matemática na infância; Literatura Infantil; Educação Infantil.

Introdução

Este relato apresenta a experiência de um projeto desenvolvido pela autora com o Grupo 2 - crianças de 2 a 3 anos da Unidade de Atendimento à Criança – UAC/UFSCar, campus de São Carlos durante o mês de março de 2015. O projeto partiu do interesse das crianças em querer descobrir o nome das cores e das formas presentes no seu dia a dia.

A partir disso, a professora da turma escolheu o livro "Clact, Clact, Clact" de autoria de Liliana e Michele Iacocca (2008) que conta a história de uma tesoura mandona que encontra vários papéis coloridos (amarelo, vermelho, azul, verde, preto e alaranjado) picados e fica horrorizada com a bagunça. Ela tenta colocar ordem ali, pede para os papéis amarelos ficarem do lado esquerdo e os papéis azuis do lado direito.

Depois, a tesoura solicita aos papéis que se transformem em formas geométricas: círculo, quadrado e triângulo, mas ela não fica satisfeita com a arrumação.

A alternativa metodológica por trabalhar com projeto se deu, pois estudos mostram que os projetos possibilitam aos professores que ensinam matemática a realização, com as crianças, de ações investigativas, as quais permitem que rompam "com o estudo que se faz através de um currículo linear". As crianças têm a oportunidade de relacionar-se com situações problemáticas significativas, segundo Lopes (2003b, p. 27),

> considerando suas vivências, observações, experiências, inferências e interpretações. Acreditamos que essa opção metodológica possibilite ao aluno desenvolver-se de forma mais autêntica e autônoma, desenvolvendo uma competência crítica no que se refere ao uso da Matemática. (LOPES, 2003b, p. 27).

Os projetos de trabalho podem ser permeados por resolução de problemas, literatura infantil, músicas, jogos, brincadeiras e outras alternativas metodológicas possíveis para inter-relacionar os conteúdos matemáticos e outras áreas do saber.

Dessa forma, esse projeto priorizou a curiosidade e descoberta da criança, o contato com as cores da natureza e com as formas presentes nos brinquedos.

Esse projeto também foi compartilhado no Grupo de Estudo Outros Olhares para a Matemática – GEOOM da UFSCar e outras professoras da Educação Infantil puderam opinar sobre as escolhas pedagógicas feitas, isso facilitou o processo de reflexão sobre a própria prática da professora-pesquisadora autora desse relato.

Desenvolvimento das atividades

Foram realizadas diversas atividades durante três semanas para as crianças liderem com a descoberta das cores, com a classificação das cores e com a descoberta da forma "círculo".

Como o enredo da história do livro "Clact, Clact, Clact" conta, as crianças as rasgaram papéis de seis cores diferentes (amarelo, vermelho, azul, verde, preto e alaranjado), separaram e depois colaram numa folha individualmente. O desafio dessa experiência começou no ato de rasgar o papel que para muitas crianças de 2 anos isso era uma tarefa difícil, devido a intensidade da gramatura do papel. Ao separar com por cor, discutimos coletivamente as cores encontradas e pela critério da igualdade e da diferença as crianças juntaram os papéis picados. Mesmo sem saber o nome de todas as cores conseguiram juntar o que era igual. Na hora de colar, o manuseio com a cola também foi um aprendizado, no geral colocam mais cola que o necessário e nos dois lados do papel.

Num segundo momento, as crianças foram até o jardim da UAC e recolheram as flores e folhas que estavam caídas no chão. Em sala, na roda da conversa, cada criança ajudou a separar as cores encontradas, tinha flores alaranjadas e rosa, folhas marrons e verdes. Como mostra a Figura 1.

Figura 1 – Classificação das folhas e flores

Fonte: Imagem obtida pela professora-pesquisadora

Depois colaram num papel contact transparente os conjuntos das flores e folhas, como mostra a Figura 2.

Figura 2 – Grupos de flores e flores separados por cor

Fonte: Imagem obtida pela professora-pesquisadora

Essa experiência possibilitou que as crianças tivessem a oportunidade de classificar e comparar, visto que são habilidades importantes para a construção do conceito de número. Segundo Lorenzato (2006, p. 30) essas habilidades "interpõem-se e integram-se, num vai e vem contínuo e pleno de inter-relacionamentos e, assim, um vai esclarecendo e apoiando o outro na elaboração dos conceitos".

Na semana seguinte, trabalhamos de onde pode vir o círculo e as crianças pegaram coisas redondas na sala para contornar uma das faces para fazer círculos, como mostra a Figura 3. Pegaram tampa de panela, roda de carrinho, argola, pote de iogurte, CD, entre outros objetos que usam para brincar diariamente.

Figura 3 – Contornos circulares com a tampa do pote de iogurte – registro de uma criança de 2 anos e 7 meses

Fonte: Imagem obtida pela professora-pesquisadora em 30/03/2015

A professora falou para as crianças durante essa experiência de contornar que o círculo para ser círculo deveria estar todo pintado dentro e algumas crianças fizeram isso também.

Essa experiência superou a expectativa da professora, que durante seu planejamento achou que as crianças teriam dificuldade de separar objetos redondos e principalmente contornar objetos, mas não precisaram de muitas orientações que começaram a fazer círculos, o gosto pela canetinha hidrocor fez com que fizessem o registro com destreza e empolgação.

Ao procurar brinquedos e objetos na sala para fazer círculos as crianças puderam observar e explorar o espaço que convivem, visto que segundo Smole, Diniz e Cândido (2003), as crianças precisam envolver-se em tarefas de exploração do espaço, mover-se nele e interagir com os objetos, para adquirir noções intuitivas que constituirão as bases de sua competência espacial.

A professora propor num outro momento mais uma experiência para as crianças identificarem e compararem as cores, fez a “Mágica das cores” (Figura 4), usou água, corante alimentício e fez com as crianças a junção dos líquidos coloridos: amarelo com azul dá verde; vermelho com amarelo dá laranja; azul com vermelho dá roxo.

Figura 4 – Mágica das cores

Fonte: Imagem obtida pela professora-pesquisadora

A cada transformação as crianças iam falando as cores, as crianças se revezaram para ser o mágico, usando a varinha, e com a ajuda da professora transformaram os líquidos coloridos. Essa situação lúdica fez com que as crianças identificassem as cores e os nomes das cores de modo contextualizado e significativo e não exigiu delas que ficassem decorando mecanicamente os nomes das mesmas. Além disso, observaram a relação de quantidade, um pouco de líquido amarelo, com um pouco de líquido azul deu um monte de líquido verde, essa foi a transformação que mais gostaram.

Poderia ter questionado as crianças sobre a conservação de líquidos, usando diversos recipientes, mas não foi possível fazer isso naquele dia, a intenção é propor essa vivência novamente em outro momento e explorar situações e problematizações que não foram feitas no primeiro dia. Isso mostra que a prática pedagógica nem sempre vai contemplar tudo no mesmo momento, é preciso ter um objetivo claro e revisitar a experiência várias vezes para gerar pensamentos diferentes nas crianças.

Considerações finais

Todas essas experiências envolveram os dois eixos fundamentais da Educação Infantil que são as interações e a brincadeira; brincaram com os papéis picados, com flores, folhas, com os objetos redondos e começaram a construir conhecimentos matemáticos fundamentais para seu desenvolvimento.

Lidaram com as habilidades de classificação e comparação que mais tarde serão fundamentais para a construção do conceito de número. Além disso, lidaram com as formas geométricas em seu cotidiano.

A experiência vivenciada fez com que refletisse sobre a execução de um projeto de trabalho, isto é, ele não garante o aprendizado total de noções e conceitos matemáticos em uma vivência só, mas sabemos que a frequência de experiências desse tipo pode garantir que conceitos matemáticos sejam formados pelas crianças.

Referências Bibliográficas

IACOCCA, Liliana; IACOCCA, Michele. *Clact... Clact... Clact...* . 10 ed. São Paulo: Editora Ática, 2008.

LOPES, Celi A. Espasandin (Org.). *Matemática em projetos:* uma possibilidade. Campinas/SP: Graf. FE/UNICAMP; CEMPEM, 2003.

LORENZATO, Sergio. *Educação Infantil e percepção matemática.* Campinas: Autores Associados, 2006.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia. *Matemática de 0 a 6:* figuras e formas. Porto Alegre: Artes Médicas, 2003.

Sobre uma experiência de ensino de diferentes sistemas numéricos para alunos com deficiência visual: o caso do sistema binário

Matheus Freitas de Oliveira
matheusfreitas@id.uff.br
Universidade Federal Fluminense

Ana Maria Martensen Roland Kaleff
anakaleff@vm.uff.br
Universidade Federal Fluminense

Resumo

Apresenta-se uma alternativa ao estudo de sistemas de numeração desenvolvida no âmbito de um projeto de monitoria de iniciação à docência para a melhoria do ensino de Geometria, realizado no Laboratório de Ensino de Geometria da Universidade Federal Fluminense (LEG). Enfoca-se o sistema de numeração binário. O estudo foi dividido em duas partes: primeiro, realizou-se o desenvolvimento de um módulo instrucional visando à introdução do sistema binário com atividades para o aluno e utilizou-se um *ábaco binário artesanal,* construído para esse fim. No outro módulo desenvolvido, as atividades visam à introdução das operações básicas nos sistemas binário e decimal, que é realizada com outro recurso didático artesanal baseado no aparelho conhecido por *Minicomputador de Papy*. Ambos os recursos foram adaptados para alunos com deficiência visual e confeccionados com materiais de baixo custo. Foi elaborada uma versão virtual do ábaco com software de geometria dinâmica. Tais recursos didáticos vêm incorporar um conjunto de diferentes ábacos artesanais já existentes no LEG, que tem sido exibido e testado com visitantes de mostras do Museu Interativo Itinerante de Educação Matemática do LEG. A elaboração dos módulos foi norteada pelos princípios elencados nos Parâmetros Curriculares Nacionais e no Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico. As adaptações para alunos com deficiência visual foram pautadas em artigos da Revista do Instituto Benjamin Constant, do Rio de Janeiro.

Palavras-chaves: Sistemas de numeração, Números Binários, Deficiência visual, Museu Interativo

Introdução e Justificativa

Já é comum ouvir de adolescentes e jovens palavras que intrigam ainda a muitos adultos, tais como *software*, *smartphone*, memória RAM entre outras tantas pertencentes ao vocabulário antes restrito aos entendedores da computação. Isso se deve ao forte avanço tecnológico e digital que vivemos na atualidade. Frente a isso, a Matemática se torna uma valiosa ferramenta para o entendimento das novas tecnologias advindas desse avanço. De acordo com os PCN:

> (...) é importante que a Matemática desempenhe equilibrada e indissociavelmente seu papel na formação de capacidades intelectuais, na

> estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. (BRASIL,1997, p. 25)

Para estar ciente do que se tem produzido tecnologicamente e ser capaz de produzir novas tecnologias, o indivíduo deve saber se comunicar com os meios computacionais de forma a ser entendido e essa comunicação, como sabido, é dada através dos chamados *Números Binários*.

Conhecer a noção de número é algo que está profundamente conectado à história do homem, que já possuía a ideia de número mesmo em épocas mais remotas desde o seu surgimento. Como pontuado por Manuel e Almeida (2011, p. 13): "Essa faculdade permite-lhe reconhecer que algo muda numa pequena coleção quando um objeto lhe é retirado ou acrescentado sem que ele tenha testemunhado diretamente essa alteração". Fica claro ver nos relatos históricos que associados aos sistemas de numeração estão o desenvolvimento da noção de número e as práticas com cálculo e medição. De acordo com Cousquer:

> Sistemas de numeração, as práticas de cálculo, as práticas de medição e o desenvolvimento do conceito de número estão ligados ao curso da história, estão igualmente ligados às concepções místicas sobre os números, os cálculos astrológicos e cálculos astronômicos. (COUSQUER, 1994, p. 4; apud MANUEL E ALMEIDA, 2011, p.13)

Os dois autores, citando os relatos de Bruckheimer em *Mathematics and its history* de 2000, ainda pontuam que a matemática "deve ser apresentada como uma atividade dinâmica em expansão e poderá fomentar-se a compreensão dos conceitos quando os compararmos e contrastarmos com suas formas prévias" (MANUEL, ALM.EIDA, 2011, p. 26).

O que se percebe é que estudar não pode ser apenas um acúmulo de informação sem que haja reflexões críticas sobre o que se tem aprendido. É necessário que haja formação de um cidadão global e autônomo com conhecimentos que se completem independendo das diferentes áreas. Visando à formação de um indivíduo como o proposto, apresentam-se as sequências de atividades *Conhecendo o Ábaco Binário* e *Calculando com o Minicomputador de Papy* desenvolvidas no âmbito do projeto de monitoria *Iniciação à Docência para a Melhoria do Ensino de Geometria sob uma Perspectiva da Educação Matemática* da Pró-Reitoria de Graduação da Universidade Federal Fluminense (PROGRAD/UFF) realizado no Laboratório de Ensino de Geometria da UFF (LEG/UFF).

Metodologia e referenciais teóricos

Para a elaboração desses dois módulos instrucionais que compõe a sequência de atividades, utiliza-se uma metodologia diferente da usual. Os alunos devem dispor de recursos didáticos simples e de baixo custo. Pesquisadores da Educação, na antiga União Soviética, estudaram a utilidade dos recursos didáticos manipulativos concretos no âmbito da abstração e apontavam para o fato de que na aprendizagem:

> os conceitos evoluem com o processo de abstração e esta ocorre pela separação mental das propriedades inerentes a objetos. [...] Esse processo começa com o apoio dos nossos sentidos e, assim, ele é aparentemente paradoxal, porque para se chegar ao abstrato, é preciso se partir do concreto. (LORENZATO, 2006, p.22)

As atividades visam à construção do conceito pelo aluno, tal conceito que ainda não foi apresentado a ele como forma de definição, pois o estudante ainda estará o elaborando em sua mente.

Tal como tem sido feito no LEG/UFF, as sequências de atividades foram organizadas conforme o Modelo de van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico. Como citado em Kaleff (2008, p. 43), esse modelo consiste em duas partes: a primeira, da descrição da estrutura cognitiva, composta por cinco níveis mentais a serem necessariamente desenvolvidos pelo aluno para a compreensão de um conceito geométrico. Já a segunda parte apresenta uma metodologia de ensino para o desenvolvimento do conceito geométrico em cada nível de estrutura mental.

Aprendendo a contar e operar com os árabes, romanos, chineses e japoneses.

Junto ao acervo de materiais do LEG/UFF, está incorporada uma coleção de ábacos de diversos tipos e modelos, todos adaptados para o uso de alunos com deficiência visual e também com versões adaptadas utilizando softwares de geometria dinâmica. Dentre essa coleção encontram-se ábacos do tipo árabe, romano, chinês e japonês (*soroban*).

O ábaco árabe é comumente encontrado, mesmo no comércio, e muito utilizado por educadores principalmente no ensino infantil, por se tratar de um ábaco cuja base é decimal que origem está atrelada a utilização dos dedos das mãos no processo de contagem. De acordo com Duarte:

> Antes de surgir o sistema de numeração hoje utilizado, foi necessária uma etapa intermediária, caracterizada pelo surgimento do ábaco, instrumento milenar de cálculo. (...) Por milhares de anos, o homem fez seus cálculos utilizando-se desse instrumento. (...) O homem só realizou as operações no

ábaco e as inscrições numéricas serviam apenas para escrever o resultado. (DUARTE, 1986, p. 20)

Para a utilização do ábaco árabe dispõe-se um caderno com atividades que conduzirão o aluno a aprender a utilizar o ábaco como instrumento para representar e operar os números.

De maneira análoga, baseado no trabalho da educadora matemática Nilza Bertoni sobre números fracionários e suas origens, foram confeccionados ábacos do tipo romano que, diferente do ábaco árabe, apresenta em suas duas últimas hastes contas que representam frações unitárias. Bertoni explicita alguns objetivos do trabalho didático com esse ábaco, como:

> usar a matemática antiga para nos ajudar a entender mais a matemática de hoje; estimular o cálculo mental com frações; comparar demandas sociais por matemática do passado e do presente; comparar recursos antigos e atuais e perceber as limitações; liberta-se dos padrões rígidos da matemática atual; pensar além do simbólico e sobre ele; desenvolver uma metacognição matemática; perceber substratos lógicos da matemática e atingir insights da verdadeira atividade matemática. (BERTONI, 2005, p.30)

Ainda como complemento dessa coletânea de materiais, foram confeccionados mais dois ábacos: o ábaco chinês e o ábaco japonês. O chinês, também conhecido como *suan pan* é subdivido em dois retângulos e hastes que representam as potências de dez. No retângulo superior as hastes contém duas contas e no retângulo inferior as hastes possuem cinco contas cada, o que explica o fato de também ser conhecido como ábaco 2/5. Cada conta na parte inferior representa uma unidade e as contas na parte superior representam cinco unidades, possibilitando registros de números de 0 a 15 em cada haste (sistema hexadecimal). Com algumas adaptações a esse ábaco é possível construir o ábaco japonês, popularmente conhecido como *soroban*. De acordo com Peixoto, Santana e Cazorla:

> O *suan pan* foi trazido da China para o Japão em1622, onde recebeu o nome de *soroban*. Após a segunda guerra mundial, ele passou por várias mudanças e sua estrutura foi sendo aprimorada até a forma atual. (...) A primeira adaptação feita no Japão foi a retirada de uma das contas superiores, pois no Japão utiliza-se o sistema decimal. Mesmo assim, podia-se escrever desde o 0 até o 10 em cada haste. Depois houve a exclusão da quinta conta da porção inferior. Outra modificação feita ocorreu com o formato das contas. Originalmente redondas ou ovaladas, passaram a um formato losangular. Esta pequena mudança possibilitou aumentar a velocidade de manipulação e precisão dos movimentos, facilitando o manuseio e o desempenho no cálculo. Assim, nasceu o *soroban* moderno. (PEIXOTO, SANTANA, CAZORLA, 2006, p. 19)

O aumento da velocidade de manipulação e precisão nos movimentos descritos na citação acima possibilitou a difusão do *soroban* como uma calculadora de bolso que permite para aqueles que possuem treino a realização de cálculos de maneira eficaz e hábil. Por conta ainda do seu apelo táctil, essa calculadora de bolso é extremamente favorável na utilização por indivíduos com algum tipo de deficiência visual, entendendo-se assim por aqueles que possuem desde a baixa visão até a cegueira total. Por esse motivo, mesmo atualmente, é possível encontrar no mercado modelos do soroban sendo comercializados.

Para cada um dos ábacos supracitados, foram desenvolvidas atividades em um caderno para introduzir os alunos no uso dos mesmos (atividades que conduzem o aluno a representar e a operar utilizando cada ábaco) e fichas técnicas para os professores. Também foram projetados ábacos virtuais utilizando programas de geometria dinâmica, possibilitando assim a realização das atividades por meios digitais. Todos os ábacos confeccionados por ações do LEG/UFF foram feitos utilizando materiais de baixo custo de maneira que possibilitem a reprodução por diversos públicos. Todo esse conjunto de materiais foi adaptado para o uso por alunos com alguma deficiência visual. Os cadernos de atividades que continham alguma imagem gráfica foram adaptados utilizando papel vegetal marcado com diferentes *boleadores*, ferramenta utilizada em artesanato. Os ábacos antes confeccionados com papelão Paraná, nylon e contas de miçanga permitiam movimentos indesejados das contas, o que não permitia o bom manuseio do material por alunos com deficiência visual. Nesse caso, foram inseridas faixas de emborrachado EVA (Etileno Acetato de Vinila) para impedir movimentos aleatórios das contas.

Essa coletânea, composta pelos cadernos de atividades e ábacos (Figura 1), já foi apresentada em diversas mostras do Museu Interativo Itinerante de Educação Matemática do LEG/UFF, o LEGI, onde sempre é notório o interesse por conta dos visitantes: alunos do ensino básico, licenciandos em matemática e até mesmo de outros cursos de graduação e professores já formados, todos de diferentes regiões do Brasil.

Figura 1: Coletânea de diversos ábacos e atividades. Foto: Acervo LEG.

Introduzindo o Sistema de Numeração Binária: conhecendo o Ábaco Binário.

Dando continuidade ao trabalho desenvolvido com os ábacos no LEG/UFF, no ano de 2013 foi desenvolvido mais um ábaco com atividades que objetivam a construção do conceito de número binário.

Assim como a filosofia de nosso laboratório, foi confeccionado um ábaco com material de baixo custo: plástico adesivo transparente, sucata de pastas antigas, contas de miçangas utilizadas em bijuterias, emborrachado EVA e papelão Paraná. O ábaco já foi, previamente, idealizado de modo que permitisse a utilização por alunos com deficiência visual, visto que suas contas não mudam de posição com os movimentos aleatórios do aparelho, como mostrado na Figura 2.

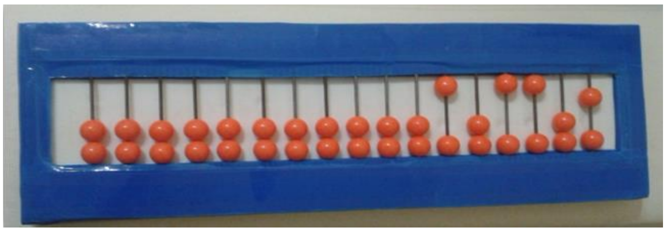


Figura 2: Imagem do ábaco binário. FOTO: Acervo LEG.

Foi ainda desenvolvida uma versão virtual do ábaco binário, assim como dos outros tipos de ábaco, utilizando um software de geometria dinâmica, como mostrado na Figura 3.

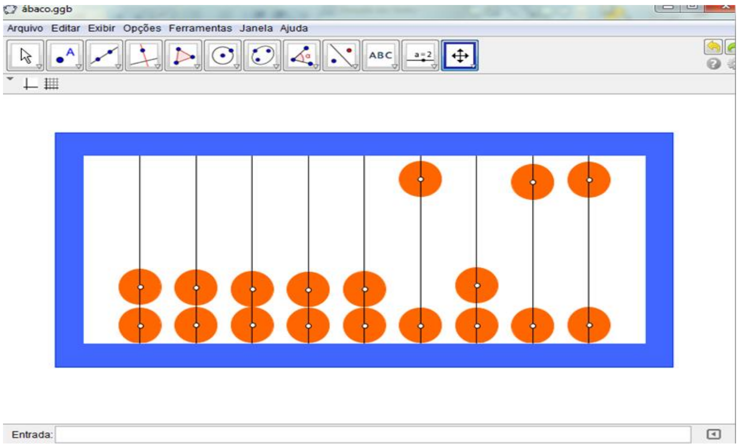


Figura 3: Imagem da versão virtual do ábaco binário

Para a utilização desse ábaco foi produzido uma sequência de atividades a serem realizadas pelo aluno que irão levá-lo a cotejar as representações decimais e binárias dos números. Além de comparar as diferentes representações, como forma de desafio, as atividades conduzem os alunos a transformar um número representado na forma decimal para a representação binária e vice-versa através do algoritmo de mudança de base. O professor encontra nesse momento uma alternativa para a aplicação do estudo de potências.

Para a realização das atividades, os alunos não precisam a princípio ter nenhum tipo de pré-requisito específico a não serem conhecimentos sobre valores relativos, valores absolutos e sistemas de numeração, conhecimentos estes que usualmente são tratados ainda no final do Ensino Fundamental I. Para os desafios, os alunos deverão já ter construído o conceito básico de potência como uma multiplicação de termos iguais.

Fazendo contas com a base 2 e a base 10: O Minicomputador de Papy.

Dando continuidade as atividades com o ábaco binário, para que o aluno realize as operações utilizando a base binária, foi desenvolvida também outra sequência de atividades chamada *Calculando com o Minicomputador de Papy*. Essa atividade foi desenvolvida com base nos estudos de Jesús Armando Rios e Mario Almeida (2011), a qual se mostra como uma alternativa metodológica no processo de aprendizagem das operações elementares através da utilização do Minicomputador de Papy. De acordo comesses autores: “Frédérique Papy, matemático belga, criou esta máquina para que as crianças dos primeiros níveis se familiarizem com os sistemas de numeração e cheguem à compreensão dos distintos tipos de agrupamentos por meio desse jogo de trocas.” (RIOS; ALMEIDA, 2011, p. 714)

O Minicomputador de Papy é baseado nas *Réguas Cuisiniere*, onde cada barra tem um valor associado ao seu tamanho e cor, e possui a forma de um quadrado dividido em quatro partes de formas quadradas iguais. Usualmente essas quatro partes são das seguintes cores: branco, vermelho, rosa e marrom. Visando à adaptação do material para alunos com deficiência visual utilizamos cores que se destacam mais entre si: vermelho, azul, verde e amarelo (para o caso do aluno caracterizado como baixa visão) e usamos ainda quatro texturas (para facilitar a percepção tátil do aluno cego). Cada um desses pequenos espaços com a forma de um quadrado representa uma potência de dois, pertencente a uma ordem decimal. Para melhor compreensão apresentamos o esquema na Figura 4. Ainda são utilizadas dois tipos de fichas, uma que indica a soma e outra indicando a diferença, que irão auxiliar os alunos na realização dos cálculos.

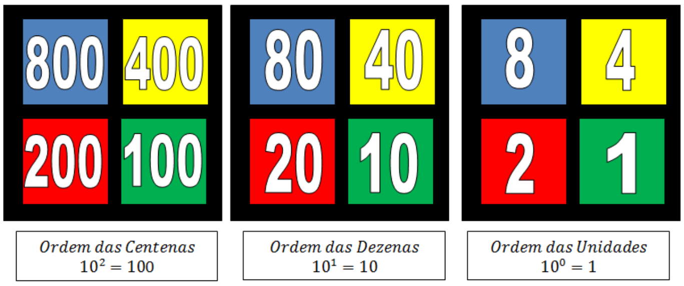


Figura 4: Representação de valores no Minicomputador de Papy

Espera-se com essa sequência de atividades que o aluno exercite os sistemas de numeração envolvidos, a mudança entre bases numéricas, agilize os cálculos mentais, acostume-se os alunos bem jovens a operar da direita para esquerda e a ler os números da esquerda para a direita. Ainda acredita-se que indiretamente as atividades tenham o propósito de estimular a compreensão lógica dos processos utilizados para as operações básicas da matemática e de desenvolver um pensamento lógico e mais estruturado, que permita ao professor trabalhar com os alunos as dificuldades de adaptação a novos métodos e com erros nos processos de cálculo.

O Minicomputador de Papy funciona por meio da consideração dos valores de cada espaço conforme assinalado na Figura 4. Para representar um daqueles números os alunos devem acrescentar no espaço uma ficha que representa a adição. Para representar outros números o aluno deve usar outros espaços e outras fichas, porém seguindo uma regra: cada espaço pode conter apenas uma quantidade inferior ao número da base de fichas, ou seja, apenas zero ou uma ficha por espaço. A cada duas fichas colocadas em um espaço, essas devem ser substituídas por uma na ordem binária seguinte.

Utilizando esta única regra e as duas fichas, os alunos irão aprender que: para somar usando as fichas aditivas representando os números e depois aplicando a regra básica; para subtrair utilizamos as fichas que representam a soma e a diferença, representa-se o minuendo com as fichas da soma e o diminuendo com as fichas da diferença, toda vez que em um espaço tiver uma ficha de soma e uma de diferença essas duas devem ser retiras do espaço. Quando sobrar apenas fichas da diferença, o aluno deve verificar se é possível pedir emprestado de ordens superiores valores para fazer a operação; para multiplicar por um número deve-se representar o produto como a soma de parcelas iguais; a divisão é apresentada como forma de desafio. O aluno será conduzido a realizar um caminho inverso ao procedimento construído na multiplicação para realizar divisões exatas.

Considerações finais

Com a utilização de ábacos, não só se dá ao aluno a oportunidade de fazer com que aprenda matemática com materiais manipulativos lúdicos, mas como também o permite fazer um passeio histórico que o ajudará a compreender um pouco do conceito de número.

Introduzir os ensinamentos dos cálculos por meios algorítmicos pode ser extremamente penoso para os alunos que ainda não estão cientes do processo histórico e sobre as complexas noções de agrupamento e troca. De acordo com Fernandes (2006, p. 12): "introduzir os símbolos, propriamente ditos, diretamente, caracteriza uma violência pedagógica e, muitas das vezes, transforma o manuseio dos contadores mecânicos num verdadeiro obstáculo à aprendizagem".

O que se espera com atividades tais como as descritas nesse relato, além dos objetivos específicos já apresentados, é uma inserção adequada de alunos na matemática, de maneira que os conceitos sejam descobertos e construídos. Desta forma, acredita-se que o aluno irá se desenvolver de maneira autônoma de modo que o incentivará a também fazer matemática e não só reproduzir uma sequência de comandos pré-estabelecidos assimilados durante sua formação.

Como já esperado pelos recursos didáticos desenvolvidos no LEG, o tipo de atividades aqui apresentado cumpre um papel de democratização da matemática, bem como a formação integral do aluno na medida em que se pretende levá-lo a se estabelecer como ser crítico e a se encontrar como ser humano e cidadão, consciente de sua condição de sujeito em transformação, participante ativo na construção do seu destino e da sua história, ou seja, de sua autonomia, como bem pontuado em Kaleff (2008).

Referências bibliográficas

BERTONI, N. E. *Número fracionário: primórdios esclarecedores.* Rio Claro: SBHMat, 2005.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Ensino de primeira à quarta série.* Brasília, 1997.

DUARTE, N. *O ensino de Matemática na Educação de Adultos.* São Paulo. Autores Associados, 1986.INSTITUTO BENJAMIN CONSTANT. Soroban: As operações Matemáticas nas Tábuas de Contar. In: FERNANDES, C. T. *De lá pra cá... Daqui pra lá... Tanto faz... – As Operações Matemática nas Velhas Tábuas de Contar.* Rio de Janeiro. MEC, 2012, p 3-16.

KALEFF, A. M. M. R. *Tópicos em Ensino de geometria: A sala de aula frente ao laboratório de ensino e à história da geometria.* Niterói: Pós-graduação Lato Sensu a distância da UAB, 2008.

LORENZATO, S. O Laboratório de Ensino de Matemática e os Materiais Didáticos Manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Org) *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.* São Paulo: Autores associados, 2006, p. 3-38.

MANUEL, F., ALMEIDA, M. de B. *Sistemas de numeração precursores do sistema indo-Árabe.* São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

PEIXOTO, J. L. B., SANTANA, E. R. dos S., CAZORLA, I. M. *Soroban: Uma ferramenta para a compreensão das quatros operações.*Itabuna: Via Literarum, 2006.

Algebrizando a partir da investigação de regularidades: o pensamento relacional

Carla Cristiane Silva Santos
Universidade São Francisco
carlinha_ipda@hotmail.com

Resumo

Este relato, a análise de um caso, visa apresentar uma experiência com tarefas de álgebra numa sala de aula de um 7º Ano de uma escola privada, na qual a autora atuava como orientadora de estudos. A tarefa aqui relatada foi elaborada pelo Grupo Colaborativo em Matemática (GRUCOMAT) da Universidade São Francisco. O GRUCOMAT tem 13 anos de existência e nos três últimos anos tem desenvolvido pesquisas sobre o ensino da álgebra. O grupo tem elaborado tarefas envolvendo regularidades, padrões e relações entre operações equivalentes, visando o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, desde a Educação Infantil e os anos iniciais do Ensino Fundamental. Para este relato foi selecionado um episódio ocorrido durante o desenvolvimento de uma tarefa, que tinha por objetivo identificar as possíveis generalizações que os alunos faziam durante as investigações com tarefas que envolviam o pensamento relacional, em particular, os sentidos que eles atribuíam ao sinal de "igual". A análise do material produzido (registro dos alunos e transcrição da videogravação) evidencia que os alunos, ao discutirem o sentido do sinal de igual, identificaram as regularidades e as relações existentes entre as operações de adição e subtração.

Palavras-chave: álgebra, generalização, pensamento relacional, sinal de igual.

Introdução

Este relato, a análise de um caso, visa apresentar uma experiência com tarefas de álgebra numa sala de aula de um 7º ano de uma escola privada, na qual a autora atuava como orientadora de estudos. A tarefa aqui relatada foi elaborada pelo Grupo Colaborativo em Matemática (GRUCOMAT) da Universidade São Francisco. O Grupo tem se constituído num espaço de estudos e pesquisas sobre a matemática na escola básica. É formado pelas professoras que atuam na Universidade, por professores que ensinam matemática em todos os níveis de ensino e diferentes modalidades, bem como por alunos da pós-graduação (mestrado e doutorado em Educação).

O grupo mantém reuniões semanais de duas horas no próprio espaço da universidade. Nessas reuniões são feitas leituras teóricas, elaborações de tarefas e realização das mesmas pelas professoras que áudio e videogravam o movimento de sala de aula durante o envolvimento com a tarefa. As gravações e os registros escritos dos alunos são levados para a discussão e a análise do grupo. Nos últimos anos o

GRUCOMAT vem desenvolvendo pesquisas focando o ensino da álgebra desde a Educação Infantil até o Ensino Médio. Os estudos em álgebra centra-se nas análises da representação do pensamento algébrico dos alunos, quando os mesmos se envolvem na resolução de tarefas investigativas com regularidades.

Ponte, Branco e Matos (2009) afirma que o grande objetivo do estudo da Álgebra na educação básica é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Para os autores este pensamento inclui a capacidade de manipulação de símbolos, de estruturas, objetivando a modelação e o estudo da variação. Eles concluem que o pensamento algébrico inclui, igualmente, a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios do cotidiano.

Kaput (1999 apud PONTE; BRANCO; MATOS, 2009) pondera que o pensamento algébrico é algo que se manifesta quando a criança começa a estabelecer generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressas através de linguagens cada vez mais formais. Para o autor este processo de generalização pode ocorrer com base na Aritmética, na Geometria, em situações de modelação matemática e, em última instância, em qualquer conceito matemático trabalhado desde os primeiros anos de escolaridade.

Discutindo também a generalização, Radford (2013) explica que a constituição da mesma acontece por meios de três problemas fundamentais: o primeiro é fenomenológico, em que o modo como o aluno irá enxergar a tarefa proposta é diferente da visão do professor, são olhares distintos num processo de dedução do estudante; o segundo problema é o epistemológico em que são feitos os levantamentos de hipótese e aplicação da mesma pelo processo de indução; e o terceiro, é o semiótico, sendo a compreensão das hipóteses e generalização aplicável chegando-se à lei de formação pela abdução, em que se tem uma interpretação plausível na resolução do problema.

Referindo-se, também, ao pensamento algébrico, Van de Walle (2009), em seus estudos, pontua que o pensamento ou raciocínio algébrico envolve formar generalizações a partir de experiências com números e operações. Essas experiências possibilitam o desenvolvimento do pensamento relacional, em que a criança constrói funções matemáticas estabelecendo a compreensão de diversas variáveis.

Mediante esses pareceres teóricos, entende-se que o pensamento algébrico se desenvolve por meio da generalização. Essa generalização acontece, segundo Ponte, Branco e Matos (2009), nas investigações matemáticas, em que o estudante, ao se envolver com tarefas desafiadoras, não olha apenas o objeto em si, mas identifica sua propriedade e as relações existentes. Para eles, tarefas que contem regularidades contribuem no pensamento relacional.

Esses autores descrevem a importância de estabelecer relações numéricas com as crianças levando em conta o sentido do sinal de igual. Quando o estudante faz relações, ele se aproxima do pensamento algébrico. Numa situação, em que se escreve 5 + 2 = 7 esse "7" é o resultado da adição. Nesse caso o sinal de = mostra o resultado da operação. Ponte (2009) pondera que o sentido do sinal de igual nesse caso seria o "processual" *(relação operacional apenas no campo* aritmético).

Numa outra situação em que se escreve que 7 = 1 + 6 ou 7 = 2 + 5 ou 7 = 3 + 4 estou trabalhando com a ideia de equivalência. Para Ponte, Branco e Matos (2009), o sentido do sinal de igual nesse caso seria o "estrutural" quando a criança faz estruturações dos números já com ideias algébricas (*relação de equivalência olhando a estrutura da operação*). Como isso entendemos que trabalhar "relações" é o mesmo que estabelecer equivalência entre duas expressões numéricas. Esse processo é o mesmo que trabalhar com as famílias numéricas (Ex: a família numérica do 12 é o 11 + 1 ou o 10 + 2...).

Nesse sentido, este texto apresenta umas das tarefas realizadas pela autora cujo objetivo foi o de identificar as possíveis generalizações que os alunos faziam durante as investigações com tarefas que envolviam o pensamento relacional, em particular, os sentidos que eles atribuíam ao sinal de "igual".

A Tarefa e suas potencialidades

A tarefa foi extraída de Ponte, Branco e Matos (2009, p. 29), cujo texto foi lido e discutido no Grucomat.

$11 + \square = 26$	$\square = 15 + 11$
$11 + 15 = \square + 11$	$11 + \square = 11 + 15$
$11 + 15 = 12 + \square$	$14 + \square = 11 + 15$
$11 + 15 = \square + 16$	$\square + 12 = 11 + 15$
$11 + 15 = \square + 17$	$\square + 13 = 11 + 15$

Objetivo da tarefa está na identificação das igualdades das expressões numéricas, com o intuito de encontrar relações numéricas, reforçando o significado de equivalência do sinal de igual. Como potencialidade desta tarefa, ao investigar, os alunos podem compreender a equivalência do sinal de igual e a igualdade das expressões numéricas; podem compreender que em alguns momentos os números diminuíam e em outros aumentavam, o que possibilita a resolução, apenas com a observação das relações existentes entre os números, tanto na horizontal, quanto na vertical. Os alunos podem também estabelecer relações entre os números comparando as expressões que se apresentam de ambos os lados do sinal de igual.

Outra potencialidade está na constatação da propriedade comutativa da adição, nas primeiras quatro expressões, em que os alunos podem verificar que a ordem das parcelas não altera o resultado. Na expressão $11 + 15 = \square + 12$ os alunos podem usar um raciocínio de compensação, argumentando, por exemplo, que o número em falta é o 14, uma vez que para manter a equivalência a unidade que se adiciona a 11 para obter 12 tem de ser subtraída a 15.

A realização da tarefa, os indícios de pensamento algébrico pelos alunos e algumas considerações

Esta tarefa foi realizada com um grupo de alunos de um 7º ano, em de 2014, numa escola privada. A tarefa foi realizada num grupo com 5 alunos e enquanto a professora fazia as intervenções contou com a colaboração de 2 alunos que filmaram todo o movimento das discussões.. Foram entregues cópias das expressões numéricas para o grupo. Foi feita a leitura do enunciado da tarefa junto com os alunos, com intervenções e questionamentos conforme suas respostas para que eles visualizassem a regularidade na expressão e generalizassem.

No inicio da realização da tarefa os alunos se mostravam resistentes quando eram desafiados a pensar e antes que a professora fizesse questionamentos, elesdiziam frases do tipo: *"Ah professora, se você não falar a regra eu não vou saber resolver...*". Percebe-se que alunos olharam para a tarefa e logo pensaram que para resolver precisariam de uma regra, e não pensaram sobre a tarefa em si. Nota-se que esses discursos iniciais vêm de uma cultura de aula na qual só se ensina regras.

Thompson (1984) e Chacón (2003) (apud MENGALLI, 2011) descrevem que a visão do professor em relação à matemática está ligada a uma prática pedagógica que ele desenvolve na sala de aula. Essas autoras pontuam alguns perfis se referindo ao professor instrumentalista que ensina de maneira prescritiva, enfatizando regras e procedimentos.

Por outro lado, essas autoras (apud MENGALLI, 2011) ponderam que o professor platônico é aquele que ensina enfatizando o significado matemático dos conceitos e lógica dos procedimentos matemáticos, e o professor que estiver na linha da resolução de problemas enfatizará atividades que levam o estudante a interessar-se por processos gerativos da matemática.

Seguindo essa perspectiva os alunos foram estimulados a pensar sobre a tarefa que estava diante deles. Com as perguntas da professora, eles começaram a se interessar pela tarefa. Segue a transcrição de um trecho do diálogo com os alunos. Visando manter o anonimato dos mesmos, usarei letras para designá-los.

Prof: *Ao olhar e analisar essa tarefa, o que vocês percebem ?*

A: *Hum...ah é só preencher o que falta nos quadradinhos...muito fácil!!*

C: *Sim...Nesse caso um lado é igual o outro...*

Prof: *O que significa esse "igual" para vocês ? O que significa o sinal de igual para vocês?*

A: *Que dê o mesmo resultado....Ah prá dá o resultado de uma conta*

B: *Os dois correspondem os mesmos valores, Professora*

Prof: *Só existe esse significado para o sinal de = (igual), ou tem outro significado ?*

A: *Não ...ele também pode significar o mesmo peso, ou mesmo valor...*

Prof*: O que significa ser o mesmo peso, ou mesmo valor?*

B: *Ah porque são equivalentes...é ser equivalente...*

Nota-se que quando são questionados os alunos são estimulados a pensar e começam a fazer relações. Aproveitando esse momento a professora continua os questionamentos a fim de que os alunos continuem refletindo sobre a tarefa.

Prof: *Continuando... olhando e analisando essa tarefa o que mais vocês percebem ?*

C: *Percebemos que vai dar sempre o mesmo resultado*...

A: *É só subtrair do 26 o número da operação ....dai vou ter o X*

Prof: *Então o número que esta faltando é o X . Dê um exemplo...*

A: *Um exemplo pegar o 11 + 15 = 12 + X ......e o X é 26*

Porque o 11 + 15 é 26 ...dai é só subtrair o 12 do 26 que termos o X que é 14 no caso...

B: *O X supõe um número...*

Nesse momento ouve um silêncio. Acredita-se que os alunos começam a refletir mais sobre a fala do colega quando usa o termo X para representar o numero que falta. Até então o aluno A estava raciocinando com o significado operacional do sinal de igual, ou seja, da soma, subtrairia a parcela conhecida, chegando ao resultado 14. Ele não se ateve ao comentário de B que se tratava de uma relação de equivalência.

Ao perceber o silêncio a professora continua as perguntas.

Prof*: E esse sinal de "igual" o que ele esta representando ai ?*

A: *hum....Aqui na primeira (aponta para a expressão) parece que é o resultado ...Já aqui na segunda (aponta para expressão) esta dando outro sentido...*

C: *É o sentido de que um lado é o mesmo que o outro.*

Prof: *E o que significa um lado ser o mesmo que o outro?*

C: *É ser equivalente... na segunda (expressão) um lado é equivalente ao outro...*

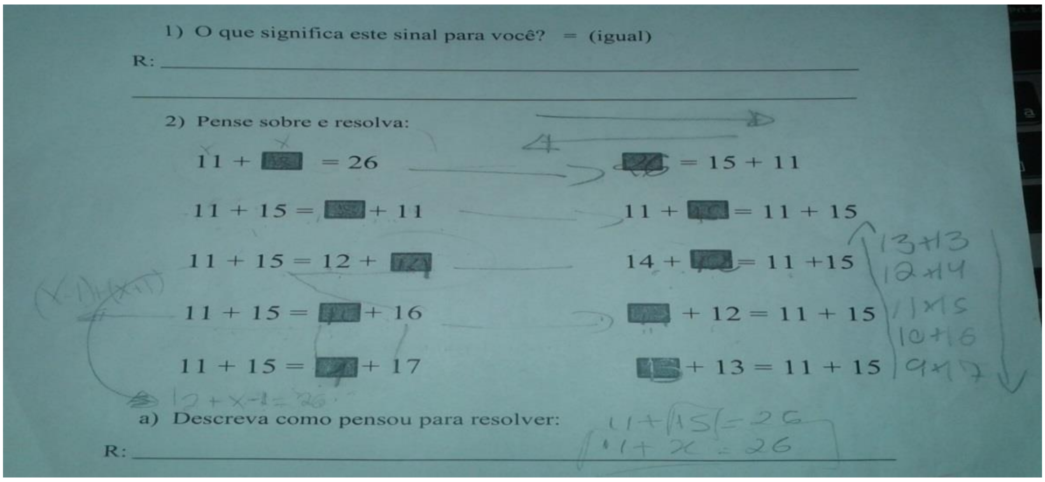
A : *Se a gente for vê ordem das parcelas não altera o resultado...*

B: Como disse o A, aqui podemos até formar *uma expressão algébrica, professora ...e podemos chamar o número ausente de x e o 11 de y. Porque tem momento que de um lado cresce 1 e de outro diminui 1.*

Nas expressões 11 + $\square$= 26 e 11 + 15 = $\square$ + 11 nota-se que os alunos respondem que na primeira o sinal indica o resultado e na segunda a equivalência. A resposta de um aluno começa a mobilizar o raciocínio do outro, num movimento segundo Vygotsky (1934) da *"palavra disparadora"* possibilitando as trocas de ideias e o desenvolvimento do raciocínio matemático. E a grande sacada da discussão é quando um aluno refletindo sobre suas observações e as do colega chega na lei de formação *(y – 1) +(x + 1) = 26* ... No entanto fica evidente que os alunos já sabem que a letra generaliza e é uma variável. E mediante os referenciais citados, ao generalizar suas ideias matemáticas na linguagem, usando recursos pictóricos, nos argumentos os alunos estão pensando algebricamente. Nesse caso, os alunos do 7º ano, estão começando a desenvolver o pensamento relacional, ou seja, o pensamento algébrico.

Segue registros dos alunos na Figura 1.

Figura 1: Registro dos alunos



1) O que significa este sinal para você? = (igual)

R: ____

2) Pense sobre e resolva:

11 + [redacted] = 26 | [redacted] = 15 + 11

11 + 15 = [redacted] + 11 | 11 + [redacted] = 11 + 15

11 + 15 = 12 + [redacted] | 14 + [redacted] = 11 +15

11 + 15 = [redacted] + 16 | [redacted] + 12 = 11 + 15

11 + 15 = [redacted] + 17 | [redacted] + 13 = 11 + 15

a) Descreva como pensou para resolver:

R: ____

De modo geral, nota-se essa tarefa promoveu discussões importantes, potencializando o desenvolvimento o pensamento algébrico.

Normalmente os professores atribuem o sentido do sinal de igual apenas como o resultado de uma operação. Isso quando trabalham adição, em que o sinal é visto apenas como o resultado da "soma da continha de mais". O uso desse termo faz com que o aluno já crie uma única ideia do uso do desse sinal.

Ao realizar essa tarefa, nota-se que é importante o professor tentar identificar qual é a concepção que está por trás da resposta do aluno, pois o conhecimento matemático escolar e não escolar irá influenciar em suas relações. Nesse sentido é necessário ser feito um trabalho que foque o uso de um vocabulário matemático mais pontual.

Verifica-se também que a postura indagadora da professora faz toda diferença, pois, ao serem questionados, os alunos esquecem a ideia de que precisariam de uma regra, e começam a pensar sobre a tarefa e as propriedades nela envolvidas. Nesse momento de diálogo são possibilitados a emergência de argumentos e os alunos começam a ser protagonistas das suas próprias maneiras de resolver a situação proposta.

Carvalho (2005, apud MENGALI, 2011) pontua que o aceitar dos argumentos do colega funciona com um reforço positivo que controla a resposta proposta por um, mas que é aceita pelo grupo. Os discursos na sala de aula devem estar atrelados ao respeito e a validação do pensamento entre os sujeitos. A interação social se dá pelo respeito mútuo entre os pares, aceitando diferenças, limitações, buscando igualdade e, assim possibilitando que o conhecimento circule no cenário de aprendizagem.

Portanto, a posição do professor ao possibilitar que os alunos expressem suas ideias e as coordena na sala de aula fazendo comparações e levantando hipótese, é um auxílio para que o aluno desenvolva o pensamento relacional e desconstrua a ideia receptível e procedimental dos modos de resolução de problemas matemáticos. Sendo assim, um ambiente do diálogo das ideias matemáticas difundidas em sala de aula requer que se possibilite o desenvolvimento do pensamento algébrico, pois as discussões que surgem levam à construção de ideias e à percepção das regularidades.

Referências Bibliográficas

MENGALI, Brenda Leme da Silva. *A cultura da sala de aula numa perspectiva de resolução de problemas:* O desafio de ensinar Matemática numa sala multisseriada. 2011. 219p. Dissertação (Mestrado em Educação). –Universidade São Francisco, Itatiba, 2011.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, ANA. *Álgebra do Ensino Básico.* Ministério da Educação. 2009

RADFORD, Luis. *Em torno a três problemas de lageneralización.* In: L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e l. Segovia (Eds). Ivestigación em didática de La Matemática. Homenaje a Encarnación Castro. Granada, España: Editorial Comares, 2013, p.3-12.

VAN DE WALLE, John. *Matemática no ensino fundamental:* formação de professores e aplicação em sala de aula. 6a ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VIGOTSKI, L. S. *A Construção do Pensamento e da Linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 2000 (Original publicado em 1934).

Caminhos para o desenvolvimento do pensamento aleatório: conflitos com a formação inicial em um ambiente de inclusão

SILVA, Bruna da[2]
ANDRADE, Bruno Sérgio de[3]
CRISTOVÃO, Eliane Matesco[4]

RESUMO

O objetivo desta comunicação é apresentar os resultados de um projeto de intervenção realizado como parte das ações do subprojeto de Matemática PIBID da Unifei em uma turma do 2º ano do Ensino Médio que contava com três alunos com deficiência auditiva. Apoiados na metodologia de Resolução de Problemas, utilizamos a atividade conhecida como "Passeios Aleatórios da Mônica" e durante o seu desenvolvimento foi possível observar que os alunos construíram o raciocínio aleatório paulatinamente. A partir da análise de sua produção e de notas de aula pudemos refletir sobre as dificuldades de alunos e professores para trabalhar com este raciocínio, especialmente num contexto de inclusão. Isso confirmou o que apontam Pamplona e Carvalho (2009) ao afirmarem que as concepções que o professor de Matemática carrega para a prática em sala de aula estão fortemente entrelaçadas com a formação recebida enquanto aluno da licenciatura, período em que é fortemente influenciado pela ampla gama de disciplinas da matemática pura que reforçam o pensamento determinístico. Estas concepções são postas em contrassenso quando este se deparada com o ensino e aprendizagem de Probabilidade e Estatística, que exige um pensamento não determinístico, no qual a variabilidade e a incerteza estão presentes a todo o momento.

Palavras-chaves: Probabilidade e Estatística; Resolução de Problemas; PIBID; Deficiência Auditiva

INTRODUÇÃO

O PIBID é um programa que abre as portas das escolas para os alunos de licenciatura de uma maneira diferenciada do estágio supervisionado ou de outro contato com este meio, pois ele permite aos licenciandos vivenciar a sala de aula não apenas como ouvintes, mas também como participantes ativos no processo de ensino e aprendizagem, diversificando olhares de futuros docentes a fim de compreender o abismo entre a percepção teórica e a atuação prática. Configura-se numa oportunidade também para os professores do ensino básico que tem a possibilidade de refletir sobre a sua prática e sobre o seu posicionamento diante dos alunos ao participar ativamente de diferentes momentos de aprendizagem,

---

[2] Graduanda do Curso de Matemática Licenciatura, UNIFEI, Itajubá – MG, bfs2501@hotmail.com
[3]Graduando do Curso de Matemática Licenciatura, UNIFEI, Itajubá - MG, bruno-sergio-andrade@gmail.com
[4] Coordenadora de área do PIBID MATEMÁTICA, UNIFEI, Itajubá - MG, limatesco@unifei.edu.br

permeados tanto por estudos teóricos sobre novas abordagens metodológicas quanto por discussões que tomam a prática de ensinar como foco de estudos e discussões.

Os dois primeiros autores são licenciandos em Matemática da Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI) que fazem parte desse programa desde o seu início na instituição, em março de 2014, e vem atuando em sala de aula junto ao professor supervisor Emerson Leandro da Cruz, que os recebe em suas aulas na Escola Estadual Major João Pereira, em Itajubá, e os orienta, em parceria com a coordenadora, terceira autora, participando ativamente do processo de elaboração e desenvolvimento de ações inovadoras em sala de aula.

Durante os primeiros meses do projeto só licenciandos observaram sistematicamente as turmas do professor Emerson a fim de delimitar as suas características com relação à disciplina, interesse, motivação, buscando fazer um levantamento das problemáticas que afetam tais turmas. Foi notado, basicamente em todas as turmas, um desinteresse muito aparente. Os alunos desempenhavam um esforço mínimo para estar na sala de aula, como se estivessem em um modo automático, no qual o ambiente da sala de aula parecia não fazer diferença em seu comportamento. O manuseio do celular era constante, além de alguns sequer retirarem suas mochilas das costas para pegar o caderno. Nesse ambiente o que o professor falava parecia ser desconsiderado por completo, pois os alunos estavam focados apenas em conversas paralelas sobre assuntos corriqueiros.

Assim, após o momento de observação e levantamento das problemáticas, e diante de conversas com os alunos sobre sua postura e interesses, decidiu-se realizar um trabalho pautado na metodologia de Resolução de Problemas para o ensino de probabilidade e estatística com uma turma do 2º ano do Ensino Médio.

Encontrou-se apoio na sequência de atividades “Passeios Aleatórios da Mônica” de CAZORLA e SANTANA (2006), a qual daria suporte para trabalhar as ideias relacionadas à aleatoriedade, focando ao final na diferença entre a probabilidade teórica e a experimental.

Para apontar os resultados do desenvolvimento dessa proposta, optou-se por analisar a produção dos alunos, a partir da qual poderíamos perceber o desenvolvimento do raciocínio dos mesmos. Outro instrumento de análise foram os diários reflexivos produzidos por todos aqueles que auxiliaram no desenvolvimento das aulas, os quais apresentavam, além dos relatos de pontos importantes, reflexões acerca da formação e das dificuldades encontradas desde a preparação até a análise dos resultados.

A metodologia de resolução de problemas é um meio pelo qual os alunos podem se tornar protagonistas do seu próprio conhecimento. Ao utilizar essa metodologia, pretende-se aproximar a matemática da realidade dos alunos, diferente da dinâmica de numa aula expositiva, na qual o conhecimento se dá de forma passiva, sendo grande parte apresentada de forma abstrata e sem utilidade prática. Nas palavras de Schoenfeld (1985), os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) consideram essa metodologia como um recurso pedagógico indispensável, já que:

> A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (SCHOENFELD, A. H., 1985. Apud BRASIL, 1998 p.48)

Com esta metodologia os alunos se empenham para chegar à resposta sem previamente ter acontecido a formalização do conteúdo. A partir deste momento eles constroem o seu próprio conhecimento, interligando conteúdos, mesmo que sem perceber, contudo não é qualquer problema ou exercício que entrará nesta classificação.

> Um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual não se tem métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja algum método específico para chegar à solução correta. Para nós é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se esta interessado em fazer.(VAN DE WALLE, 2001, apud ONUCHIC, ALLEVATO, 2011 p.81)

Esta metodologia não implica diretamente em um roteiro fixado, pois o professor tem a liberdade de definir qual a melhor maneira de trabalhar, afinal, não há pessoa mais indicada para definir o que dá certo ou errado com determinados grupos de alunos, assim a atividade fica mais livre e de acordo com as características da sala. É preciso também ter em consideração a falta de motivação dos mesmos e a dificuldade com os conteúdos já aprendidos, dos quais eles simplesmente não se lembram ou não atribuíram o significado adequado.

> Os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado, formalmente, o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução, que de acordo com o programa da disciplina para a série atendida é pretendido pelo professor. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chaves deste tópico, e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas

> razoáveis ao problema dado. A avaliação do crescimento dos alunos é feita continuamente, durante a resolução do problema. (ALLEVATO, ONUCHIC, 2011. P. 85).

Durante o processo de preparação para o trabalho a ser desenvolvido com os alunos, durante o qual se realizou as atividades, previu-se possíveis problemas a serem enfrentados pelos alunos, os licenciandos puderam também refletir sobre a sua própria formação em Probabilidade e Estatística. A formação inicial do futuro professor de Matemática não o prepara para trabalhar o pensamento aleatório em suas aulas. As concepções que esse professor carrega para a prática em sala de aula são advindas de uma formação permeada por concepções influenciadas pela ampla gama de disciplinas da matemática pura, que reforçam o pensamento determinístico, de certeza, de dedução.

Essas concepções são postas em contrassenso quando comparadas com o ensino e aprendizagem de Probabilidade e Estatística, os quais exigem um pensamento aleatório, onde a variabilidade e incerteza estão presentes a todo no momento. Quando se deparam com o ensino desses conteúdos, que necessitam de uma visão de mundo especial, regada pelo acaso e imprevisibilidade, professores de matemática podem entrar em conflito com atitudes intimas da formação determinística.

Levando em conta que, *a prática docente deve lhe permitir perceber e realmente realizar, por vezes, o trânsito entre essas práticas, do pensar/fazer dos matemáticos e do pensar/fazer dos estatísticos* (CARVALHO; PAMPLONA, 2009. p.224), vislumbramos, no desenvolvimento destas atividades em sala de aula, uma oportunidade de vivenciar tais conflitos ainda na graduação. No âmbito do PIBID, refletir sobre práticas que perpassam esses dois pensares, foi uma oportunidade ímpar de, na formação inicial, criar possibilidades para que o aluno de licenciatura consiga ver que esses dois pensamentos não são divergentes, mas sim, complementares.

Cabe compreender um pouco melhor os conflitos de identidade que o professor de matemática enfrenta ao ensinar probabilidade e estatística. Na formação inicial, a pouca ênfase ao pensamento aleatório se dá pelo fato de que, até mesmo a disciplina de probabilidade e estatística é ensinada como um cálculo puramente matemático, não como medida de incerteza. Isso faz com que os licenciandos passem por essa disciplina sem ao menos pensar sobre variabilidade e incerteza.

No curso de licenciatura em Matemática há uma gama de disciplinas obrigatórias, baseadas divididas basicamente entre estes dois enfoques: Ensino-Aprendizagem-Avaliação e Matemática Pura e Aplicada. Assim, o curso de probabilidade e estatística geralmente se enquadra no segundo enfoque, pois a maioria dos professores que ensinam essa disciplina tem formação na matemática pura ou aplicada. Mesmo lecionando para turmas formadas apenas por alunos da licenciatura, o que raramente acontece na Unifei devido à sua forte atuação na formação de engenheiros, estes professores não se veem como formadores de professor.

A consequência é um ensino sem ênfase nos conteúdos e práticas que serão ensinadas pelos futuros professores no ensino básico. Professores com uma formação matemática, determinística, terão dificuldade ao lidar com o ensino-aprendizagem-avaliação de probabilidade e estatística. Como ensinar aos alunos a diferença entre o pensamento aleatório e determinístico, tendo em vista as dificuldades que são enfrentadas por eles mesmos neste aspecto, desde a sua formação?

Como fica a cargo desses professores, formadores de professores, *repensarem as matrizes curriculares dos cursos de Licenciatura em Matemática, de modo que essas possam abrigar disciplinas que cruzem fronteiras entre conhecimentos e práticas matemáticas, estatísticas, pedagógicas, profissionais e outras práticas sociais.* (COSTA; PAMPLONA 2011 p 910), sabemos que este processo de transformação será muito lento. Apesar desta constatação, Carvalho e Pamplona (2009) nos ajudaram a perceber que a vivência de uma experiência significativa, na escola, enquanto pibidianos, poderia ser um caminho para uma desconstrução das concepções arraigadas, pois

> O conceito de identidade nos permite pensar que o licenciando em Matemática poderá compreender melhor a Estatística a partir da abordagem que privilegie a diversidade não só de conceitos, mas também das próprias práticas. Para tanto, lembremos que a identidade do professor não é fixa, é um processo constante de desconstrução e construção que implica escolhas de maneiras de trabalhar no espaço escolar, implica tanto embates quanto adesões (ORTALE 2007, apud CARVALHO e PAMPLONA, 2009. p.220).

COLOCANDO A ATIVIDADE EM PRÁTICA

Depois de todas as observações e conhecimentos adquiridos a respeito da turma do 2º ano do Ensino Médio, a atividade "Passeios Aleatórios da Mônica" seria realizada. Esta turma desde o início foi considera uma sala apática, pouco participativa e desinteressada. Com todas estas características o receio de que a atividade fosse rejeitada era significativamente elevado, assim como a ansiedade, afinal seria o primeiro trabalho a ser realizado por estes pibidianos em nome do programa.

Ao dar início à atividade, Bruna e Bruno leram o roteiro para os alunos, explicando o que deveria ser feito. Em grupos, os alunos já nos surpreenderam pela participação, que permaneceu do início ao fim. Todos estavam concentrados nos problemas, principalmente na parte experimental, que consistia em jogar duas moedas para completar uma tabela com as possibilidades. Foi uma grande satisfação e alívio ver a atenção que os alunos deram a atividade. Aqueles que antes nem sequer abriam o caderno foram os primeiros a terminar, no mesmo dia.

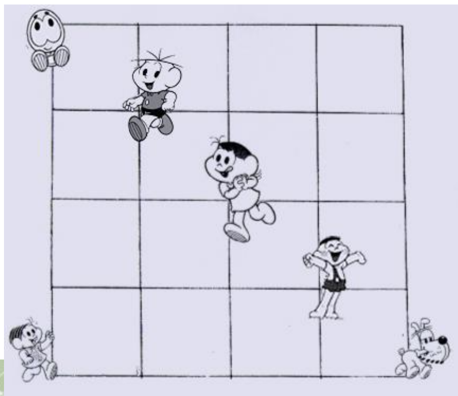
Os licenciandos sentiam-se seguros com relação ao trabalho com o pensamento aleatório. A leitura e as reflexões feitas já ajudavam a perceber a necessidade de diferenciar o pensamento aleatório do determinístico e a atividade ajudava significativamente neste processo, mas havia ainda outra dificuldade. A sala na qual foi desenvolvida a atividade, contava com a presença de três alunos com Deficiência Auditiva, acompanhados por um intérprete. Em relação à avaliação, os licenciandos estavam tranquilos, pois, com a ajuda do professor supervisor, foi decidido que para eles a regra era diferente. Os alunos com a deficiência seriam avaliados apenas pelo que conseguissem fazer, visto que eles têm um grande obstáculo na realização de todas as atividades, principalmente de matemática: o tempo e as adaptações necessárias só seriam evidenciadas durante o desenvolvimento da atividade.

A atividade consiste em definir qual amigo será visitado pela Mônica, de acordo com um sorteio que definiria o rumo a ser tomado em cada quarteirão, conforme a situação reproduzida a seguir. Após compreenderem a situação, os alunos passavam por várias fases da atividade, que iam desde a análise intuitiva das possibilidades até a representação da probabilidade teórica de cada visita, por meio de uma árvore de possibilidades.

Atividade: passeios aleatórios da mônica

Considere a situação abaixo para responder o questionário.

A Mônica e seus amigos moram no mesmo bairro. A distância da casa da Mônica para a casa de Horácio, Cebolinha, Magali, Cascão e Bidu é de quatro quarteirões, conforme ilustra a Figura 1. A Mônica costumava visitar seus amigos durante os dias da semana em uma ordem pré-estabelecida: segunda-feira, Horácio; terça-feira, Cebolinha; quarta-feira, Magali; quinta-feira, Cascão e sexta-feira, Bidu. Para tornar mais emocionantes os encontros, a turma



> combinou que o acaso escolhesse o amigo a ser visitado pela Mônica. Para isso, na saída de sua casa e a cada cruzamento, Mônica deve jogar uma moeda; se sair cara (K), andará um quarteirão para o Norte, se sair coroa (C), um quarteirão para o Leste. Cada jogada representa um quarteirão de percurso. Mônica deve jogar a moeda quatro vezes para poder chegar à casa dos amigos.

Era necessário fazer o registro do caminho percorrido pela Mônica, que a cada esquina jogava uma moeda para saber o sentido que andaria. Caso caísse cara, ela iria para o norte, caso caísse coroa, para leste. Na atividade, caso a moeda caísse com a face coroa para cima, adotava-se como código do registro a letra C, e caso a face fosse cara, os alunos registrariam a letra K, pois a sílaba "ca" e a letra "K" possuem o mesmo fonema, ficando por exemplo com a sequência "CKCK", em caso de saírem cora, cara, coroa, cara.

Os alunos com deficiência auditiva tiveram bastante dificuldade nesse registro, pois o fonema não faz sentido para eles, e as duas palavras, cara e coroa, começavam com a mesma letra "C". É preciso ter em mente que o português não é a primeira língua destes alunos e a dificuldade também é encontrada neste aspecto, afinal em muitas questões é necessária a interpretação de problemas. Apesar de não termos nos preparado para essa dificuldade, a criatividade deles falou mais alto. A forma como reagiram frente às limitações foi, sem dúvidas, um momento de reflexão e de aprendizagem mútua. Após conversarem com o intérprete, com auxílio do corretivo, os alunos escreveram sobre a moeda as letras que relacionavam a cara e coroa respectivamente na atividade, conforme o registro fotográfico apresentado a seguir.

Imagem 1 – Método encontrado pelos alunos com deficiência auditiva para auxiliar na atividade

Fonte: Registro fotográfico realizado pelos licenciandos

São inúmeros os obstáculos enfrentados pelos alunos com Deficiência audutiva e somente esse convívio e os estudos por ele motivados nos permitiram ter uma visão mais realista das dificuldades que els enfrentam. Além do Português não ser a primeira língua destes alunos, o que já dificulta a interpretação de problemas, o domínio da representação de número e a falta de oportunidades são fatores relevantes.

> As dificuldades das crianças surdas não seriam consequência apenas de começar a escolaridade com uma representação inadequada de número, mas adviriam também do fato de que durante esta escolaridade são apresentadas a elas menos oportunidades para aprender ou, então, elas são menos hábeis que as crianças ouvintes para aprender os aspectos culturalmente transmitidos do conhecimento matemático (ZAFARTY; NUNES; BRYANT, 2004. Apud FERNÁNDEZ-VIADER; FUENTES, 2013 p. 382).

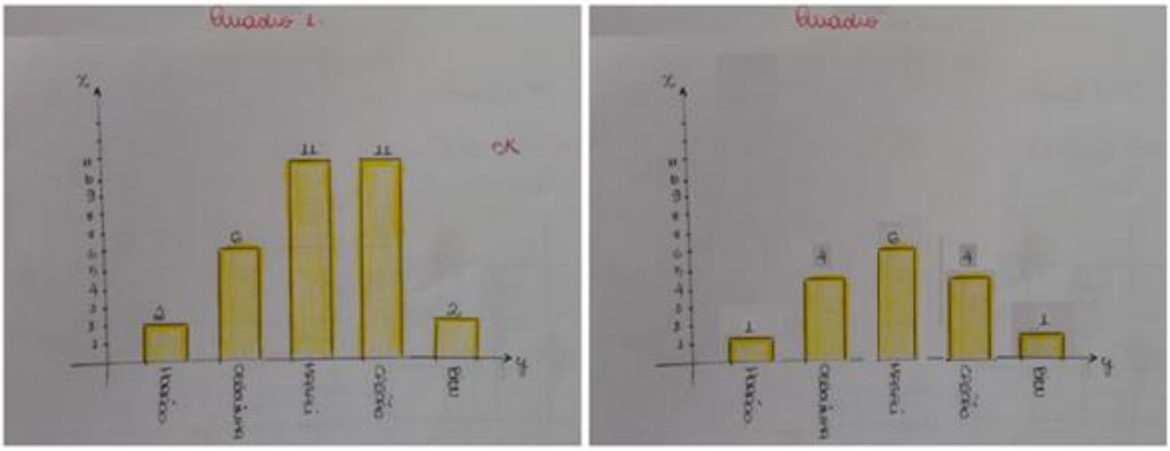
A primeira língua do surdo é a Língua Brasileira de Sinais (LIBRAS), mas *além de não terem garantido o acesso precoce a sua primeira língua, os surdos têm sido submetidos a opções pedagógicas inadequadas ao tocante aprendizagem da segunda língua, o que contribui para exacerbar as suas dificuldades* (COUTINHO, 2004 p.45).

Dessa forma, desenvolver habilidades essenciais para uma aprendizagem significativa de probabilidade nos alunos com deficiência auditiva, através das metodologias de jogos e resolução de problemas como o que propusemos, proporciona uma ferramenta fundamental para a aprendizagem sua aprendizagem: a visualização. "*A visualização é o meio que os surdos dispõem para aprender e se relacionar com as coisas do mundo, visto que o meio de aquisição de informação obrigatoriamente passa por esse canal visual*"

(VALES, 2008 apud ARNOLDO JUNIOR et all, 2013, p. 402). Aprendemos, com essa experiência, que atividades com foco em todos os alunos, com deficiência ou não, devem ser bem planejadas, sempre buscando uma integração que permita uma verdadeira inclusão.

É comum, numa sala de aula, existirem aqueles que terminam antes dos outros. Como a atividade teria duração de quatro aulas, os alunos que terminassem logo no primeiro dia de aplicação não poderiam ficar sem fazer nada, então foram propostas outras atividades relacionadas com a sequência. Foi solicitado, por exemplo, que eles fizessem gráficos dos resultados dos experimentos. Os que tiveram tempo desenharam os dois gráficos, da parte teórica e da parte experimental. Neste momento ficou mais nítida a diferença entre as duas probabilidades, já que a visualização é um instrumento importante para fazer comparações, especialmente entre números.

Imagem 2 – gráficos da probabilidade resultante da experimentação e da probabilidade teórica.

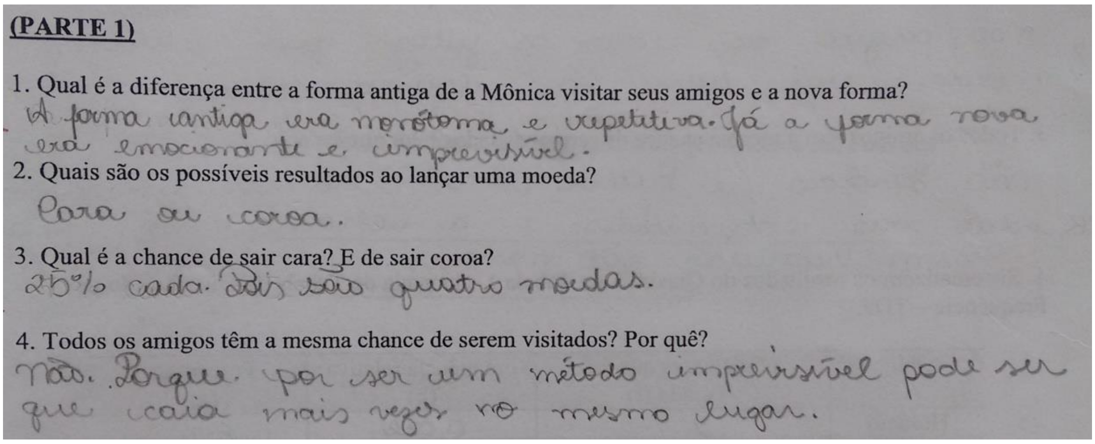


Fonte: Gráficos elaborados pelos alunos e fotografados pelos licenciandos

ANALISANDO RESULTADOS

Ao analisar os resultados, notou-se que muitos entenderam a questão do aleatório e da incerteza, mas o mais importante foi perceber o processo de construção do conhecimento pelos alunos. Na atividade, depois de cada experimentação, se repetiam as mesmas perguntas, a fim de colocar em cheque as concepções dos alunos sobre as possibilidades. Alguns alunos, na primeira parte, baseada na intuição, responderam que a chance era a mesma para todos serem visitados. Porém, quando chegaram à parte experimental, baseada no jogo de moedas, viram que não era verdade e que as chances eram diferentes,. Deste modo foi possível comparar as duas soluções e fazer uma interpretação mais profunda, afinal para uma mesma questão houve duas respostas diferentes, o que fez com que eles analisassem melhor, parando para pensar nas reais possibilidades, Os alunos começaram a desenvolver o pensamento aleatório sem que fosse preciso falar em aleatoriedade.

Imagem 3 – Resposta de um dos grupos de alunos às questões da primeira parte da atividade



(PARTE 1)

1. Qual é a diferença entre a forma antiga de a Mônica visitar seus amigos e a nova forma?
A forma antiga era monótoma e repetitiva. Já a forma nova era emocionante e imprevisível.

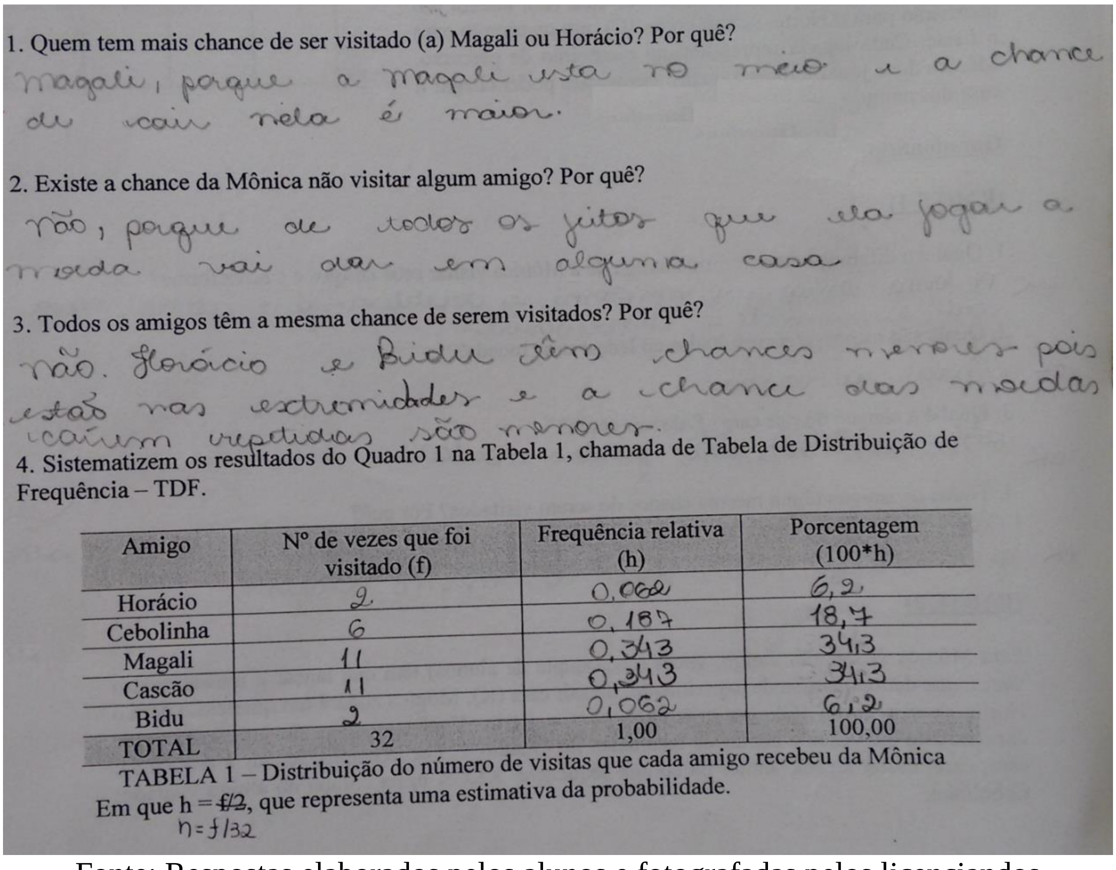
2. Quais são os possíveis resultados ao lançar uma moeda?
Cara ou coroa.

3. Qual é a chance de sair cara? E de sair coroa?
25% cada. Pois são quatro moedas.

4. Todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados? Por quê?
Não. Porque por ser um método imprevisível pode ser que caia mais vezes no mesmo lugar.

Fonte: Respostas elaborados pelos alunos e fotografadas pelos licenciandos

Imagem 4 – Resposta de um dos grupos de alunos às questões da segunda parte da atividade



1. Quem tem mais chance de ser visitado (a) Magali ou Horácio? Por quê?
Magali, porque a Magali esta no meio e a chance de cair nela é maior.

2. Existe a chance da Mônica não visitar algum amigo? Por quê?
não, porque de todos os jeitos que ela jogar a moeda vai dar em alguma casa

3. Todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados? Por quê?
não. Horácio e Bidu têm chances menores pois estão nas extremidades e a chance das moedas caírem repetidas são menores.

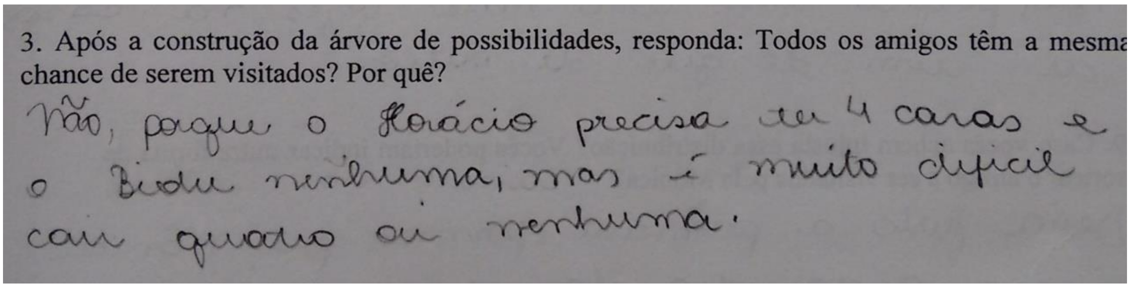
4. Sistematizem os resultados do Quadro 1 na Tabela 1, chamada de Tabela de Distribuição de Frequência – TDF.

Amigo	Nº de vezes que foi visitado (f)	Frequência relativa (h)	Porcentagem (100*h)
Horácio	2	0,062	6,2
Cebolinha	6	0,187	18,7
Magali	11	0,343	34,3
Cascão	11	0,343	34,3
Bidu	2	0,062	6,2
TOTAL	32	1,00	100,00

TABELA 1 – Distribuição do número de visitas que cada amigo recebeu da Mônica
Em que h = ~~f/2~~, que representa uma estimativa da probabilidade.
h=f/32

Fonte: Respostas elaborados pelos alunos e fotografadas pelos licenciandos

Imagem 5 – Resposta de um dos grupos de alunos às questões da terceira parte da atividade, relativa à probabilidade teórica


3. Após a construção da árvore de possibilidades, responda: Todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados? Por quê?

Não, porque o Horácio precisa ter 4 caras e o Bidu nenhuma, mas é muito difícil cair quatro ou nenhuma.

Fonte: Respostas elaborados pelos alunos e fotografadas pelos licenciandos

Houve uma tentativa de fazer uma socialização da atividade, mas os alunos estavam preocupados com outra matéria nesse dia, e a inexperiência dos licenciandos em conduzir esse tipo de atividade foi um fator complicador. As perguntas que eram feitas em relação à atividade se perdiam no silêncio da sala, enquanto os alunos realizavam um trabalho que seria entregue na aula seguinte.

Apesar de não termos conseguido fazer a socialização como havíamos planejado, perceber como eles foram construindo o conceito de probabilidade, sem dar uma resposta pronta na lousa foi, sem dúvida, muito gratificante.

Após a atividade o professor formalizou os conceitos e passou exercícios de fixação sobre probabilidade, nos quais os alunos basicamente deveriam identificar o espaço amostral, os eventos e as probabilidades. Houve pouca dificuldade para a resolução desta atividade, devido ao estudo realizado anteriormente na atividade “Passeios aleatórios da Mônica”.

Considerações finais

Mesmo com os erros, com as dificuldades, muito além das aprendizagens sobre os conflitos enfrentados por professores e futuros professores de matemática para desenvolver o pensamento aleatório de seus alunos, participar do PIBID proporciona aos licenciandos e professores supervisores possibilidades de desconstruir concepções adquiridas ao longo da formação e da vida profissional. É uma oportunidade para refletir sobre o ser professor, de ver os alunos como seus companheiros e não como seres inacessíveis, desinteressados. A aprendizagem mútua revela o quanto o professor tem a ensinar e o quanto pode aprender ao dar espaço para seus alunos e para si mesmo.

Este trabalho proporcionou a desconstrução de pré-conceitos que se formam diante de uma turma, os quais acabam privando o futuro professor de perceber que muitos alunos perdem oportunidades por causa da rotulação indevida que existe nas escolas. Uma abordagem diferenciada pode revelar alunos que querem algo para si, mas que são tratados como se já fossem casos perdidos.

Infelizmente, ainda existem muitos professores que vêem alunos como depósitos de conhecimento, não conseguem acreditar na capacidade do aluno pensar por conta própria e desenvolver seu próprio conhecimento. Mudar essa visão não é fácil, mas ao pensar conjuntamente, pode-se mudar práticas e ocorrer pequenas transformações que irão refletir no processo de ensino e aprendizagem.

A atividade trabalhada exemplifica tudo o que foi dito anteriormente, pois a dedicação e atenção desses alunos foi algo inesperado tanto pelos autores quanto pelo professor supervisor. O objetivo geral da atividade, que consiste na percepção da aleatoriedade, foi alcançado, visto que depois houve momentos em que os alunos resolveram outros exercícios de Probabilidade e conseguiram fazer com pouca dificuldade.

Discutir sobre a aleatoriedade não é fácil para aqueles que vivenciam um curso no qual a matemática é feita só de certezas. Assim, quando o professor precisa trabalhar este conteúdo ele se perde no meio da suas próprias dificuldade e concepções e acaba transmitindo uma falsa ideia da Probabilidade e Estatística, reproduzindo o que aprendeu durante a sua formação, ou seja, repassando aos seus alunos que a estatística e a probabilidade referem-se ao cálculo matemático simplesmente, sem a parte de analisar e refletir sobre as possibilidades. Ele irá repassar aos seus alunos que a matemática é simplesmente contas, fórmulas e regras, sem ao menos propiciar uma vivência que possa ilustrar o seu caráter de incerteza, objeto de analise ao refletir sobre as possibilidades e indeterminações.

O PIBID propicia tanto aos supervisores quanto aos licenciandos a possibilidade de serem professores pesquisadores, que tomam como objeto de pesquisa a sua própria prática. Este é o ponto chave e o principal objetivo do PIBID: aprender, conviver e colaborar, em parceria com o futuro professor e com o professor já atuante. Esta troca de experiências é o que permita a ambos entenderem e aprimorarem suas concepções sobre a docência.

REFERÊNCIAS

ARNOLDO JUNIOR, H.; RAMOS, M. G.; THOMA, A. S. O Uso do Multiplano por Alunos Surdos e o Desenvolvimento do Pensamento Geométrico. In: **Cad. Cedes**, v. 33, n. 91, p. 387-410. Campinas: Cedes, 2013

BRASIL, Ministério da Educação. Matemática / Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ensino de quinta a oitava séries, ciclos do Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CAZORLA, I. e SANTANA, E. **Tratamento da Informação para o Ensino Fundamental e Médio**. Itabuna, BA: Via Litterarum, 2006.

COSTA W. N. G.; PAMPLONA A. S. **Entrecruzando Fronteiras: a Educação Estatística na formação de Professores de Matemática.** Bolema, Rio Claro (SP), v. 24, n. 40, p. 897-911, dez. 2011.

COUTINHO, M. D. C. **Resolução de problemas por meio de esquemas por alunos surdos.** Rio de Janeiro**:** Horizontes, v. 29, n. 1, p. 41-51,.2011

FERNÁNDEZ-VIADER, M. P.; FUENTES, M. Observando Estratégias e Buscando Soluções: A Resolução de Operações por Adolescentes Surdos. In: **Cad. Cedes**, v. 33, n. 91, p. 369-386. Campinas: Cedes, 2013

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Formação de Professores – Mudanças Urgentes na Licenciatura em Matemática. In: FROTA, M. C. R.; NASSE, L. (Org). **Educação Matemática no Ensino Superior**: pesquisas e debates. SBEM, 2009.

PAMPLONA, A. S.; CARVALHO, D. L. **Comunidades de Prática e Conflitos de Identidade na Formação do Professor de Matemática que Ensina Estatística**. In: FIORENTINI, D.; GRANDO, R.C.; MISKULIN, R.G.S. (Org). *Práticas de Formação de Pesquisa de Professores que Ensinam Matemática. Campinas,* SP: Mercado de Letras, 2009. p. 211-231.