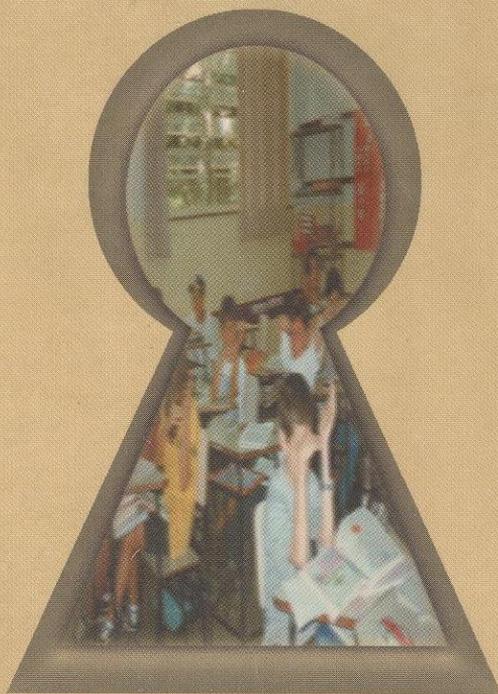


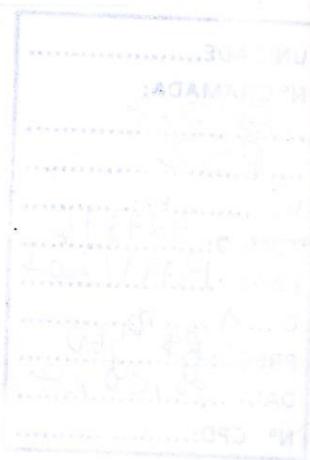
Dario Fiorentini e Maria Ângela Miorim
Organizadores

Por trás da porta,
que matemática
acontece?



Dario Fiorentini e Maria Ângela Miorim
Organizadores

Por trás da porta,
que | matemática
acontece?



Editora Gráfica FE/Unicamp - Cempem

Campinas - 2001

Copyright © Dario Fiorentini e Maria Ângela Miorim, 2001 (Organizadores)

Capa e Editoração Eletrônica

QualiArt

Fone: (19) 3231.7136

Tiragem

1000 exemplares

Impressão

Sitta Gráfica e Editora Ltda.

Fone: (19) 3269.5137

Endereço para encomendas:

Cempem/FE-Unicamp

Cx. Postal, 6120

13083-970 – Campinas – SP

Fone: (19) 3788.5587

E-mail: zetetike@unicamp.br

www.fae.unicamp.br/cempem

Catálogo na Publicação (CIP) elaborada por
Gildenir Carolino Santos – CRB-8ª/5447

P82 Por trás da porta, que matemática acontece? / Dario Fiorentini e
Maria Ângela Miorim (organizadores); Armando Marchesi [et al.].
-- Campinas, SP: Editora Graf. FE/Unicamp - Cempem, 2001.

ISBN: 85-86091-26-X

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Educação Matemática.
3. Educação. I. Miorim, Maria Ângela. II. Marchesi, Armando.

01-0157-BFE

20ª CDD - 510

UNIDADE.....
Nº CHAMADA:
510.7
P22
V:.....
TOMBO: 529396
PROC.: 19797/2002
C: A D:
PREÇO: R\$ 9,60
DATA: 20/08/02
Nº CPD:.....

Índice para catálogo sistemático

1. Matemática: Estudo e ensino	510.7
2. Educação Matemática	372.7
3. Educação	370
4. Matemática	510

Impresso no Brasil

Dezembro - 2001

ISBN: 85-86091-26-X

Editora Gráfica FE/Unicamp - Cempem

Rua Bertrand Russell, 801 - Cidade Universitária

13083-970 Campinas – SP

Esta obra foi parcialmente financiada pelo FAEP/Unicamp

© Nenhuma parte desta obra deve ser produzida por meios impressos ou eletrônicos, sem a
expressa da Editora. Todos direitos reservados e protegidos por lei.

CM00171786-1

Naquele tempo havia um homem lá.
Ele existiu naquele tempo.
Se existiu, já não existe.
Existiu, logo existe porque sabemos
que naquele tempo havia um homem e existirá,
enquanto alguém contar a sua história.
Era um ser humano que estava lá,
“naquele tempo”,
e só os seres humanos podem contar
a sua história porque só eles sabem
o que aconteceu “naquele tempo”:
“aquele tempo” é o tempo dos seres humanos,
o tempo humano.
Um homem estava “lá”, “naquele tempo”.
Estava lá e não aqui.
No entanto está aqui e permanecerá,
enquanto alguém narrar aqui a sua saga.
(Agnes Heller, 1993, p. 13-4)

Sumário

Prefácio	9
<i>Romulo Campos Lins</i>	
Apresentação	13
<i>Maria José P. M. de Almeida</i>	
Pesquisar & escrever também é preciso: a trajetória de um grupo de professores de matemática.	17
<i>Dario Fiorentini e Maria Ângela Miorim</i>	
Pelos caminhos de uma nova experiência no ensino de geometria.	45
<i>Eliane Matesco Cristovão</i>	
Inversão de mão na rua dos racionais: dos números com vírgula para os fracionários	83
<i>Armando Marchesi</i>	
Construindo o conceito de ângulo no dia-a-dia da sala de aula	121
<i>Giovana Delgado de Moraes Salles</i>	
Construindo matemática na sala de aula: uma experiência com os números relativos.	143
<i>Maria Auxilia DORA B. A. Megid</i>	
Pensando e escrevendo algebricamente com alunos de sexta série ...	185
<i>Edméa Ap. Rocha Silva</i>	
Algumas conclusões	223
<i>Dario Fiorentini e Maria Ângela Miorim</i>	
Referências Bibliográficas	227

Prefácio

Quando comecei minha vida de educador matemático, em 1979, tive a sorte de trabalhar junto com Marcelo Lellis, hoje conhecido autor de livros didáticos. Além do que eu aprendia sobre educação matemática “propriamente dita”, a convivência com Marcelo me ensinava mais; por seu jeito de ser, Marcelo sempre dava um jeito de chamar minha atenção para as peculiaridades de cada aluno. Mas ele não falava apenas a respeito da maior ou menor dificuldade de um aluno com a matemática, ou de aspectos relacionados às aulas: notava o jeito com que determinado aluno falava, o modo pelo qual certo grupo de alunos se relacionava, até do que faziam no recreio. E não falava, ainda, como quem quer conhecer para controlar, mas como quem tem de fato prazer em conhecer os outros, os muitos outros com quem convivíamos todos os dias.

Junto com isso havia sempre entre nós a cultura nordestina, de baianos e pernambucanos. Os nordestinos são gente que gosta de verdade de histórias e histórias, sempre sobre gente, mesmo quando falam de bichos ou diabos. Basta ler a literatura de cordel. Quem conhece os nordestinos até se espanta com o seu encantamento com cada nova narrativa, mesmo com aquelas já um tanto conhecidas ou até “repetidas”. É que não é a história ou a estória que importa, e sim o contar e o ouvir.

De certa forma acho que Marcelo me fez começar, digamos, a sistematizar meu interesse em ver como as pessoas acontecem, ao invés de interessar-me em descobrir como elas são.

Houve muitos detalhes, no percurso desta relação, que parecem ter culminado no meu interesse profissional pelos processos de produção de significados, em particular para a matemática, mas também de modo mais geral. Entre outras coisas fui entendendo, em meu desenvolvimento profissional, que era preciso que nós, educadoras e educadores matemáticos, parássemos de ver os alunos apenas no que *faltava* a eles, apenas no que eles não tinham ainda alcançado, apenas no desenvolvimento que ainda não havia acontecido.

A discussão teórica dessa compreensão poderia estender-se longamente, mas o seu ponto fundamental pode ser dito de maneira breve: entendi que era preciso ler os alunos de maneira a saber o que eles estão sendo *de fato*. Isso quer dizer abrir mão, por exemplo, da idéia de “estágios de desenvolvimento”.

Mais importante, isso significa entender que “ $2+3=3+2$ ” não é a mesma coisa para todo mundo. “ $2+3=3+2$ ” é uma coisa para uma criança que afirma isso mostrando dois dedos em uma das mãos e três dedos na outra, e depois trocando as mãos de lado; é uma outra coisa para um matemático que pensa na comutatividade da adição dos números naturais, e é ainda uma outra coisa para uma pessoa que prepara a capa de uma edição de revista para professores de matemática.

Terminei por entender, nessa direção, que aquela coisa “*a matemática*” não fazia sentido.

E é aqui que me encontro com este livro.

Pois já seu título é precioso: “*Por trás da porta, que matemática acontece?*” Precioso porque anuncia a tensão que vive a educação matemática entre ser uma área de conhecimento plena ou ser apenas uma usina produtora de maneiras eficientes de se “ensinar bem *a matemática*”. Ao dizer que as coisas teriam que ser feitas com a porta fechada (o receio, a intimidação), indica, ao mesmo tempo, que, *apesar de tudo*, o desafio seria enfrentado lá dentro. E já “dentro” do livro nos encontramos com os processos que só podem acontecer quando nos vemos em situações assim, nas quais somos desafiados por estarmos nós mesmos desafiando uma ordem da qual duvidamos. Isto fazem os autores, com atenção minuciosa ao que está *acontecendo* e uma comparação crítica com o que se *esperava que acontecesse*, enfim, em reflexão a partir das atividades de educação matemática.

Na leitura do livro vamos aprendendo como isso pode ser feito, como podemos educar nosso olhar e nosso ouvido para, em nossa prática, sermos capazes de realizar a atenção minuciosa, a comparação crítica, a reflexão: esta é, eu penso, a maior contribuição deste livro: ensinar-nos a pensar sobre processos, e não sobre “estados” e “mudanças de estado”.

Esta contribuição não está tanto na imensidão de particularidades que se revela no trabalho da sala de aula, e sim no fato de apontar que ela existe, que precisa ser lida e compreendida, de mostrar como isto pode ser feito, ao mesmo tempo em que desvela de que modo um sólido desenvolvimento profissional do professor de matemática pode acontecer em um ambiente onde estas filigranas estão presentes.

O livro é escrito em um estilo que passeia entre o texto escrito para o outro, para explicar algo - típico dos artigos de pesquisa - e o texto escrito para nós

mesmos, aquele que escrevemos para entender algo. Nem seria pertinente destacar aqui algumas dessas passagens para exemplificar isto pois é apenas no conjunto e em todos os detalhes que esse delicado e difícil equilíbrio pode ser percebido completamente.

Ironicamente, para mim, foi em um curso de especialização que esta forma de trabalho e de reflexão teve origem. Ironicamente, porque acho que o resultado obtido, nesta experiência da Unicamp, aponta claramente para algo que venho defendendo, há muitos anos: ao invés de cursos, os professores precisam mesmo é de grupos de trabalho, nos quais discutam questões reais de sua prática profissional. O que esta situação pode nos estar ensinando é que um curso se transformou em um trabalho exatamente por causa da perspectiva que seus organizadores tinham sobre o processo de formação de professores, quase como se desde o começo já soubessem que aos poucos a fronteira postiça de um curso de especialização devesse ser esgarçada até que a “vida real” engolisse tudo aquilo que se fazia e dizia ali, “lambendo os beiços”. Esse processo começou atrás das portas fechadas de um curso, e termina sem nem mesmo paredes, no momento em que este livro é publicado.

Romulo Campos Lins
UNESP – Rio Claro

Apresentação

Do “Ciência, Arte e Prática Pedagógica” à matemática que pode acontecer por trás da porta

Ao iniciar recentemente a leitura de um livro, detive-me em considerações do prefácio. O autor¹, depois de ter apontado o que considerava características de prefácios que não merecem ser levados a sério e de outros que cansam o leitor, admite, pautando-se em Magda Becker Soares, que o prefácio seria o lugar de esclarecer o leitor sobre a sustentação do livro, por si próprio, e o de dizer como ele se situa entre os estudos da área.

Por concordar com este autor, devo esclarecer desde já que talvez não possa cumprir minha tarefa a contento. Mas resolvi aceitar o desafio mesmo assim; pois, embora seja da área de educação em ciências, mais especificamente em física, e esteja pouco familiarizada com a pesquisa relativa ao ensino da matemática, os textos que pude ler no *Por trás da porta, que matemática acontece?* remeteram-me para acontecimentos nos quais os autores localizam a origem do livro. Ainda que sucintamente, gostaria de comentá-los. O livro também me deixou ver um longo trabalho de produção coletiva, em torno da reflexão sobre a prática pedagógica, com um resultado cuja natureza e qualidade certamente provocará a admiração do leitor e, provavelmente, o desejo de se envolver num processo semelhante, quer ele seja ou não da disciplina específica a que o livro se refere.

Quando em meados dos anos noventa, junto com outros colegas da Faculdade de Educação da Unicamp, organizamos o *Ciência, Arte e Prática Pedagógica*, um curso de especialização destinado a professores do ensino médio e fundamental nas áreas de artes, ciências, física e matemática, não tínhamos

1. LOPES, A.R.C. *Conhecimento Escolar: Ciência e Cotidiano*. Rio de Janeiro: Editora da UERJ, 1999, prefácio de Antonio Flávio B. Moreira.

ainda noção da complexidade das questões que a iniciativa iria trazer à tona, nem de quão gratificantes seriam algumas de suas conseqüências.

Diferentemente do que o nome do curso possa fazer crer, não pretendíamos provocar experiências multi, inter, ou transdisciplinares. Em particular, acredito na visão de Maria Regina Kawamura² quando afirma que a idéia de disciplinaridade é importante, pois só é possível compor um todo quando se conhecem as partes, mesmo sabendo-se que o todo é muito mais do que a soma das partes. Esta idéia é explicitada também quando Eni Orlandi³ questiona projetos interdisciplinares, por estes suporem poder ultrapassar a dispersão das formas de conhecimento, associada às suas produções históricas, com a instrumentalização de uma disciplina pela outra.

Mas, se não pretendíamos quebrar a disciplinaridade, por que provocamos a interação entre todos os professores durante metade do curso, ou seja, durante as 180h? Queríamos sim entender e trabalhar com eles problemas específicos, e também vivenciar com eles fragmentos da cultura escolar, no que ela tem de comum numas e noutras disciplinas, além de consideramos que a interação com questões de outras áreas certamente contribuiria para a compreensão dos problemas de ensino da própria área. Mas, mais do que isso, admitimos que a cultura num sentido mais amplo, a que não se restringe à própria área de atuação, tem um caráter dinâmico, apontado por Gilberto Velho⁴, ao percebê-la como criação e expressão de indivíduos que interagem, escolhem, optam e preferem; e entendíamos que ela é parte integrante e extremamente relevante dos saberes do professor.

Feita esta pequena explicação sobre o local que, aparentemente, foi o marco que levou à decisão dos autores deste livro a se envolverem com os textos que você tem em mãos, tomo aqui a liberdade de citar a fala de um colega desses autores, alguém⁵ que também participou do *Ciência, Arte e Prática Pedagógica*. Depois de afirmar que esse curso preencheu muitas das suas expectativas como educador, tendo-lhe facultado o conviver com múltiplos olhares, o desenvolvimento de espaços interativos, o acesso a novas fontes literárias, o projetar nas ações de profissionais das diferentes áreas do ensino, além da possibilidade de mudança na direção de um refletir sobre novas práticas pedagógicas, ele assim

2. KAWAMURA, M. R. D. *Ciência & Ensino*, 2, Junho 1997, p. 3-7.

3. ORLANDI, E.P. Discurso, Imaginário Social e Conhecimento, *Em Aberto*, 1994, p. 53-59.

4. VELHO, G. Cultura de Classe Média: Reflexões sobre a Noção de Projeto. *Individualismo e Cultura*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2ª Edição, 1987, p. 105-109.

5. Benigno Barreto Filho cursou o *Ciência, Arte e Prática Pedagógica* enquanto professor de Ciências tendo depois se matriculado no mestrado em Educação da Faculdade de Educação da UNICAMP. A citação foi extraída do seu MEMORIAL, uma das exigências para se apresentar na qualificação ao mestrado.

se expressa: “(...)as minhas ações pedagógicas e os conhecimentos construídos reagiram como o encontro de correntes d’água que, além de se avolumarem, criam movimentos agitados, desestabilizam o fluxo habitual mas provocam desafios (...)”. E, ao afirmar ter se sentido instigado, diz ainda que foi nesse “(...) encaminhar de questionamentos e reflexões sobre a educação escolar (...)” que sentiu “(...) a necessidade de outras informações, outros convívios, outros saberes (...)”.

Ao ler o *Por trás da porta, que matemática acontece?* não pude deixar de pensar neste trabalho como uma outra consequência daquele curso e imaginei os autores deste livro num estado de espírito semelhante ao do autor das palavras do parágrafo anterior. A leitura me mostrou os passos seguidos; eles decidiram divulgar suas pesquisas, inicialmente transformadas em monografias individuais de final de curso, mas que foram produzidas num processo coletivo de convivência e trocas continuadas.

E o maior mérito dos autores é, sem dúvida, não revelarem apenas resultados, mas também deixarem transparentes os processos de reflexão partilhada e de construção de significados. A leitura leva-nos até o professor e mostra-nos o pesquisador; aponta-nos conteúdos associados a estratégias de como ensiná-los e revela-nos construções em sala de aula; os movimentos dos estudantes são revelados a nós, e notamos mediações, não apenas as do professor, mas também as ocorridas entre eles; e podemos perceber calculadoras, tangrans e geoplanos, vídeos, “robôs” e “skates”, gráficos e tabelas, pesquisas de campo e situações-problema como parte dessas mediações.

Você, leitor, vai encontrar no texto narrações minuciosas sobre estratégias de ensino associadas a temas tão variados como a construção dos números racionais e dos inteiros relativos, elementos do pensamento e da linguagem algébrica, e conceitos de geometria e medida. Mas, muito mais do que isso, vai vivenciar aulas de matemática em funcionamento, aulas onde se procurou inovar e onde se investigou o seu funcionamento, com resultados que, aparentemente, não visam apenas ser repetidos, mas apontam caminhos de reflexão, podendo ou não ser seguidos ou modificados.

Maria José P. M. de Almeida
FE/UNICAMP

Por trás da porta, que matemática acontece?

Assumimos o risco de mostrar neste livro o que realmente acontece em uma sala de aula. Mostramos não apenas sucessos e surpresas mas, também, dilemas, incertezas e fracassos vivenciados em um processo de inovação marcado pela *produção e negociação de significados*, no qual apa-

receram calculadoras, *tangrans* e geoplanos, vídeos, robôs e *skates*, gráficos e tabelas de jornais, situações-problema... Cada experiência e respectivo texto foram produzidos com a colaboração e a reflexão partilhada dos autores deste livro, e contribuem com novas idéias e práticas ao ensino da matemática escolar.

Professores refletindo...

- *Tentei ser mediador entre o conhecimento historicamente acumulado e aquele que os alunos produzem dialogando entre si, formulando conjecturas, argumentando, ouvindo e reformulando pensamentos, em um processo de aprendizagem e de formação da cidadania.*
- *O leitor encontrará um pouco de minhas angústias, dilemas, descobertas e surpresas. Aprendi muito. Os alunos me fizeram refletir e perceber que são capazes de pensar algebricamente.*
- *Aprendi que a principal atitude de um professor, mais que falar, é a de ouvir... Os alunos gostam de participar dizendo das coisas que sabem ou produzem, ao invés de tão somente ouvir explicações e realizar exercícios. Mas, para isso, o professor deve estar preparado para o inédito. Nunca se sabe o que pode surgir das mentes que se colocam a pensar.*

Alunos pensando...

- *Quando eu faço uma conta na calculadora e aperto [RCM] volta ao zero, mas se eu apertar o [ON] também vai voltar ao zero. Por que iam fazer duas teclas com a mesma função? A [RCM] deve servir para outra coisa!*
- *Não consegui multiplicar o infinito por 4 porque os números não têm fim.*

ISBN 85-86091-26-X



9 788586 091261

Autores

Armando Marchesi

Licenciado em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Amparo (SP). É professor da rede pública estadual desde 1983 (principalmente no ensino fundamental) e, atualmente, leciona na EEPSEG Adalberto Nascimento em Campinas (SP).

E-mail: evelina@unicamp.br

Dario Fiorentini

Foi, durante mais de dez anos, professor de matemática do ensino fundamental e médio no interior do Rio Grande do Sul. Trabalha na formação de professores de matemática desde a década de 80, primeiro na UPF (RS) e depois na Unicamp. Atualmente é docente do Programa de Pós Graduação em Educação, Área de Educação Matemática - na FE/Unicamp, tendo como linha de pesquisa a formação de professores e saberes docentes.

E-mail: dariof@unicamp.br

Edméa Aparecida Rocha Silva Raboni

Licenciada em Matemática pela Puc-camp, em 1989. É professora, há 11 anos, do ensino fundamental e médio e leciona atualmente nas escolas EE "Fernando Costa" e Colégio Cristo Rei, em Presidente Prudente (SP), cidade na qual também desenvolve o curso de Mestrado em Educação (Unesp-PP).

E-mail: earsilva@uol.com.br

Eliane Matesco Cristovão

Concluiu Licenciatura em Matemática pela Unicamp, em 1995. Leciona desde 1992 em escolas públicas e particulares. Atualmente está efetivada na EE Dilecta Ceneviva Martinelli, em Americana (SP). É também orientadora de aprendizagem do TC 2000 no Correio de Americana, como funcionária do SESI.

E-mail: limatesco@ig.com.br

Giovana Delgado de Moraes Salles

Licenciada em Ciências, Habilitação Plena em Matemática pela Unimep de Piracicaba. Foi professora em escolas públicas e, nos últimos anos, leciona na Escola Cooperativa de Piracicaba (5ª a 8ª série). Participa também do Projeto Alfabetização Solidária (alfabetização matemática) no ISCA, em Limeira, SP.
E-mail: naty_fla@ig.com.br

Maria Ângela Miorim

Iniciou a carreira docente no ensino fundamental e médio da rede pública de São Paulo e, a partir de 1985, atua na formação de professores na Faculdade de Educação da Unicamp. Atualmente é também docente da Área de Educação Matemática do Programa de Pós Graduação em Educação, nesta faculdade, desenvolvendo pesquisas na linha de história e educação matemática.

E-mail: miorim@unicamp.br

Maria AuxiliaDORA Bueno Andrade Megid

Licenciada em Matemática pela Puc-camp, em 1981. Neste ano concluiu também Pedagogia pela Faculdade Pinheirense de Ciências e Letras. Leciona há 25 anos, a maioria deles no Colégio Dom Barreto, em Campinas. Em 2000, iniciou o Mestrado em Educação Matemática na FE-Unicamp.

E-mail: dmegid@unicamp.br