FE - Unicamp
Editora

CONSTITUINDO APRENDIZAGENS E SABERES EM CONTEXTOS FORMATIVOS PARA O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA

ROSANA PRADO BIANI
CONCEIÇÃO APARECIDA CRUZ LONGO
SERGIO LORENZATO
Organizadores

CONSTITUINDO APRENDIZAGENS E SABERES EM CONTEXTOS FORMATIVOS PARA O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA

ROSANA PRADO BIANI
CONCEIÇÃO APARECIDA CRUZ LONGO
SERGIO LORENZATO
(ORGANIZADORES)

Editora FE - UNICAMP
Campinas - SP
2021

GEPEMAI

GEPEMAI - GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS/DOS ANOS INICIAIS

Fale conosco: gepemai.unicamp@gmail.com

Visite nosso *site*: https://www.cempem.fe.unicamp.br/gepemai/sobre-nos

CONSTITUINDO APRENDIZAGENS E SABERES EM CONTEXTOS FORMATIVOS PARA O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA

ORGANIZADORES

Rosana Prado Biani

Conceição Aparecida Cruz Longo

Sergio Lorenzato

AUTORES

Adriana Correia Almeida

Adriana F. de Camargo Augusto

Alessandra Rodrigues de Almeida

Fernando da Silva Ramos

Juliana Bable Dias

Lauro Araújo Mota

Marli de Carvalho Graupner

Miguel Ribeiro

Rodrigo Donizete Serra

Rosana Prado Biani

Sergio Lorenzato

Sezília Elizabete Rodrigues Garcia Olmo de Toledo

Wagner Aguilera Manoel

LOGO DO GEPEMAI:
Fernando da Silva Ramos

CAPA:
Criação: Pedro Rafael Candiani Dias
Edição: Fernando da Silva Ramos

TIRAGEM:
e-Book

PUBLICAÇÕES | BIBLIOTECA | FACULDADE DE EDUCAÇÃO - UNICAMP
Ana Carolina Mancini (estagiária): Diagramação (miolo)
Roberta Pozzuto: Supervisão

EDITORA FE - UNICAMP
Série Editorial: **Pesquisas**

Organizadores
Rosana Prado Biani
Conceição Aparecida Cruz Longo
Sergio Lorenzato

Catalogação na Publicação (CIP) elaborada por
Rosemary Passos – CRB-8ª/5751

C766 Constituindo aprendizagens e saberes em contextos formativos para o desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática /[organizadores] Rosana Prado Biani; Conceição Aparecida Cruz Longo; Sergio Lorenzato. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2021.

ISBN: 978-65-00-17029-0

1. Educação matemática. 2. Professores de matemática – Formação. I. Biani, Rosana Prado (Org.). II. Longo, Conceição Aparecida Cruz (Org.). III. Lorenzato, Sergio (Org.) IV. Título.

21-001-BFE 20ª CDD-510

Fevereiro – 2021
ISBN: 978-65-00-17029-0
Índice para catálogo sistemático

1. Educação matemática 510

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO[1]

Constituindo aprendizagens e saberes em contextos formativos para o desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática é o título desse *e-book*, produzido pelo Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais – GEPEMAI, que comemora seus dez anos de existência no ano de 2019. Os autores são ou foram membros do GEPEMAI, e este livro retrata a importância da formação inicial e continuada para o desenvolvimento profissional docente, especificamente do professor que ensina matemática.

As diferentes contribuições dos autores abrangem teoria e prática em diferentes contextos: cursos de formação inicial, espaços de formação continuada e práticas de sala de aula. A obra se direciona a professores, futuros professores, formadores, demais profissionais da educação, e a todos que buscam o seu desenvolvimento profissional, visando ao aprimoramento da prática pedagógica, à melhoria da qualidade de ensino e de aprendizagem dos alunos.

Sergio Lorenzato e Rosana Prado Biani, no capítulo introdutório, "Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais – GEPEMAI – 10 anos", descrevem a constituição do grupo e a escolha da Geometria como principal objeto de estudos; apresentam os objetivos do trabalho que vem sendo desenvolvido; defendem que os grupos colaborativos de estudos são um espaço privilegiado para a formação continuada do professor, mostrando que, nesses grupos, a relação que se estabelece entre universidade e escola básica é uma relação horizontal, não hierarquizada. Além disso, explicitam a forma como o grupo se organiza, as estratégias de estudo adotadas, as dinâmicas de trabalho e os conceitos que embasam o grupo, e, em seguida, descrevem e analisam a trajetória do grupo ao longo de seus dez anos de estudos, aprendizagens, práticas e produções.

---

[1] Profissional responsável pela normalização e revisão do texto: Leda Maria de Souza Freitas Farah – farahledamaria@gmail.com

No primeiro capítulo, "Experiências na participação em grupos de estudo e pesquisa sobre a prática docente e suas influências em minha docência na licenciatura em Matemática", Adriana Correia Almeida narra uma experiência vivida em aulas de Prática Pedagógica em Matemática para uma turma de ingressantes em um curso de licenciatura em Matemática. Ela descreve as ações pedagógicas que nortearam o trabalho, as percepções e as aprendizagens ocorridas em ambientes coletivos e colaborativos de estudo, as quais propiciaram construir uma visão da prática docente apoiada na e pela prática, com reflexão sistematizada das ações que possibilitam ressignificar, com os futuros professores, saberes e vivências para problematizar o ensino e a aprendizagem da Matemática. A autora destaca, ainda, que a participação em grupos de estudos e pesquisa é uma importante possibilidade para refletir e problematizar a prática docente.

Alessandra Rodrigues de Almeida e Miguel Ribeiro, no segundo capítulo, "Conhecimento especializado do professor no âmbito das frações: uma discussão sobre a importância da unidade", discutem aspectos do conhecimento especializado do professor para o ensino das frações, tanto na perspectiva dos conteúdos quanto nas formas de abordá-los. Mostram que as pesquisas evidenciam dificuldades relacionadas ao ensino e à aprendizagem das frações e que, portanto, faz-se necessária uma discussão aprofundada das especificidades do conhecimento para sua compreensão. Nesse texto, que é parte de um trabalho de formação e pesquisa mais amplo, a centralidade da discussão reside na compreensão da importância e do papel da unidade ao trabalhar frações.

Em "Uma experiência colaborativa: contribuição das práticas educativas para o ensino da matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental", terceiro capítulo, Marli de Carvalho Graupner faz uma síntese de uma pesquisa sua, realizada com o objetivo de investigar as contribuições da disciplina Metodologia e Prática do Ensino da Matemática para a formação inicial dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A autora narra uma experiência colaborativa que resultou em uma proposta diferenciada e mais abrangente, em termos teóricos e práticos, por meio da qual os estudantes ressignificaram a matemática para pensar os conteúdos para o ensino da disciplina.

"As contribuições dos porquês dos alunos para o professor que ensina matemática" é o título do quarto capítulo, cujo autor, Rodrigo Donizete Serra, mostra que um "porquê" matemático pode ser muito mais que uma dúvida sobre um determinado conteúdo. Para o autor, um "porquê" carrega um potencial formativo, na medida em que a busca pela resposta propicia a exploração, a investigação, a reflexão, causando um ganho pedagógico tanto para o professor quanto para o aluno. Ambos podem ressignificar as aulas de matemática em suas formas de ensinar e aprender.

Você já imaginou a inexistência da Geometria? Wagner Aguilera Manoel, no quinto capítulo, "Perspectivas de um ensino básico sem Geometria" parte desta indagação para provocar a reflexão sobre o importante papel da Geometria no ambiente escolar, mostrando que sem ela a formação se torna incompleta em relação à matemática e ao conhecimento de mundo.

No sexto capítulo, Sergio Lorenzato e Rosana Prado Biani discorrem sobre "Simetria – uma transformação geométrica", a partir dos estudos teóricos e práticos realizados pelo GEPEMAI. Num primeiro momento, discutem a importância, para a formação dos alunos, da Simetria, um tópico geométrico, e defendem que esse conteúdo deve ser trabalhado desde o início da escolarização. Num segundo momento, discorrem sobre as diferentes transformações geométricas, mais especificamente, as isométricas. O objetivo principal do texto é contribuir para a formação continuada dos professores, que precisam ter um conhecimento especializado sobre o assunto para ensiná-lo.

"Arte pra que te quero" é o título do sétimo capítulo, escrito por Fernando da Silva Ramos. O autor relaciona os estudos de geometria ao desenvolvimento das habilidades de visualização e espacialidade, e considera que a matemática pode e deve se valer dos recursos visuais e manipulativos para potencializar o ensino e a aprendizagem do conteúdo. Propõe uma formação que torne mais estreita a relação entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, principalmente as Artes, pois acredita que essas possam propiciar o desenvolvimento da criatividade e tornar o professor mais seguro no uso da linguagem visual como recurso em sala de aula.

Tomando como referencial teórico a teoria histórico-cultural do desenvolvimento humano, Lauro Araújo Mota defende em "O ensino de matemática para surdos", oitavo capítulo, que a inclusão dos alunos surdos é mais que a oferta de uma vaga e a permanência na escola. É preciso que lhes seja assegurada a aprendizagem, a apropriação do conhecimento. Mostra que um forte obstáculo para que isso aconteça reside na barreira comunicativa entre surdos e ouvintes, e não na dificuldade cognitiva ou na capacidade de aprendizagem do aluno surdo.

No capítulo nono, Adriana Franco de Camargo Augusto e Sezília Elizabete Rodrigues Garcia Olmo de Toledo apresentam "Espam: o material didático", um material manipulativo desenvolvido para o trabalho com Geometria, e descrevem o desenvolvimento das atividades realizadas com o material em uma classe de 3º ano e outra de 6º ano do Ensino Fundamental. As autoras destacam, ainda, que participar de grupos de estudos foi importante para o seu desenvolvimento profissional.

Por fim, Juliana Bable Dias, no décimo capítulo, "Aprendendo matemática com o jogo de dados", relata seu interesse pelo trabalho com jogos em sala de aula, por considerar que, se bem planejados, eles são um recurso que auxilia na aprendizagem e na avaliação dos alunos. Em seu relato, descreve como foi desenvolvido um jogo de dados com uma turma do 1º ano do Ensino Fundamental. Assim como outros autores, destaca a contribuição dos grupos de estudo para a formação docente.

Cada artigo aqui contido mostra que há professores que, apesar das adversidades, buscam sua formação profissional, produzem conhecimento e estão comprometidos com a formação dos alunos. Esperamos que este livro possa contribuir com a formação e o trabalho docente!

Os organizadores

INTRODUÇÃO

GRUPO DE ESTUDOS E PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NOS/DOS ANOS INICIAIS – GEPEMAI – 10 ANOS[2]

Sergio Lorenzato
FE-UNICAMP
slorenzato@sigmanet.com.br

Rosana Prado Biani
GEPEMAI-UNICAMP; Pref. Mun. Paulínia
rosanabiani@gmail.com.br

Introdução

Como nasceu o Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais – GEPEMAI?

Estava eu, Sergio Lorenzato, debruçado sobre um bebedouro de água, após apresentar uma palestra em um encontro de professores de matemática, nos corredores da Faculdade de Educação/UNICAMP, quando duas professoras de Matemática do Ensino Fundamental Ciclo II se aproximaram e me disseram: "Viemos convidá-lo para formar um grupo de professores (as) para estudar sobre o ensino da matemática; o senhor topa?" Era julho de 2009.

Surpreso pelo inesperado e inédito convite, mas envolvido pelo brilho esperançoso dos olhos delas, pedi tempo para pensar. E foi nesse período de tempo que percebi que se tratava de um novo e diferente desafio, aos meus 50 anos de magistério. Levei em consideração que nem sempre trabalhamos com quem quer aprender. Avaliei que o convite das professoras devia ser aceito, pois elas queriam estudar mais sobre a Matemática no Anos

[2] Profissional responsável pela normalização e revisão do texto: Leda Maria de Souza Freitas Farah – farahledamaria@gmail.com

Iniciais para aprender mais, mas também compartilhar seus conhecimentos, seus anseios e angústias, suas experiências de sala de aula, com o objetivo de melhorar a qualidade de aprendizagem dos alunos.

Diante de tudo isso, aceitei a proposta. E a ideia se concretizou com a criação do GEPEMAI em agosto de 2009.

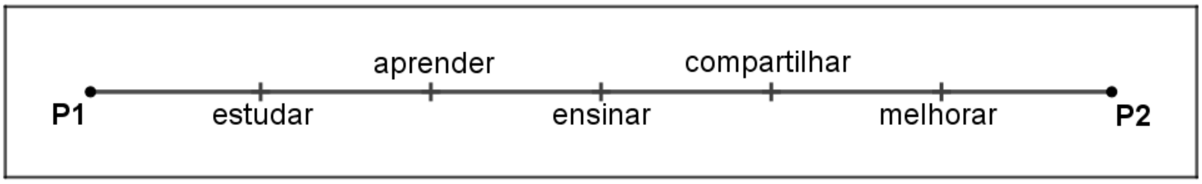
Bem, como éramos apenas três membros, pretendi ampliar o grupo. Para isso, afixei na porta da minha sala na Faculdade de Educação/UNICAMP a seguinte informação:

> Pretendo organizar um grupo de estudos sobre Educação Matemática com foco na Educação Infantil e nas séries iniciais do Ensino Fundamental. O grupo deverá ter menos de dez componentes.
>
> O objetivo maior desta proposta é de facilitar a troca de experiências entre professores.
>
> As reuniões de estudo ocorrerão na Faculdade de Educação durante o segundo semestre de 2009, em dia e hora a serem combinados.
>
> Informa que não haverá emissão de certificados e nem ajuda financeira aos participantes.
>
> Prof. Sergio Lorenzato
> Agosto/2009

Fonte: Arquivo dos autores

Como ninguém se manifestou, decidi começar o trabalho com apenas as duas professoras, que se pareciam com dois pontos unidos por uma reta – uma reta de intenções: aprender juntos, compartilhar saberes e experiências, melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem em matemática. E começamos assim, com nossa reta de intenções (Figura 1).

Figura 1 – Reta de intenções



Fonte: criação dos autores

Marcamos o início dos encontros para agosto de 2009. Porém, algumas questões surgiram para mim: por qual assunto começar? De qual maneira? Quais as expectativas das professoras? As reuniões deveriam ter continuidade de assunto? Eu não sabia bem qual seria o caminho e também não tinha respostas – apenas incertezas.

Mas, então, dei-me conta de que éramos três e, na verdade, formávamos um triângulo, que é a figura de base para gerar muitas outras formas poliédricas, além de ser, por princípios geométricos, uma estrutura invariavelmente estável e rígida. E, assim, com uma base forte, o caminho e as certezas apareceram.

Juntaram-se ao "triângulo" mais três professoras. E na segunda reunião do grupo, éramos seis membros: eu, duas professoras do Ensino Fundamental Ciclo II, duas professoras do Ensino Fundamental Ciclo I e uma professora coordenadora pedagógica em uma escola de Ensino Fundamental. Já formávamos um poliedro!

Com o tempo, novos colegas chegaram, e o nosso poliedro foi aumentando seus vértices e suas faces. O grupo expandia seus horizontes e ações.

A diversidade aumentou, e o poliedro deu lugar à faixa de Moebius, símbolo do contínuo infinito que possui apenas um lado, mas que atende simultaneamente a dois: o campo da Matemática e o da Educação Matemática.

Neste 2019, somos 23 professores, responsáveis pelo ensino de matemática ou pela formação de professores em diferentes escolas e redes de Campinas e região. Desse modo, o GEPEMAI atua, direta ou indiretamente, com cerca de 50 mil alunos, da Educação Infantil ao Ensino Superior.

Metáforas à parte, o fato é que a evolução e a produção desse grupo indicam que valeu o "sim" dado àquelas duas professoras há dez anos, como veremos a seguir.

Unindo a formação docente e a prática pedagógica

Desde sua criação, o grupo é coordenado pelo professor Sergio Lorenzato e é composto por professores com formação inicial em Pedagogia ou em Matemática, alguns com mestrado ou doutorado em uma dessas duas áreas. Atuam nos anos iniciais ou finais do Ensino Fundamental, no Ensino Médio ou Superior e, também, na formação de professores. Há ainda futuros professores, licenciandos em Matemática. Também já houve participação de professor com formação inicial em História e, atualmente, um membro com formação em Arquitetura.

Certamente, a diversidade de membros representa também uma diversidade de objetivos, desejos e expectativas pessoais em relação ao grupo. Porém, tudo isso está incluso no objetivo maior do GEPEMAI, que foi o motivo de sua constituição e embasa sua existência: proporcionar a formação continuada aos professores que ensinam matemática, tendo como foco a prática pedagógica, buscando melhorar a qualidade do ensino para melhorar a qualidade da aprendizagem dos alunos.

Porém, esse objetivo traçado pelo e para o grupo extrapola os limites do próprio grupo, pois ali se entende a formação de maneira mais ampla, por isso do objetivo geral depreendem-se objetivos específicos:

> - contribuir com a discussão e a produção acadêmica mais ampla acerca da formação – inicial e continuada – de professores que ensinam matemática;
> - promover a mediação necessária entre a academia e a escola básica, entre a teoria e a prática;
> - analisar os desafios que a educação matemática tem colocado;
> - apoiar a valorização da profissão docente, a valorização da educação, da matemática e da educação matemática;
> - contribuir para a melhoria das práticas pedagógicas em sala de aula, fornecendo elementos para a prática docente;
> - propor metodologias, materiais didáticos, etc. que possam auxiliar professores e alunos, favorecendo o ensino e a aprendizagem de matemática;
> - promover um intercâmbio de ideias que contribua com a mudança de concepções negativas que ainda persistem acerca do ensino e da aprendizagem da matemática.
> - produzir conhecimentos e divulgar os trabalhos (produtos) o máximo possível, atingindo mais e mais professores e outros profissionais da educação, atingindo também cada vez mais um maior número de alunos (BIANI; LORENZATO; SERRA, 2017, p. 108-109.)

Para que o objetivo geral e os objetivos específicos sejam atingidos, é preciso promover um ambiente de formação que possibilite a interação, a comunicação e o diálogo, a fim de que todos e cada um expressem suas ideias, suas experiências e conhecimentos, tragam informações, formulem questões, busquem respostas, discutam, argumentem, aprendam juntos, produzam e compartilhem.

É preciso que cada participante encontre nesse espaço elementos que contribuam com sua formação continuada, que atendam a suas expectativas de aprimorar suas práticas pedagógicas, que deem subsídios para seu desenvolvimento profissional.

Existem muitos outros espaços nos quais os professores podem buscar sua formação profissional: palestras, oficinas, *workshops*, cursos, dentre outros. Cada um deles traz sua contribuição para a prática do professor.

Porém, um espaço que tem sido bastante considerado pelos professores em sua formação continuada são os grupos de estudos ou grupos colaborativos de estudos.

GEPEMAI – um grupo colaborativo de professores que ensinam matemática

Algumas pesquisas (CRECCI; FIORENTINI, 2013; FIORENTINI, 2012; FIORENTINI; FERNANDES; CARVALHO, 2015;) mostram que os grupos colaborativos de estudos são um espaço bastante produtivo de desenvolvimento profissional docente em vários sentidos.

O GEPEMAI, por suas características, é considerado um grupo colaborativo. Uma delas, entendida como fundamental, é a relação entre os membros participantes do grupo: juntos, compartilham discussões, aprendizagens, dúvidas e expectativas; conhecimentos e experiências, produção do conhecimento e produtos, etc., de forma contínua e do lugar de sua atuação: professor da escola básica, acadêmico da universidade, futuro professor.

Outra característica é a participação voluntária, espontânea, sem compromisso "formal", isto é, não há obrigatoriedade de vínculos com programas de mestrado, doutorado ou especializações. O vínculo comum a todos é o desejo de aprender mais e ensinar Matemática cada vez melhor, é o vínculo do compromisso com a docência, com a educação e a educação matemática, é o vínculo da colaboração – tudo para que o nível de aprendizagem dos alunos atinja níveis cada vez melhores de qualidade. Essa voluntariedade na busca pela formação mostra autonomia e protagonismo do professor em relação à sua qualificação profissional.

A participação é entendida como um processo subjetivo de adesão e de engajamento às atividades do grupo, de apropriação de suas práticas, saberes e valores, de compromisso com objetivos estabelecidos pelo grupo e contribuição com o desenvolvimento profissional em nível pessoal e também dos outros membros (FIORENTINI; FERNANDES; CARVALHO, 2015).

Outra característica, ainda, são as estratégias de formação adotadas, que dão voz a todos, valorizam as experiências trazidas e "visam tornar o professor mais reflexivo, com capacidade para analisar as questões que emergem em suas salas de aula, e para buscar soluções – tanto individual(mente) quanto coletiva(mente)" (NACARATO; GOMES; GRANDO, 2008, p. 17).

Assim, a metodologia adotada nos encontros se pauta em estratégias participativas e colaborativas. O assunto, a atividade, a sequência didática, o projeto, etc., são apresentados pelo propositor; o grupo faz a discussão coletiva, com questionamentos, análises, estudos... Todos podem expor suas ideias, dar sugestões, fazer propostas, etc., sobre o que foi exposto.

Como mostram Fiorentini, Fernandes e Carvalho (2015, p. 15),

> trata-se de um processo de formação e de aprendizagem docente que não é baseado em cursos, como têm sido tradicionalmente concebidos e desenvolvidos pela universidade e pelas agências públicas, mas na realização de práticas de estudo, reflexão, análise e problematização sobre o que ensinamos e aprendemos em diferentes espaços educativos.

É muito importante destacar também a parceria que existe entre professores da universidade e da escola básica, pois, sob essa perspectiva, as especificidades de cada segmento são vistas como subsídios e contribuições indispensáveis para estudos, análises, problematizações, reflexões, negociações de significados, aprendizagens, construção de novas práticas, produção e socialização de conhecimentos.

E é igualmente importante ressaltar que, nos grupos colaborativos, o conceito de desenvolvimento profissional não hierarquiza ou separa os que "pensam" e os que "executam", a teoria e a prática: todos são produtores de conhecimentos.

Assim pensando, entende-se que a participação dos professores nos grupos colaborativos repercute em suas práticas pedagógicas, ao mesmo tempo em que as práticas pedagógicas trazem subsídios para o trabalho de formação continuada dos professores nos grupos colaborativos.

A dimensão colaborativa não foi característica imposta previamente à criação do GEPEMAI, mas essa dimensão emergiu das práticas do grupo, ao longo de sua existência, caracterizando-o como grupo colaborativo de professores que ensinam matemática.

Consideramos um sucesso o grupo comemorar seus 10 anos. No entanto,

> evidenciar os sucessos não significa que o grupo seja sempre harmonioso e que as questões sejam resolvidas sem conflitos. Muito pelo contrário. Em todo grupo, por ser composto de pessoas com histórias de vida próprias, com sistema de crenças e concepções já cristalizados, os embates sempre ocorrem. Mas é nessa diferença, nessa heterogeneidade que o grupo cresce; são os diferentes pontos de vista e os confrontos que desestabilizam nossas certezas, que nos colocam em situações de reflexão, às vezes, em crises e, assim, nos (trans)formamos. (NACARATO; GOMES; GRANDO, 2008, p. 42)

Ao longo de seus dez anos, o grupo vivenciou momentos de prazer e alegria, mas também enfrentou dificuldades e obstáculos. No entanto, acreditamos que as dificuldades, quando vistas não como limites, mas como possibilidades, como desafios a serem solucionados, também fazem parte do aprendizado e da colaboratividade.

Da mesma forma, as diferenças também precisam ser vistas por uma perspectiva positiva, pois enriquecem o compartilhamento de conhecimentos, experiências e práticas eficazes, as possibilidades de problematizações, de aprendizagens, de propostas de trabalho, de produções, etc. no grupo.

E assim, em dez anos, muitos estudos foram feitos, práticas foram analisadas, sugeridas, criadas; o grupo participou e organizou diversos eventos e diferentes produções aconteceram.

Trajetória: dez anos de estudos, aprendizagens, práticas e produções

Constituído o grupo, definidos seus objetivos, foram organizadas as reuniões que aconteciam a cada três semanas, nas dependências da Faculdade de Educação da Unicamp, onde ainda acontecem. Depois elas passaram a ser como são atualmente: quinzenais e sempre às segundas feiras, da 18h30 às 22h, na sala do Centro de Estudos Memória e Pesquisa em Educação Matemática – CEMPEM. Também foi organizado o calendário semestral, que prevê datas; tipos de atividades; responsáveis pela apresentação de cada atividade, pelo registro das atividades e pela coordenação de cada encontro, como acontece ainda hoje. Era preciso definir o que estudar.

Essa decisão foi tomada coletiva e consensualmente. Após cada membro expor suas expectativas e angústias, suas necessidades, dificuldades e incertezas a partir de suas práticas em sala de aula, o grupo concluiu que o objeto de estudos seria a Geometria. E por que Geometria?

O grupo escolheu Geometria, por concordar que ela não tem tido, nas salas de aula, o espaço devido e merecido. Além disso, concluiu também que seus membros precisavam de formação nessa área da Matemática.

São muitas as razões a favor do ensino de Geometria desde os anos iniciais da escolarização: ela auxilia as crianças no desenvolvimento das percepções espaciais; favorece questionamentos e descobertas; ajuda as crianças a levantar e testar hipóteses; aguça a observação infantil; desenvolve as habilidades espaciais; dá a fundamentação para o estudo da geometria formal; e, finalmente, oferece ótimo apoio visual à compreensão de conceitos e de propriedades do campo numérico ou algébrico. Por isso nenhuma outra área da Matemática substitui a Geometria.

Podemos afirmar também que ela está presente na grande maioria das atividades humanas, e, portanto, seu aprendizado deve estar incluído em todo programa escolar e em todas as salas de aula, pois as contribuições da Geometria para a nossa formação são imensas e inegáveis. Sem seu estudo, as pessoas não desenvolvem o pensamento geométrico e, sem este, a interpretação do mundo fica incompleta, reduzida. (LORENZATO, 1995).

No entanto, nos anos iniciais, normalmente é dada prioridade à Aritmética – números e operações. A Geometria, por vezes, é pouco trabalhada e, segundo Nacarato, Gomes e Grando (2008, p. 27), "... quando o é, ocorre ao final do ano ou de forma totalmente destituída de sentido e significado para o aluno".

A relevância dessas questões levou o grupo a optar pela Geometria como objeto de estudos.

Assim, alguns tópicos do campo geométrico foram definidos, para nortear os estudos e as produções do grupo: a gênese e a história da geometria; as diferentes geometrias; o desenvolvimento do pensamento geométrico; a geometria na formação de professores; a geometria como apoio à Aritmética e à Álgebra; a geometria nos Parâmetros Curriculares Nacionais, nos livros didáticos e nos programas escolares; os jogos, as atividades e os materiais manipulativos para trabalhar geometria com as crianças; o momento adequado para iniciar o ensino de geometria; o que e como ensinar de geometria nos anos iniciais, dentre outros.

Aconteceram oito encontros durante o segundo semestre de 2009, de acordo com o calendário proposto.

08/08 – sábado – 9h	10/10 – sábado – 8h30
24/08 – segunda-feira – 18h30	24/10 – sábado – 8h30
05/09 – sábado – 8h30	9/11 – segunda-feira – 18h30
28/09 – segunda-feira – 18h30	30/11 – segunda-feira – 18h30

Em todos os encontros realizamos estudos, discussões e atividades sobre Geometria, mas, principalmente, sobre jogos, atividades e materiais manipulativos para o trabalho em Geometria com os alunos, em sala de aula.

O semestre foi encerrado em 14 de dezembro, com a confraternização dos membros.

Apesar de ter sido um semestre bem proveitoso, as professoras queriam mais para 2010 e, por isso, decidiram envolver os alunos em seus projetos de ação pedagógica. Afinal, tudo era pensado em razão deles, os alunos, e, portanto, a formação que acontecia no grupo precisava incidir na prática pedagógica de cada uma delas.

Assim o grupo decidiu estudar “poliedros”, e cada professora se propôs a planejar e aplicar em sua classe uma sequência didática sobre o ensino de poliedros e, finalmente, em seguida, produzir uma narrativa escrita acerca do trabalho realizado com seus alunos.

O ano de 2010 foi, então, organizado de acordo com o calendário (Quadro 1) e a dinâmica de trabalho (Quadro 2) apresentados a seguir.

Quadro 1. Calendário do GEPEMAI – 2010

Data	Atividade Agendada	Responsável pela apresentação	Responsável pela Memória	Coordenação
27/03	Discussão teórica	Todos	Adriana	Adriana
24/04	Discussão teórica	Todos	Rosana	Rosana
22/05	Discussão das atividades	Valdete, Ithamara, Adriana	Conceição	Conceição
19/06	Discussão das atividades	Conceição, Rosana	Ithamara	Ithamara
03/07	Discussão das atividades aplicadas	Valdete e Ithamara	Valdete	Valdete
31/07	Discussão das atividades aplicadas	Adriana e Conceição	Adriana	Adriana
21/08	Discussão das atividades aplicadas	Rosana	Conceição	Conceição
18/09	Apresentação das narrativas	Valdete e Ithamara	Rosana	Rosana
09/10	Apresentação das narrativas	Adriana e Conceição	Ithamara	Ithamara
20/11	Apresentação das narrativas	Rosana	Valdete	Valdete
04/12	Discussão sobre a versão final	Todos		
04/12	Avaliação	Todos		

Fonte: Arquivo dos autores

Quadro 2. Dinâmica de trabalho – 2010

	Tarefa de casa	Tarefa do dia	Tempo
27/03	Leitura do livro: *Os poliedros de Platão e os dedos da mão* Escrever uma síntese envolvendo o texto, sua prática e seus questionamentos (uma página) Obs: Providenciar sete cópias	Informes Leitura de todas as sínteses Intervalo Discussão teórica sobre poliedros e sobre os pontos abordados nas sínteses	8:30 – 9:00 9:00 – 10:00 10:00 – 10:15 10:15 – 12:00
24/04	Escrever uma síntese envolvendo o tema poliedros, sua prática e seus questionamentos (uma página) Obs: Providenciar sete cópias	Informes Leitura de todas as sínteses Intervalo Discussão teórica sobre poliedros e sobre os pontos abordados nas sínteses	8:30 – 9:00 9:00 – 10:00 10:00 – 10:15 10:15 – 12:00
22/05	Selecionar ou elaborar uma atividade envolvendo o tema poliedros; elaborar uma sequência didática (duas páginas) (Valdete, Adriana e Ithamara) Obs: Providenciar sete cópias	Informes Apresentação e discussão da atividade (Valdete) Intervalo Apresentação e discussão da atividade (Adriana)	8:30 – 9:00 9:00 – 10:00 10:00 – 10:15 10:15 – 11:15 11:15 – 12:15

		Apresentação e discussão da atividade (Ithamara) Sugestão: 20 minutos para apresentação e 40 minutos para discussão	
12/06	Selecionar ou elaborar uma atividade envolvendo o tema poliedros; elaborar uma sequência didática. (Conceição, Rosana) Obs: Providenciar sete cópias	Informes Apresentação e discussão da atividade (Conceição) Intervalo Apresentação e discussão da atividade (Rosana) Sugestão: 20 minutos para apresentação e 40 minutos para discussão	8:30 – 9:00 9:00 – 10:00 10:00 – 10:15 10:15 – 11:15 11:15 – 12:15
03/07	Desenvolver as atividades planejadas Fazer um relato escrito das aulas (até quatro páginas) (Valdete e Ithamara) Sugestão: Trazer as atividades realizadas pelos alunos	Informes Apresentação da Valdete Intervalo Apresentação da Ithamara	8:30 – 9:00 9:00 – 10:30 10:30 – 10:45 10:45 – 12:15
31/07	Desenvolver as atividades planejadas; fazer um relato escrito das aulas (até quatro páginas) (Adriana e Conceição) Sugestão: Trazer as atividades realizadas pelos alunos	Informes Apresentação da Adriana Intervalo Apresentação da Conceição	8:30 – 9:00 9:00 – 10:30 10:30 – 10:45 10:45 – 12:15
21/08	Desenvolver as atividades planejadas; fazer um relato escrito das aulas (até quatro páginas) (Rosana) Sugestão: Trazer as atividades realizadas pelos alunos	Informes Apresentação da Rosana Intervalo	8:30 – 9:00 9:00 – 10:30 10:30 – 10:45 10:45 – 12:15
18/09	Escrever a narrativa da atividade aplicada (até dez páginas); enviar o texto para o grupo com uma semana de antecedência (Valdete e Ithamara) Leitura das narrativas enviadas (demais integrantes do grupo)	Informes Discussão da narrativa da Valdete Intervalo Discussão da narrativa da Ithamara	8:30 – 9:00 9:00 – 10:30 10:30 – 10:45 10:45 – 12:15
09/10	Escrever a narrativa da atividade aplicada (até dez páginas); enviar o texto para o grupo com uma semana de antecedência (Adriana e Conceição) Leitura das narrativas enviadas (demais integrantes do grupo)	Informes Discussão da narrativa da Adriana Intervalo Discussão da narrativa da Conceição	8:30 – 9:00 9:00 – 10:30 10:30 – 10:45 10:45 – 12:15
20/11	Escrever a narrativa da atividade aplicada (até dez páginas); enviar o texto para o grupo com uma semana de antecedência (Rosana)	Informes Discussão da narrativa da Rosana Intervalo	8:30 – 9:00 9:00 – 10:30 10:30 – 10:45 10:45 – 12:15

	Leitura das narrativas enviadas (demais integrantes do grupo)		
04/12	Revisar a narrativa e enviar a versão final para o grupo	Acertos finais do livro; enviar para a revisão ortográfica Agendar o lançamento do livro	8:30 – 12:00
04/12	Fazer avaliação escrita (uma página)	Avaliação final e Confraternização	8:30 – 12:00

Fonte: Arquivo dos autores

Cumprimos o cronograma, porém a publicação do primeiro livro impresso do grupo teve seu lançamento só em 2015.

Assim como em 2010, o calendário e a dinâmica do trabalho com a programação das atividades continuam a ser feitos, porém, por semestre. A cada encontro são definidos o assunto, a coordenação e a subcoordenação para o próximo.

Foi também no ano de 2010 que o GEPEMAI se apresentou como grupo pela primeira vez: durante o III Seminário de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática – SHIAM –, um encontro nacional de professores de matemática que se realiza na Unicamp, um dos membros participou, representando o grupo, com um trabalho intitulado "Um grupo de estudos em geometria na formação continuada de professores".

Nos anos seguintes, 2011 e 2012, foi dada continuidade aos estudos da Geometria, com o objetivo de aprofundar os conhecimentos, criando em cada membro uma bagagem maior de subsídios para o trabalho em sala de aula. Muitos textos foram estudados e analisados na relação com a prática. Artigos foram produzidos. Alguns foram publicados e outros ficaram no âmbito interno do grupo, como sínteses dos estudos realizados. Dentre os tópicos estudados, temos: poliedros e polígonos; processos mentais e habilidades espaciais; origens da geometria, as diferentes geometrias; as transformações geométricas – em especial, as simetrias; topologia; representação e visualização; ensino de geometria nos anos iniciais.

Os anos de 2013 e 2014 foram quase totalmente dedicados ao estudo da Simetria. Analisamos sua abordagem em quatro coleções de livros didáticos do 1º ao 5º ano e nos *Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN*. Aprofundamos os estudos teóricos. Fizemos registros escritos dos estudos realizados com propostas de atividades para a sala de aula. Participamos do IV SHIAM com duas oficinas: "*Simetria nos Anos Iniciais do Ensino*

Fundamental: atividades e materiais didáticos” e *“Fazendo Matemática com Arte”* e duas comunicações: *“Um Estudo de Simetria por um Grupo Colaborativo de Professores que Ensinam Matemática”* e *“O tempo e suas medições”.*

Ainda em 2013, o grupo produziu material com textos e vídeos sobre o senso espacial, o senso numérico e o senso de medida, disponíveis em <http://nacarrioladearquimedes.blogspot.com>

Em agosto de 2014, o grupo se apresentou no II Simpósio de Grupos Colaborativos e de Aprendizagem do Professor que Ensina Matemática, que aconteceu na Universidade Federal de Lavras – UFLA/MG. No III Simpósio realizado na Universidade Cidade de São Paulo – UNICID – em 2015, o grupo foi convidado a participar de uma das salas de discussões, cujo tema foi “As contribuições das produções em grupos para a prática pedagógica de professores e futuros professores”. Posteriormente, participou da elaboração do e-book *Das práticas pedagógicas às políticas públicas em educação: diferentes contextos do trabalho colaborativo na formação de professores que ensinam matemática*, que trouxe todo o histórico do I, do II e do III simpósios, com todos os artigos apresentados pelos grupos nos respectivos eventos. No IV Simpósio, em 2018, realizado na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB – também houve participação de membro representante, com apresentação da comunicação científica *O GEPEMAI e suas contribuições para a prática pedagógica de professores e futuros professores: protagonizando Malba Tahan.*

Malba Tahan é o pseudônimo de Julio Cesar de Mello e Souza, um dos precursores da Educação Matemática brasileira, reconhecido como um dos maiores divulgadores mundiais da Matemática. Nasceu em 6 de maio de 1895 e faleceu em 18 de junho de 1974. Em 2010 o acervo de Malba Tahan foi doado para o Centro de Memória da Faculdade de Educação da Unicamp – CME-FE/UNICAMP. Em 2013, o Congresso Nacional, por meio da Lei 12.835/2013, instituiu a data 6 de maio como o Dia Nacional da Matemática, em homenagem a Julio Cesar de Mello e Souza, o Malba Tahan.

Em 2015 o tema de estudos do grupo foi a matemática visual, os materiais manipulativos e o aprofundamento dos estudos sobre os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele. Nesse ano, o grupo também deu início ao desenvolvimento de seu *site*, com o objetivo de compartilhar com um número maior de professores os estudos sobre o ensino da matemática realizados no grupo.

Ainda em 2015, o GEPEMAI incluiu em sua agenda de trabalhos as comemorações do Dia Nacional da Matemática. O primeiro evento, organizado no mês de maio, foi *120 anos de Malba Tahan e a Matemática em festa*, que mostrou parte do acervo de Malba Tahan e aconteceu no saguão da biblioteca Prof. Joel Martins, na Faculdade de Educação da Unicamp – FE/UNICAMP.

No mesmo ano, em julho, no V SHIAM, aconteceu o lançamento do primeiro livro do grupo. Além disso houve participação com uma comunicação científica, *O elemento visual como recurso facilitador no ensinoparendizagem da Matemática*, e com a Exposição Malbatemática, que reuniu objetos pessoais, fotos, cartas, documentos, manuscritos e publicações de Julio Cesar de Mello e Souza e incluiu a palestra *Malba Tahan: vida e obra*, proferida pelo professor Sergio Lorenzato.

Posteriormente, a partir da exposição e da palestra, foi redigido um artigo, publicado na *Revista Educação Temática Digital*, seção Documento, sob o título *Malba Tahan + Matemática = Malbatemática.*

Desde então, a cada ano, além dos estudos ordinários, o grupo tem se dedicado também a promover, por meio de diferentes eventos, a memória desse grande educador matemático brasileiro, com o objetivo de divulgar sua vida e sua obra, mas, principalmente, seu legado e sua contribuição para a Educação Matemática.

Ainda que o tema "divulgação" não estivesse entre os objetivos iniciais do GEPEMAI em 2015, o grupo concordou que era importante compartilhar tantos conhecimentos sobre Educação Matemática e, por isso, decidiu criar um *site* para ampliar a abrangência de seus estudos, eventos, trabalhos, etc., com o objetivo de atingir um número maior de professores, de outros profissionais da educação e de alunos.

E, fechando o ano, em novembro de 2015, o GEPEMAI foi convidado a participar do **Encontro dos Grupos de Pesquisa da FE-UNICAMP.**

Sem dúvida, 2015 foi um ano marcante para o grupo. Foi, por assim dizer, um "divisor de águas". Novos membros entraram no grupo e o trabalho se diversificou.

Em 2016 foram aprofundados os estudos sobre visualização e representação e sobre uso de materiais manipulativos e visuais como facilitadores da aprendizagem dos alunos. Nesse mesmo ano, por ocasião das comemorações do Dia Nacional da Matemática, em maio, o grupo participou da I Virada Malba Tahan, com a Roda de conversa *O legado de Malba Tahan: pesquisa e ensino*, que aconteceu no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade São Paulo – IME/USP. No mesmo mês, na Faculdade de Educação da Unicamp, aconteceu a II Malbatemática, cujo tema foi "As várias facetas de um precursor da Educação Matemática", com o objetivo de mostrar os diferentes campos de atuação de Julio Cesar de Mello e Souza.

Nessa edição da Malbatemática, além da exposição com itens do acervo de Malba Tahan, aconteceram também a mostra de *banners* com trabalhos desenvolvidos pelos professores do GEPEMAI com seus alunos por ocasião do 6 de maio e a mostra digital, com documentário e entrevista sobre Malba Tahan.

Também em 2016, em julho, o grupo participou do XII Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM – com comunicações científicas e apresentação de pôsteres. Outra participação em eventos, nesse ano, foi no VI Fórum Paulista de Licenciaturas em Matemática. O grupo foi representado com a apresentação do trabalho *Interfaces da profissão docente: formação inicial e continuada e prática pedagógica.*

Ainda em 2016 o GEPEMAI criou o "Cantinho Malba Tahan", com o objetivo de divulgar a vida, a obra e o legado educacional de Malba Tahan. Trata-se de um espaço físico itinerante, onde se encontram informações sobre Malba Taha e suas contribuições à Educação Matemática, além de trabalhos (cartazes, maquetes, jogos, etc.) realizados por professores e alunos do ensino básico. Os visitantes também recebem alguns brindes, como marcadores de páginas, réguas, bloquinhos para anotações, *mouse pad*, canetas e outros.

De 2016 a 2019 foram montados 11 cantinhos em diferentes eventos para professores. Mas nesse 2019 ele aconteceu pela primeira vez em uma escola de Ensino Fundamental II, com participação de seus alunos num evento aberto à comunidade.

Cantinhos Malba Tahan

Fonte: Arquivo dos autores

Outra novidade que também teve início nesse mesmo evento foi o "Cantinho do desafio". Os participantes são convidados a interagir com a exposição, resolvendo um desafio "malbatahânico" e depositando sua solução em uma urna, para depois concorrer a sorteios.

Em 2017, durante o primeiro semestre, os estudos continuaram a ser sobre matemática visual, pensamento visual, visualização e representação, visualização matemática, processos de visualização como recursos de ensino e aprendizagem.

Nesse ano a III Malbatemática trouxe o tema "O legado educacional do mestre Malba Tahan", com o objetivo de mostrar a atualidade de suas propostas. Além da exposição, aconteceram as palestras *O acervo de Malba Tahan*, *o lado menos conhecido da obra de Malba Tahan: a Didática da Matemática* e *Histórias do homem que calculava* e a mesa-redonda *A vida de Malba Tahan*, na qual participaram um neto, duas netas e um bisneto de Julio Cesar de Mello e Souza. Concomitantemente a essas atividades realizadas na Faculdade de Educação da Unicamp, também foram realizadas 13 oficinas nos espaços do Museu Dinâmico de Ciências de Campinas – MDCC – e da Ecobrinquedoteca de Campinas.

Em julho desse mesmo ano, o grupo foi representado no VII Congresso Ibero-americano de Educação Matemática – CIBEM, realizado na Espanha, com três trabalhos, um deles, *Os grupos colaborativos como espaços de formação continuada do professor que ensina* *matemática.* E outros dois: *Malba Tahan e o Dia Nacional da Matemática* e *Porquês matemáticos na sala de aula.*

Os estudos, durante o segundo semestre, voltaram-se à análise de uma famosa obra de conteúdo matemático escrita por Malba Tahan: *Didática da Matemática* (1961-1962). No volume I, ele faz fortes críticas ao ensino da época e, no volume II, apresenta propostas e faz recomendações aos professores para o ensino de uma matemática mais humanizada (BIANI; LORENZATO, 2017).

Dos estudos surgiu a proposta de organizar um dossiê temático Malba Tahan. A proposta foi a termo, e o dossiê *A contribuição de Malba Tahan para a Educação Matemática: a atualidade do mestre* foi publicado pela *Revista de Matemática da Sociedade Brasileira de Educação Matemática* Regional São Paulo – REMat/SBEM-SP, em maio de 2018.

Também no ano de 2017, de 23 a 29 de outubro, foi realizada a 14ª Semana Nacional de Ciência e Tecnologia, cujo tema foi "A matemática está em tudo!". O GEPEMAI organizou essa semana, oferecendo, na Faculdade de Educação da Unicamp, dez oficinas para professores de escolas básicas de cinco cidades da região de Campinas. Durante a participação nas oficinas, os professores foram convidados a desenvolver projetos em suas escolas e os apresentar durante a *Mostra de Ciência e Matemática*, programada para 20 de abril de 2018, a ser realizada nas dependências do Instituto de Matemática Estatística e Ciência da Computação da Unicamp – IMECC/UNICAMP, sob a responsabilidade do GEPEMAI. Ao todo, 60 professores desenvolveram projetos em suas escolas e seus alunos apresentaram trabalhos na Unicamp no dia agendado.


Fonte: Arquivo de fotos do GEPEMAI

Nesse dia a universidade foi visitada por cerca de 1200 alunos da Educação Infantil ao Ensino Médio, os quais, com seus respectivos professores, também visitaram a mostra, que foi disponibilizada ao público e abriu a IV Malbatemática que, nesse ano de 2018, teve como tema "Malba Tahan e a Didática da Matemática: um precursor do ensino".

Ainda em 2018, buscando diversificar os assuntos sobre Educação Matemática e sobre estratégias didáticas e envolver o trabalho mais diretamente com o conhecimento matemático e com a prática docente, passaram a acontecer, nos encontros quinzenais, os Momentos Matemáticos. Essa foi também uma forma de participação direta dos membros, que se inscreveram individualmente para fazer uma apresentação de 20 a 30 minutos sobre o assunto escolhido por cada um.

Os responsáveis pelos Momentos Matemáticos deveriam planejá-los, tendo em vista sua aplicação em sala de aula. Por isso, deveriam registrar, em um pequeno texto, algumas informações: título do Momento Matemático; data de apresentação; assunto; objetivos; material necessário; desenvolvimento da atividade; fontes consultadas ou recomendadas. O objetivo era fazer o registro do momento matemático para ser compartilhado para além do grupo.

Praticamente todos os membros fizeram um ou mais momentos matemáticos. Porém nem sempre foram registrados, nem anterior e nem posteriormente, o que fez com que muitos deles ficassem conhecidos apenas pelos que estavam presentes no encontro, sem possibilidade de compartilhar com mais professores nem de disponibilizar o trabalho para os que assistiram à apresentação, caso esses quisessem usá-los em sua sala de aula.

De qualquer maneira, os Momentos Matemáticos ofereceram muitos subsídios para estudos, pois trouxeram diferentes propostas de atividades, grande diversidade de assuntos, de conteúdos matemáticos, de experiências de prática de sala de aula em diferentes níveis de escolaridade, incluindo a formação inicial de professores e até outras áreas, como a Arquitetura.

Dentre os momentos matemáticos, destacamos: mosaicos - planificações; Escher – pavimentação; composição musical e quantificação de quantidades como marcas da modernidade; brincadeiras topológicas; geometria fractal; contribuições dos porquês dos alunos para o professor que ensina matemática; estratégias para o ensino de matemática para surdos; divisão com material Montessori; uso da calculadora nos anos iniciais: investigações e escritas no âmbito da multiplicação; geometria no tangram; uso de dobradura para a apresentação da cônica parábola; uso de jogos manipulativos e digitais.

Para compartilhar com outros professores, alguns dos momentos matemáticos apresentados e discutidos no grupo farão parte de um *e-book* que, assim como este, será lançado em comemoração aos dez anos do GEPEMAI.

Nesse ano de 2018 o grupo participou de eventos em diferentes instituições, com diferentes palestras: *É possível melhorar a aprendizagem da matemática* - Universidade Federal de São Carlos (UFSCar, *campus* Sorocaba); *Ser professor de matemática" (*Unesp, *campus* Rio Claro), *Realité et perspectives de l'education mathématique au Brésil* (Université Laval – Québec – Colloque International sur l'Education mathématique), *Potencialidades do Laboratório de Ensino de Matemática* – II Semana do Professor de Matemática – II SeProMat – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Unicamp – IMECC.

Em janeiro de 2019 aconteceu o curso de verão *Matemática escolar e materiais curriculares*, ministrado pelo professor Sergio Lorenzato.

Os momentos matemáticos tiveram sequência no primeiro semestre de 2019. Destacamos: laboratório de matemática: tecendo fios do ensinar e aprender geometria; dobradura e geometria; prática pedagógica em matemática com licenciando em matemática; jogo dos conjuntos; Teorema de Pitágoras: conceitos e aplicações; letramento matemático: um olhar para o conhecimento especializado do professor que ensina Matemática; matemática visual com professores de Educação Infantil; brincando com geometria projetiva; estudando ângulos: um giro pela linguagem de programação; Geometria: descobrindo formas no ambiente e na matemática.

Em maio o grupo participou da IV Virada Malba, com a palestra *Algumas facetas de Malba Tahan: um expoente brasileiro*, no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade São Paulo – IME/USP. No mesmo mês, na Faculdade de Educação da Unicamp, aconteceu a V Malbatemática, com o tema "Malba Tahan e o ensino de matemática no Brasil: o legado de um precursor", com o objetivo de apresentar os registros, as percepções e as estratégias de ensino praticadas por Malba Tahan na sua época e suas relações com o ensino atual da matemática.

Também no dia 6 de maio de 2019 aconteceu a palestra *Matemática divertida é matemática?* e uma mesa-redonda com o tema "Constituindo aprendizagens e saberes em um contexto formativo para o desenvolvimento profissional do professor", que reuniu professores da universidade e professores da escola básica.

E, por fim, em julho, aconteceu, no Centro de Convenções da Unicamp, o VII Seminário de Histórias e Investigações de/em aulas de Matemática – SHIAM. E durante esse evento o GEPEMAI realizou mais uma Malbatemática, com o tema "Malba Tahan: de professor para professor", com o objetivo de estabelecer uma relação de historicidade, valoração e significação da ação educativa do professor.

Malbatemática no VII Shiam

Fonte: Arquivo de fotos do GEPEMAI

Concomitante à exposição, aconteceu a Mostra de trabalhos de alunos de escolas de educação básica, que apresentou produções de professores com seus alunos, em suas escolas, por ocasião do Dia Nacional da Matemática – 6 de maio. Foram oito escolas ao todo. Ainda no SHIAM aconteceu a *Conversa Malba Tahan*, conduzida pelo professor Sergio Lorenzato, que destacou aspectos da vida, da obra e do legado educacional de Julio Cesar de Mello e Souza.

Mostra de trabalhos de alunos de escolas de educação básica no VII Shiam

Fonte: Arquivo de fotos do GEPEMAI

Em meio a tudo isso, projetos e atividades paralelas foram se delineando e se desenvolvendo: Projeto D – Desafios Matemáticos; Projeto Glossário Matemático; Projeto Mural "Facetas da Matemática"; Projeto Gepemai 10 anos: organização de livro comemorativo para lançamento em 2019. São diferentes frentes de trabalho, com o objetivo de produzir conhecimentos e, algumas vezes, produtos. A propósito, interessa-nos aqui o que ponderam Fernandes et al. (2018, p. 89):

> A produção é um processo; o produto é o resultado desse processo. A produção envolve a utilização de estratégias, conhecimentos, recursos, habilidades, etc. O produto é algo visível, quantificável, comunicável por diferentes maneiras. Os produtos são, por assim dizer, a materialização do conhecimento produzido. São importantes, precisam existir e ser divulgados, pois são eles que poderão ser compartilhados de maneira mais ampla, para além do espaço interno do grupo e ou de cada um de seus membros.

Assim, mesmo que a produção não se materialize em um determinado produto, é produção, pois produz conhecimento.

Considerações finais

Ao longo do texto fizemos uma retrospectiva do que aconteceu com o GEPEMAI em seus dez anos de existência. Mais do que apenas elencar os acontecimentos, quisemos mostrar como um grupo que nasceu apenas com o objetivo de estudar matemática evoluiu em sua trajetória e chegou ao que é atualmente. Evidenciamos sua estrutura, sua dinâmica de trabalho, seus avanços e sucessos, seu compromisso com a educação, com a educação matemática, a profissão docente – e tudo isso pensando nos alunos.

Quisemos também argumentar em favor dos grupos colaborativos como espaços privilegiados de formação continuada do professor que ensina matemática, como espaço de acolhimento e inclusão, de relações horizontais, em que todos são sujeitos na relação com o conhecimento.

Certamente nem tudo são flores, mas podemos afirmar, com certeza, que o tempo e os esforços investidos nos estudos e nas reuniões, para a realização de feiras, exposições, mostras, livros, artigos, palestras, cursos, pesquisas, *blog*, *site*, materiais didáticos, etc. valeram a pena em muitos sentidos, pois os ganhos não são só cognitivos, mas afetivos também.

E, por tudo o que foi exposto, podemos afirmar que o GEPEMAI é uma experiência que deu certo!

Referências bibliográficas

BIANI, R. P.; LORENZATO, S. Malba Tahan + Matemática = Malbatemática. **ETD – Educação Temática Digital**, Campinas, v. 19, n. 3, p. 822-84, 2017.

BIANI, R. P.; LORENZATO, S.; SERRA, R. D. Os grupos colaborativos como espaços de formação continuada do professor que ensina matemática. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 10 a 14 de julho de 2017, Madrid, Espanha. **Anais**. Madrid, Espanha, 2017.

CRECCI, V. M.; FIORENTINI, D. Desenvolvimento profissional de professores em comunidades com postura investigativa. **Acta Scientiae**, Cidade, n. 15, p. 9-23, 2013. Disponível em: http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/346. Acesso em: 03 jan. 2017.

FERNANDES, F. L. P. et al. (Orgs.). **Das práticas pedagógicas às políticas públicas em educação:** diferentes contextos do trabalho colaborativo na formação de professores que ensinam matemática. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2018.

FIORENTINI, D. Investigar e aprender em comunidades colaborativas de docentes da escola e da universidade. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO – ENDIPE, 16., 2012, Unicamp, Campinas. Disponível em: http://www.infoteca.inf.br/endipe/smarty/templates/arquivos_template/upload_arquivos/acervo/docs/0091s.pdf. Acesso em: 03 jan. 2017.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CARVALHO, D. L. de (Orgs.). **Narrativas de práticas e de aprendizagem docente em Matemática.** São Carlos: Pedro & João Editores, 2015.

LORENZATO, S. Porque não ensinar Geometria? In: **A Educação Matemática Em Revista.** SBEM. n° 4, p. 3 – 13, 1995.

NACARATO, A. M.; GOMES, A. A. M.; GRANDO, R. C. **Experiências com Geometria na Escola Básica:** narrativas de professores em (trans)formação. São Carlos, SP: Pedro e João Editores, 2008.

PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: APRENDIZAGENS E SABERES EM DIFERENTES CONTEXTOS FORMATIVOS

EXPERIÊNCIAS NA PARTICIPAÇÃO EM GRUPOS DE ESTUDO E PESQUISA SOBRE A PRÁTICA DOCENTE E SUAS INFLUÊNCIAS EM MINHA DOCÊNCIA NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA[3]

Adriana Correia Almeida
Instituto Federal do Sul de Minas
adriana.almeida@ifsuldeminas.edu.br

Resumo
Este texto é derivado de minhas experiências como professora em dois níveis de ensino: educação básica e ensino superior (Licenciatura em Matemática). Minha experiência, aqui relatada, também está permeada pela participação, em grupos de estudo e pesquisa sobre a prática docente, como pesquisadora em Educação Matemática. Narro, neste relato, uma experiência vivida em aulas de Prática Pedagógica em Matemática para uma turma de ingressantes em Matemática e descrevo as ações pedagógicas que nos nortearam, ao longo do oferecimento dessa disciplina, como os momentos de elaboração de experiências didáticas e, posteriormente, seus seminários de socialização e a introdução dos estudantes no processo de uma escrita sobre a experiência que vivenciaram. Trata-se, portanto, de narrativa de percepções e aprendizagens ocorridas em ambientes coletivos e colaborativos de estudo, que me propiciaram constituir uma visão da prática de formação docente apoiada na/pela prática, com reflexão sistematizada de ações. Nesse sentido, nos últimos anos, tenho instituído, construído e ressignificado, com os futuros professores, saberes e vivências para problematizar o ensino e aprendizagem da Matemática.

Palavras-chave: Formação inicial de professores de Matemática. Grupos de estudos e pesquisas. Prática Pedagógica em Matemática.

---

[3] Profissional responsável pela normalização e revisão do texto: Tisciane Cavalcante Alencar – tiscianne.alencar@gmail.com

Um pouco sobre a minha trajetória como professora que participa e constitui-se em ambientes de aprendizagem coletiva

Atuo como professora de Matemática no ensino básico há 20 anos e nesse percurso acumulei experiências docentes (e de vida) com turmas de 6º a 9º anos, de Educação de Jovens e Adultos e de alfabetização matemática (1º a 5º anos). Dessas duas décadas, metade delas foram também dedicadas à formação inicial e continuada de professores, lecionando em cursos de licenciatura em Matemática, bem como realizando assessoria e cursos de aperfeiçoamento na rede municipal de ensino, órgão no qual trabalhei, como professora efetiva, por vários anos.

O interesse pela formação de professores iniciou-se pelo meu ingresso, em 2001, no Programa de Pós-graduação da Faculdade de Educação, por ocasião do Mestrado. Minha pesquisa concentrou-se na Matemática Financeira no Ensino Médio e teve, como objetivo principal, refletir e analisar a inserção de conteúdos dessa área da Matemática na escola e a proposição de uma metodologia de ensino capaz de envolver os estudantes em discussões coletivas e reflexivas sobre os conteúdos (ALMEIDA, 2003).

Ao longo da realização do trabalho de campo para aquela pesquisa – e também com algumas situações ocorridas em sala de aula – refleti acerca da importância de uma boa formação de professores. Verifiquei o quanto necessitei de auxílio e tempo para preparar materiais pedagógicos, selecionar e elaborar problemas que os alunos realmente se engajassem, bem como planejar as aulas e criar práticas que envolvessem, ao longo dos encontros, os estudantes.

Percebi, ao longo daquela experiência de exploração, que a licenciatura que eu própria cursara não deu conta de me preparar para alguns desafios reais de sala de aula. Era preciso bem mais do que conhecimento matemático: sentia necessidade de um arcabouço de práticas, materiais e meios de pesquisa que pudessem associar o conhecimento da matemática, que trazia da licenciatura, a situações e instrumentos que pudessem ressignificar, aos alunos, os conteúdos apresentados.

Concluí a pesquisa de mestrado em 2013 e logo em seguida, ingressei na rede municipal de ensino de Campinas. Decidi, naquele momento, que precisava de um "tempo sozinha” com a sala de aula; precisava entender o que poderia ser feito com as vivências e aprendizagens ocorridas pela pós-graduação, de maneira que a pesquisa auxiliasse minha prática docente. Sendo assim, realizei várias ações. Participei de alguns cursos de formação na referida rede municipal e montei uma biblioteca particular, com livros que propõem práticas pedagógicas usando materiais manipulativos e outros procedimentos. Li, também, artigos de vários pesquisadores que estudam e defendem a necessidade da articulação entre teoria e prática nas aulas de matemática.

Em 2005, após a leitura de um livro acerca da formação de professores, conheci um grupo de estudos chamado “Grupo de Sábado” (GDS), que realizava encontros quinzenais na Faculdade de Educação da UNICAMP. Naquela época, sua coordenação era liderada pelos professores Dario Fiorentini e Dione Lucchesi de Carvalho, e proporcionava a articulação entre os docentes da comunidade acadêmica e da educação básica.

Os encontros eram permeados por discussões teóricas, especialmente voltadas às pesquisas em Educação Matemática, aos conteúdos de matemática para o professor e para o ensino, bem como pela socialização de experiências exitosas e/ou problematizadoras ocorridas em sala de aula do ensino básico. Além dessa dinâmica, todos eram engajados e orientados em práticas de produção escrita, que sistematizavam suas experiências didáticas. Assim, a dinâmica do GDS incentivou-me a realizar o processo seletivo para o doutorado, cuja aprovação ocorreu em 2009.

Durante minha pesquisa de doutoramento, além da investigação científica e da atividade profissional (nas aulas de matemática para turmas de 6º ano), iniciei o percurso profissional como formadora de professores em exercício. Assessorei, por alguns anos, a Rede Municipal de Campinas, com a elaboração e a aplicação de cursos para professores de matemática do ensino fundamental, anos iniciais e anos finais. Além disso, atuei em disciplinas das licenciaturas em Matemática e Pedagogia, sempre com a vertente formação de professores para o ensino de Matemática.

Desde então, dedico muito de meu tempo para o estudo sobre a formação de professores. Procuro socializar e vivenciar práticas que possam ser problematizadas e que também acessem o universo dos alunos da educação básica, proporcionando-lhes uma visão curiosa sobre a matemática.

Devido às demandas do doutorado, tive que me desligar do GDS, mas gostaria de destacar que a participação no grupo foi essencial para que pudesse repensar os saberes que tangem a formação de professores, assim como conhecer outros grupos e pesquisadores que tratavam com seriedade desse tema. Nessa rota de conhecimento, o GEPEMAI foi um dos grupos que posso destacar – e que, posteriormente marcou a minha trajetória.

Com o final do doutorado, em 2014, decidi prestar concursos públicos em Instituições de Ensino Superior (IES) para atuar como docente de dedicação exclusiva da licenciatura em Matemática. Concomitantemente às aulas na escola municipal, estudava para concursos e continuava pela busca de outros espaços que problematizassem a formação de professores.

Em encontro com o professor Sérgio Lorenzato, perguntei a ele sobre a possibilidade de frequentar o grupo que ele liderava e, prontamente, fui acolhida. Frequentei presencialmente o GEPEMAI ao longo de 2015, período que considero extremamente produtivo para mim, visto que as dinâmicas propostas e os trabalhos realizados nos encontros contribuíram significativamente para a minha preparação, enquanto aspirante a uma vaga nas IES.

Do mesmo modo, o referido ano também se apresentava como um desafio profissional na docência em educação básica, pois eu lecionava para crianças de 6 a 10 anos. As experiências socializadas no GEPEMAI, as elaborações de planos de aula e de materiais conduziam-me ao aprofundamento dos estudos sobre os assuntos abordados – e aplicar alguns deles com meus alunos. Entendo que a riqueza da diversidade de professores, da academia e dos diferentes níveis de ensino da escola básica, proporciona um ambiente frutífero para a constituição de um acervo de saberes e experiências para apoiar a prática do professor de matemática na sala de aula.

Percebi e destaco que a participação em grupos de estudos e pesquisa, tais como o GEPEMAI e o GDS, são possibilidades importantes para refletir e problematizar a prática docente. Isso se deve ao ambiente acolhedor, composto por saberes diversificados e complementares. Esse ambiente colaborativo e produtivo é definido, sabiamente, por Fiorentini (2006) ao discutir a importância dos grupos com a participação de ambas comunidades, a acadêmica e a escolar, num mesmo ambiente de estudo e reflexão:

> No grupo e pelo grupo, o professor não apenas acompanha e recebe novos conhecimentos e ideias, mas também, troca e contribui, tornando-se protagonista da cultura profissional de seu campo de trabalho. O grupo pode ser o espaço de formação e de constituição profissional do professor e de construção de identidade, pois é com o outro que ele se torna continuamente professor[...]O professor, nesse processo, adquire mais autonomia, tornando-se sujeito de sua profissão; alguém habilitado a participar do debate público e a desenvolver projetos e grupos de estudo dentro e fora da escola, produzindo inovações curriculares a partir da própria escola. (FIORENTINI, 2006, p. 34)

As experiências que vivi nos dois grupos (compostos por professores de diferentes níveis educacionais) possibilitaram-me reconduzir algumas de minhas ações e visões de minha sala de aula. Enquanto estava atuando como professora da escola básica e era integrante dos grupos, mantinha um espírito crítico e investigador, estando mais atenta às respostas que meus alunos davam. Via-me elaborando problemas tendo como inspiração discussões e textos comentados e discutidos nos encontros, fazendo anotações, refletindo sobre um procedimento de cálculo que um aluno havia realizado. Até mesmo, por vezes, produzindo ou manipulando algum material para ser usado em sala de aula.

A realização de um sonho: o ingresso na formação inicial de professores na Licenciatura em Matemática

No final do ano de 2015, após prestar o concurso de um instituto federal, obtive êxito. Fui nomeada docente, lotada em *campus* de uma cidade de Minas Gerais e, como tanto desejava, atuando na Licenciatura em Matemática, com disciplinas da área de Educação Matemática. Durante esse mesmo ano, exonerei-me da Prefeitura e iniciei os trâmites para a mudança de emprego e de cidade. Assumi minhas turmas de licenciandos em Matemática no início do ano de 2016 e com elas, o desafio de formar futuros professores.

Ao receber as ementas das disciplinas já ofertadas anteriormente, bem como de outras, que eu deveria ministrar pela primeira vez naquele *campu*s, senti-me ancorada pelas experiências que vivenciei ao longo de meus anos como formadora dos professores. Em meu arcabouço, constavam exercícios e contribuições dos grupos que participei, mais especificamente a dinâmica de trabalho que conheci no GEPEMAI. Decidi, então, pela socialização de práticas aplicadas, e introduzi, aos poucos, alguns de meus aprendizados. Nas práticas pedagógicas de matemática, no Laboratório de Ensino de Matemática, utilizei narrativas de formação, escrita de memoriais, produção de diário de campo como forma de reflexão e registro nos estágios supervisionados, análises e manipulações de diferentes materiais manipulativos e *softwares*, elaboração, pelos licenciandos, de projetos de ensino e planos de aula.

Para esse texto, escolhi socializar a experiência formativa que tive com a turma de ingressantes do ano de 2017. Ao longo dos dois semestres daquele ano, lecionei as disciplinas de Prática Pedagógica (I e II) em Matemática. Como a própria nomenclatura já induz, as referidas disciplinas devem propiciar aos alunos a vivência prática de sala de aula como professores. Para tanto, esperava-se articular conteúdos apreendidos nas aulas de Geometria Analítica, Espacial e Plana, além de Fundamentos de Matemática, bem como produzir discussões teóricas sobre metodologias diferenciadas, e colocar os graduandos em situações de sala de aula, orientando-os na elaboração de planos de aulas e no uso e produção de materiais de apoio.

No primeiro semestre, tínhamos quatro aulas semanais, e no segundo, duas. Atendendo ao meu pedido, realizamos nossas aulas no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), pois acredito e comungo com Lorenzato (2006): o laboratório de ensino é espaço ideal, munido de instrumentos apropriados para o trabalho do professor e para a formação dos futuros docentes.

Naquele espaço tivemos fácil acesso aos materiais, jogos, recursos midiáticos, além da disposição física para locomoção e acomodação dos licenciandos em suas produções e estudos. Ao longo do ano letivo, percebi que o ambiente tornou-se acolhedor aos acadêmicos, pois foi, pouco a pouco, tomado como espaço de estudo e de produção matemática. Nas poucas vezes em que não usamos o LEM para nossas aulas, registrei algumas reclamações.

Revivendo experiências docentes pessoais e a instituição de uma dinâmica de aula de Prática Pedagógica em Matemática

No início de 2017, ao iniciar a disciplina de Prática I com a turma, senti que estava frente a um grande desafio, visto que os licenciandos ingressantes eram, em sua maioria, muito jovens, ainda indecisos em relação à carreira docente. Logo no primeiro encontro, após uma roda de conversa e socialização, uma questão deixou-me um pouco preocupada: como engajar uma turma de 35 estudantes novatos da Licenciatura em Matemática, em uma dinâmica de trabalho, na qual deveriam elaborar práticas didáticas que pudessem contribuir para uma aprendizagem mais dinâmica e significativa para seus futuros alunos?

Após o primeiro momento, pensando muito sobre as falas dos alunos ao longo da roda de conversa, e preocupada com o engajamento da turma na disciplina, fui remetida a duas memórias particulares de minha formação como professora.

A primeira memória remontou às lembranças dos momentos que necessitava de auxílio frente à busca por recursos, materiais, textos e outros instrumentos para elaborar aulas que pudessem ser mais atrativas a meus alunos da escola básica. Revivi situações em que não tive a quem recorrer e compartilhar experiências. Era uma construção de prática solitária, nas quais eu planejava minhas aulas e "aplicava" aos meus alunos, sem ter a oportunidade de discussão prévia do que havia preparado, ou mesmo um segundo olhar, talvez mais crítico, sobre o material.

A segunda memória, bem mais recente, reacendeu a vivência nas participações em grupos de estudo e pesquisa de formação docente. Aqueles espaços possibilitaram-me ter acesso a aportes teóricos importantes, bem como redefinir os rumos de minha carreira docente, pois proporcionavam ambiente frutífero para o compartilhar e o ressignificar de ideias e conceitos. Nesse caso, recordei especificamente das contribuições que obtive ao frequentar o GEPEMAI e vivenciar situações em que os docentes de diferentes níveis de ensino expunham seu trabalho. Naqueles momentos, quando eu olhava para os lados, via meus colegas entusiasmados, anotando, manipulando materiais e isso me deixava muito feliz, pois estávamos naquele ambiente por vontade própria, construindo nossa profissionalidade, preocupados em construir práticas que pudessem despertar, em nossos alunos, o prazer por aprender matemática.

Essas duas memórias ajudaram-me a equacionar uma metodologia de ensino para minhas aulas de Prática I. Minha intenção era promover, de alguma maneira, um ambiente de reflexão e colaboração entre os sujeitos – um ambiente acolhedor, onde poderiam expor suas ações e ideias, validá-las e/ou reformulá-las.

Inspirada também pelos meus estudos de doutorado (BATISTA, 2014), oportunidade em que compreendi a importância da aprendizagem em pares, decidi, então, instituir uma dinâmica de trabalho em que os licenciandos deveriam, em grupos de até quatro componentes, estudar, pesquisar e elaborar propostas de atividades práticas de aulas e posteriormente, todos deveriam apresentar seus resultados em forma de seminários. Dessa maneira, todos teriam a oportunidade de se inteirar em diferentes práticas, além de reformular suas concepções acerca do ensino de Matemática. Como processo de arquivamento e sistematização dessas propostas de prática, solicitei, ainda, que os estudantes produzissem um acervo, que deveria ser apresentado a mim, ao final do semestre, bem como escrevessem um ensaio de memorial de formação, narrando suas impressões pessoais com a experiência vivenciada ao longo da disciplina.

Nesse ínterim, nossas aulas tinham três momentos. No primeiro deles, eu apresentava o tema e os materiais de apoio para estudo e elaboração das práticas (artigos sobre o tema, *websites*, materiais disponíveis do LEM, livros). No segundo, os estudantes, com seus grupos, preparavam o plano de aula com a experiência matemática que poderia ser realizada na escola. Por fim, havia a apresentação das produções dos grupos e a discussão.

Inicialmente, os estudantes apresentaram muitas dúvidas sobre o que e como elaborar as propostas de práticas solicitadas. Por isso, a minha orientação era constante e, após uma de minhas intervenções, sugeri que, para facilitar o trabalho, poderiam tomar como norte suas próprias experiências como alunos da escola básica. Assim, propus que buscassem, em suas memórias, boas lembranças das aulas de matemática, especialmente sobre as práticas de seus professores. De igual maneira, orientei-os a recordar aquelas que achassem que poderiam ter sido melhor aproveitadas.

Vivências e aprendizagens da dinâmica proposta nas aulas de Prática Pedagógica em Matemática

Ao longo do ano de 2017, produzimos experiências didáticas com os seguintes temas: I. Múltiplos e divisores e a Tábua de Pitágoras; II. Números Primos e o Crivo de Eratóstenes; III. Demonstrações e aplicações do Teorema de Pitágoras a partir de materiais manipuláveis; IV.V. Resolução de problemas contextualizados; VI. Método de completar quadrados e a História da Matemática; VII. Análises tendenciosas de Gráficos para os anos finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio; VIII. O uso do vídeo como recurso pedagógico nas aulas de matemática e elaboração de tarefas matemáticas; IX. O uso do Tangram e o ensino de Geometria Plana; X. A importância do uso do material manipulativo e explorações de materiais disponíveis no LEM da instituição; XI. Modelagem Matemática aplicada ao ensino básico.

Ao longo das aulas, percebia que os estudantes iam, pouco a pouco, se engajando, e a elaboração das propostas de práticas ocorriam mais facilmente. O momento mais esperado de todos era a apresentação das propostas e comentários de colegas. Ao longo desses momentos, reelaborávamos questões, manipulávamos jogos, tirávamos dúvidas de maneira coletiva, testávamos resoluções.

Eram momentos ricos, que lidavam com vários tipos de aprendizagem, inclusive aquelas que se dirigiam a modos de falar, escutar e ressignificar as críticas. Uma das alunas narrou, em seu memorial, a impressão acerca desses momentos:

Sempre achei muito interessante as aulas de práticas pedagógicas [...] foi nessas aulas que consegui aprender a me comunicar melhor, a ter aulas mais dinâmicas, de como sair do método tradicional em que só a professora fala e o aluno escuta. (Excerto extraído do memorial da acadêmica Ce).

Outro tipo de aprendizagem emergente ao longo das aulas era a preocupação com a vivência em "novas" metodologias de ensino da matemática, bem como a preocupação em relação à contextualização dessa área de conhecimento para os estudantes da escola básica. A estudante Lo destacou isso em seu memorial:

> *Eu como aluna do curso de Licenciatura em Matemática viso não apenas a importância das matérias puras, mas também valorizo bastante as disciplinas pedagógicas, pois daqui uns anos vou me tornar professora da educação básica e todas as práticas e metodologias que conhecemos irão fazer a diferença. E com o contato com essas novas metodologias de ensino, hoje sou capaz de modificar a concepção matemática, isto é, quando era aluna via que meus professores sempre estavam com a mesma metodologia, ou seja, o ensino tradicional, teoria, exercícios, correção, sempre o mesmo ciclo e eu percebia que a maioria da sala continuava com as mesmas dificuldades e nunca evoluía. Lembro-me até hoje dos meus amigos de classe perguntarem para a professora de matemática "mas, professora...Para que vou usar isso na minha vida?" (Excerto do memorial da estudante Lo.)*

Algumas dessas práticas, acontecidas na disciplina, despertaram o interesse de alguns estudantes, o que me proporcionou elaborar projetos de ensino e extensão, introduzindo-os às práticas de pesquisa logo no primeiro ano do ensino superior. Um desses projetos concentrou-se no Crivo de Erastóstenes, envolvendo dois licenciandos, que envolvidos com o tema, aprofundaram seus estudos, buscando aportes, inclusive na História da Matemática. Os estudantes, então, produziram duas oficinas de trabalho para a comunidade externa à instituição e divulgaram seu trabalho em evento científico interno (SILVA; BATISTA; CADAM, 2017).

A escrita do memorial de formação gerou, ao longo dos dois semestres das disciplinas, certo descontentamento por parte de vários estudantes, visto que alegavam "não gostar de escrever". Os primeiros escritos que recebi não se configuravam como narrativas reflexivas, mas como breves relatos das aulas. Insisti nessa prática de produção escrita, pois acredito que tal processo é fundamental para a formação de professores de matemática, pois proporciona a possibilidade de sistematização. Atribuo esse entendimento às vivências que tive ao participar do GEPEMAI e do GDS, espaços de estudo de práticas e de produção científico-acadêmica, que me possibilitaram compreender a importância da escrita como mais um componente para a constituição da minha profissionalidade docente.

Assim, com a minha intervenção pedagógica, os alunos foram se acostumando a escrever. Entregavam pequenas narrativas, que recebiam, uma a uma, o meu comentário, que retornava a cada um deles. Alguns alunos me procuravam, solicitando auxílio para escrever melhor, tirar dúvidas, solicitar indicações de leitura ou reescrever o texto, corrigindo aquilo que havia sido apontado como possível melhora.

Ao final do ano de 2017, quando tinham como tarefa entregar o memorial de formação completo, tive boas surpresas, contando com produções escritas mais estendidas e com estudantes perdendo o receio de escrever e de se reelaborar frente a problemas de ortografia.

Foi a partir dos memoriais de formação que pude coletar mais informações acerca da dinâmica das aulas de Prática, visualizando problemas e ações positivas. Sendo assim, aponto que esse instrumento, para minhas aulas de formação de professores, possuiu um importante e duplo papel. Por um lado, o sujeito que escreveu também refletiu, sistematizou, ressignificou; por outro, eu, que os li, também como autora da proposta pedagógica da disciplina, pude reconhecer, reavaliar e refletir possíveis erros e acertos na constituição de uma prática de formação ainda em construção.

Finalizando esta narrativa, mas não essa história...

Não tive a pretensão de apontar a minha proposta pedagógica para o trabalho com os alunos ingressantes da Licenciatura em Matemática como a ideal. De fato, ela pareceu-me bastante produtiva para aquela turma, naquele ano, naquela instituição, naquele contexto, como bem tratam os estudos acerca da aprendizagem situada, de Jean Lave.

Na verdade, a socialização dessa experiência educativa serviu-me como um bom pretexto para elucidar caminhos que julgo essenciais para a formação de professores de matemática reflexiva. A prática, isolada, não pode ser mais vista como instrumento principal da formação. Enquanto estive em sala de aula, vivendo a prática pela prática, vivi experiências que não me agregaram conhecimento, tampouco reflexões construtivas sobre o trabalho que desenvolvia. A reflexão efetiva ocorreu quando me inseri em ambientes em que a docência é problematizada com profundidade e à luz de aportes teóricos e experiências entre pares.

Ressalto, ainda, que tais ambientes podem se configurar como grupos de estudos e pesquisa, sejam eles veteranos – como aqueles já institucionalizados –, ou mesmo aqueles que ainda florescem em várias instituições de ensino em nosso país.

Referências bibliográficas

ALMEIDA, Adriana Correa. Trabalhando matemática financeira em uma sala de aula do ensino médio da escola pública. 2004. 112fl. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: <http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/253584>. Acesso em: 3 ago. 2018.

BATISTA, Adriana Correia de Almeida. Aprendizagem situada em uma comunidade de aprendizes de matemática de uma escola pública. 2014. 207 p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: <http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/253931>. Acesso em: 24 ago. 2018.

FIORENTINI, D. Grupo de Sábado: uma história de reflexão, investigação e escrita sobre a prática escolar em Matemática. IN FIORENTI, D. & CRISTOVÃO, E. M. (orgs) História e Investigação de/em aulas de Matemática. Campinas, SP: Editora Alínea, 2006.

LORENZATO, Sérgio. Para aprender matemática. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

SILVA, G. C. , BATISTA, A. C. A. e CADAM, A. H. CRIVO DE ERATÓSTENES: Como Atividade Exploratório Investigativa Na Formação Inicial De Professores de Matemática. IN Anais da 9ª Jornada Científica e Tecnológica do IFSULDEMINAS. 2017.

CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DO PROFESSOR NO ÂMBITO DAS FRAÇÕES: UMA DISCUSSÃO SOBRE A IMPORTÂNCIA DA UNIDADE[4]

Alessandra Rodrigues de Almeida
PUC Campinas/UNICAMP
alessandraalmeida628@gmail.com

Miguel Ribeiro
UNICAMP
cmribas78@gmail.com

Resumo
Neste texto discutem-se as especificidades do conhecimento do professor que ensina Matemática no âmbito das frações. Nesta perspectiva compreende-se que essa especialização se reflete tanto nos conteúdos matemáticos a abordar quanto nas formas de abordá-los e sustenta a elaboração das tarefas e a sua implementação com os alunos. O tema das frações é um dos tópicos em que ainda existem dificuldades de compreensão não apenas por parte dos alunos mas também dos próprios (futuros) professores, o que requer, portanto, uma discussão aprofundada das especificidades do conhecimento para uma sua compreensão. Alguns aspectos desse conhecimento especializado, com foco na importância e no papel da unidade ao trabalhar frações centralizam esta discussão, que pretende também contribuir para ampliar o debate a respeito da necessidade de que a formação de professores (inicial e contínua) busque desenvolver esse conhecimento matemático especializado para ensinar.

Palavras-chave: MTSK. Formação inicial de professores. Frações.

Introdução

Os números racionais são considerados um dos tópicos matemáticos mais complexos e importantes a serem trabalhados na Educação Básica, pois sua compreensão promove o desenvolvimento de estruturas cognitivas fundamentais para a aprendizagem matemática ao longo da trajetória escolar GRAÇA; PONTE; GUERREIRO, 2018; PINTO; RIBEIRO, 2013; SILVA; PIETROPAOLO; CARVALHO PINHEIRO, 2016). Campos e Rodrigues (2007)

[4] Profissional responsável pela normalização e revisão do texto: Leda Maria de Souza Freitas Farah – farahledamaria@gmail.com

enfatizam a importância do estudo das frações, considerando que, do ponto de vista prático, o estudo do conceito de fração aperfeiçoa a habilidade de dividir e possibilita melhor compreensão e manipulação dos problemas do mundo real; em termos psicológicos, as frações proporcionam um rico campo, que permite ao aluno desenvolver e expandir suas estruturas mentais para um desenvolvimento intelectual contínuo; e, na perspectiva matemática, a compreensão do número racional fornece a base para aprendizagens futuras, como operações algébricas elementares.

Ressaltamos que a fraca compreensão das frações impacta no aprendizado de conceitos a elas relacionados, como porcentagem, decimal, uso de frações em medidas, razão e proporção, entre outros temas. Desse modo, uma efetiva compreensão do conceito de frações torna-se uma etapa essencial para ampliar o sentido de número e de operação na Educação Infantil e nos Anos Iniciais e, posteriormente, por exemplo, a noção de função como algo além do operatório (sentido de máquina).

A complexidade do trabalho com elementos desse conjunto numérico (quando expande os naturais) está relacionada também às múltiplas interpretações ou aos sentidos que as frações podem evocar em determinados contextos (parte-todo, operador, quociente, medida e razão), o que torna complexo o seu ensino e a aprendizagem (BEHR *et al*., 1983).

No Brasil, o ensino do número racional na sua representação fracionária é indicado nos documentos oficiais que orientam os currículos a partir dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A *Base Nacional Comum Curricular* (BRASIL, 2018) evidencia a exploração do tema a partir (somente) do 2.º ano, envolvendo ideia de metade, dobro e triplo, o que deverá ir-se tornando mais complexo ao longo do processo de escolarização. No entanto, a inserção de problemas que impliquem a possibilidade de dividir objetos que resultem em quantidades não inteiras deverá ser iniciada já na Educação Infantil, respeitando-se as estratégias utilizadas pelas crianças e sem a necessária formalização dos conceitos, como deverá ocorrer no Ensino Fundamental. Porém, para isso, será necessário que o professor detenha um conhecimento que lhe permita elaborar uma discussão matemática com os alunos.

A BNCC refere um conjunto de (quatro) habilidades associadas às frações para serem trabalhadas do 2.º ao 4.º ano do Ensino Fundamental:

> (**EF02MA08**) Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais (BRASIL, 2018, p. 283).
> **(EF03MA09**) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes (BRASIL, 2018, p. 285).
> (**EF04MA09**) Reconhecer as frações unitárias mais usuais (1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/10 e 1/100) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.
> (**EF04MA10**) Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro. (BRASIL, 2018, p. 289)

É relevante ressaltar que, embora o estudo do tema das frações esteja presente no currículo (oficial) das escolas há muitos anos, pesquisas têm evidenciado constantemente dificuldades relacionadas ao tema na perspectiva tanto de seu ensino, quanto de sua aprendizagem (MAGINA, CAMPOS, 2008; MONTEIRO; PINTO, 2005; MOSS; CASE, 1999; NUNES; BRYANT, 1997; PINTO; RIBEIRO, 2013; PROENÇA, 2015).

No que se refere à aprendizagem, Moss e Case (1999, p. 123) examinaram várias pesquisas relacionadas às dificuldades dos alunos com números racionais, quando submetidos aos usuais métodos de ensino, e identificaram quatro aspectos principais como problemáticos: 1) ênfase na sintaxe em detrimento da semântica, ou seja, dedica-se muito tempo ao ensino de procedimentos e manipulação de números racionais e pouco tempo ao desenvolvimento de conceitos; 2) ensino adulto não considera as tentativas espontâneas das crianças para darem sentido aos números racionais, desencoraja-as de entender esses números por conta própria e incentiva-as a uma abordagem baseada na aplicação mecânica de regras; 3) uso de representações que fundem números inteiros e racionais, ou seja, nas diferentes representações dos números racionais não existe uma ênfase na diferenciação entre os números inteiros e os números não inteiros; 4) programas tratam as notações dos números racionais como algo que pode ser dado por definição.

Quanto ao ensino, Magina e Campos (2008) salientam que os professores brasileiros apresentam uma forte tendência para traduzir o conceito de fração apenas com significado parte-todo, a partir de sua representação a/b com a, b naturais e $b \neq 0$, o que encoraja os alunos a empregarem apenas um tipo de procedimento – o de contagem dupla: contar o número total de partes e então as partes pintadas – nos contextos que envolvem frações, sem, no entanto, compreender efetivamente o significado desse novo tipo de número. Nessa mesma perspectiva, Monteiro e Pinto (2005) evidenciam que o foco no treino permite a alguns alunos fornecerem respostas corretas a situações rotineiras que envolvem cálculo com frações, o que pode criar a ilusão de que compreendem o que fazem. E há ainda situações em que os alunos resolvem bem um problema com desenhos ou esquemas, mas não conseguem resolvê-lo por meio da utilização de símbolos.

Desse modo, ao buscarmos formas de contribuir para a melhoria das aprendizagens e para resultados matemáticos dos alunos (considerados os objetivos essenciais da pesquisa em Educação Matemática que desenvolvemos[5]) torna-se essencial discutir o conhecimento especializado do professor que ensina matemática sobre o tema frações. Precisamos, porém ter em conta que a formação inicial de professores deverá ser o primeiro contexto em que temos de contribuir para potenciar esse desenvolvimento, pois o conhecimento do professor é o fator (de entre os que se podem controlar) que maior impacto possui nas aprendizagens dos alunos (BAUMERT *et al.*, 2010; NYE; KONSTANTOPOULOS; HEDGES, 2004). Com efeito, a centralidade do conhecimento do professor no processo de ensino e aprendizagem matemática dos alunos, e o fato de serem as frações um conceito multifacetado tornam primordial que professor detenha um profundo conhecimento do tema, de modo a propiciar aprendizagem com compreensão pelos alunos.

O conhecimento do professor que ensina matemática é considerado especializado, e essa especialização inclui ampliação do domínio do conhecimento do conteúdo (matemática) e do domínio do conhecimento didático-pedagógico do conteúdo; e, no contexto do trabalho que desenvolvemos, tal especialização é considerada na perspectiva da conceitualização do Mathematics Teachers' Specialized Knowledge – MTSK (CARRILLO *et al.*, 2018).

[5] Em particular este é um foco do trabalho que desenvolvemos no âmbito do CIEspMat: Grupo de pesquisa e Formação Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor que Ensina Matemática

Em razão da relevância da unidade para a compreensão das frações e dos seus múltiplos sentidos e significados e por ser a formação inicial de professores o espaço que permite ao professor que ensina matemática iniciar o desenvolvimento das especificidades (matemáticas e pedagógicas) do conhecimento (que deverão ir sendo mais sustentadas com a formação continuada), aqui temos por objetivo discutir o *conhecimento especializado sobre a importância e o papel da unidade, revelado por futuros professores da Educação Infantil e Anos Iniciais (que cursam uma disciplina da área da Educação Matemática na Pedagogia), ao resolverem e discutirem uma tarefa com objetivo explícito de promover o desenvolvimento desse conhecimento.*

A importância da unidade no ensino das frações

Uma das primeiras ideias trabalhadas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental sobre o tema de fração é, ainda, considerá-la como uma forma de escrever a relação entre uma parte de um todo (ou um determinado número de partes, quando considerando o todo dividido em um número de partes maior que as que se consideram – fração entendida como parte-todo). Efetivamente, entender esta relação envolve perceber que as partes são equivalentes entre si e também o são em relação ao todo. Embora este não seja o único sentido atribuído às frações, a ideia matemática que o sustenta situa-se, tradicionalmente, no centro da compreensão do que é uma fração.

Esta compreensão do número racional (na sua representação em fração – que pode corresponder a uma quantidade no conjunto dos naturais, ou não) como uma fração com sentido parte-todo está fortemente associada à ideia de medida de grandezas contínuas (mas não exclusivamente), que não podem ser contadas, mas comparadas com um elemento de referência (unidade de medida) previamente estabelecido, que se considera a unidade de comparação. Expressar a medida de uma grandeza em relação ao elemento de referência envolve encontrar uma quantidade que permita fazer a comparação entre os dois elementos comparáveis – o que quero medir e a referência que vou usar como medida, ou seja, determinar quantas vezes a unidade de medida cabe exatamente na grandeza a ser medida. No caso particular em que a unidade de medida não cabe um número exato de vezes no objeto a ser medido, é necessário redividi-la em partes iguais, o que gera um novo tipo de número, uma fração, a qual expressa o resultado dessa divisão (CAMPOS; RODRIGUES, 2007).

Ao discutir a importância do todo para compreensão da fração, é relevante destacar o conhecimento do 1 (*um*) como a unidade de referência do esquema de número natural, o qual é utilizado para formar o esquema de unidade fracionária, possibilitando contar, dividir e reagrupar, tendo por base a unidade (STREEFLAND, 1997). Kieren (1981) destaca que é fundamental compreender o papel desempenhado pelo número 1 (*um*) no conjunto dos números racionais como unidade divisível que forma a base de comparação, como a base conceitual para a formação dos inversos multiplicativos, e ainda como elemento neutro da multiplicação.

Pearn e Stephens (2007) também discutem a utilização da quantidade 1 (*um)* como referência por crianças com 5 anos de idade em situações em que se explorava o uso da reta numérica como base para compreender números inteiros e fracionários. As tarefas solicitavam que as crianças posicionassem uma fração numa reta numérica onde já se encontravam sinalizadas as posições 0 e 1. Os resultados mostraram que as crianças que tinham uma compreensão maior do número 1 (*um*) na reta, tinham mais sucesso na tarefa e conseguiam acertar a posição aproximada da fração indicada, conseguiam estabelecer as relações entre o todo e as partes. Os alunos que não foram bem-sucedidos na tarefa demonstravam pouco conhecimento sobre o número inteiro e não conseguiam ver conexões entre números inteiros e partes fracionárias da reta numérica.

Assim, de uma forma global, compreender os sentidos e as representações das frações envolve conhecer aspectos como: a) as partes fracionárias serem iguais, ou seja, são porções iguais ou do mesmo tamanho (equivalentes) de um mesmo todo; b) a relação entre o número de partes e o número de divisões (cortes) necessários para obtê-las; c) a relação inversa entre o tamanho das partes e o número de partes em que o todo foi dividido; d) o princípio de invariância – a divisão do todo em partes não altera a unidade inicial; e) as partes fracionárias possuem nomes especiais que dizem quantas partes daquele tamanho são necessárias para compor o todo, por exemplo, quartos demandam quatro partes para formar um todo (MAGINA; BEZERRA; SPINILLO, 2009; MONTEIRO; PINTO, 2005).

Nesta perspectiva é relevante salientar que, dentre os diferentes conceitos envolvidos no ensino e na aprendizagem das frações, a compreensão do papel da unidade no conjunto dos números racionais é um elemento que deverá ser considerado como central (um dos objetivos matemáticos a perseguir) nas tarefas conceitualizadas pelo professor e exploradas com os alunos. Entendemos que ao professor é fundamental trabalhar com os alunos a unidade e os seus diferentes tipos, de modo a que fique bem claro e compreendido que, para podermos definir uma determinada fração, temos sempre de ter em consideração a unidade que se considera como referência – aqui a unidade deverá ser tanto contínua quanto discreta e envolvendo inclusivamente quantidades não unitárias, pois sua não compreensão levará a equívocos posteriormente, em situações envolvendo, por exemplo, operações (adição e subtração) entre quantidades representadas em números fracionários e o significado do mínimo múltiplo comum (mmc). Nessa perspectiva, é óbvia a crítica às tarefas presentes nos livros didáticos que indicam a comparação de frações e/ou a organização delas por ordem crescente ou decrescente, sem que se indique qual a unidade de referência, como no exemplo a seguir:

Figura 1 – Tarefa de comparação de frações sem indicação da unidade

Preencha com os sinais de >, = ou < de modo que a sentença abaixo seja verdadeira.

$$\boxed{\frac{1}{2}} \qquad \boxed{\frac{3}{5}} \qquad \boxed{\frac{2}{8}} \qquad \boxed{\frac{1}{10}} \qquad \boxed{\frac{1}{5}}$$

Fonte: arquivo dos autores

Nesse tipo de tarefa, comum em muitos livros didáticos, a omissão do tamanho da referência impossibilita a compreensão efetiva das ideias base subjacentes a um entendimento pleno de fração. Sem a referência à qual a unidade deve ser relacionada – e quem "já sabe" poderá subentender que seria a mesma em todas as situações –, qualquer um dos três sinais (maior, menor ou igual) poderá fornecer uma sentença verdadeira, pois, por exemplo, ½ de uma fita de 2 metros é maior que 3/5 de uma fita de um metro. Esse tipo de situação coloca em destaque a necessidade e a importância de aprofundar as discussões sobre a unidade de referência, de modo que se possam sustentar as aprendizagens matemáticas dos alunos de forma compreensiva e o conhecimento do professor, na sua dimensão especializada, que permita também criticidade quanto às propostas contidas nos recursos disponíveis e sua adequação para uma discussão matematicamente válida.

Outro aspecto essencialmente importante no trabalho com frações refere-se à "reconstrução da unidade", que se associa diretamente ao desenvolvimento da ideia central da importância da referência que se considera. A possibilidade de reconstruir a unidade, em tarefas que envolvem composição e decomposição, é fundamental para a compreensão de número racional (CRUZ; SPINILLO, 2014). Para recompor a unidade, é necessário identificar quantas partes de determinada quantidade (contínua ou discreta) são necessárias para obter a quantidade total que forma a unidade – de modo que se volte a ter a figura toda quando contínua ou toda a quantidade de elementos discretos, ou um misto de ambos. Esta construção da unidade pode ser considerada um desenvolvimento do esquema de equivalência ou seja, a ação de compor e decompor quantidades que representam partes de um todo (fracionárias), com vistas a gerar uma unidade diferente, porém equivalente à soma de suas partes (MAGINA; BEZERRA; SPINILLO, 2009). Essa compreensão de que quantidades iguais ("quantas frações") a certa quantidade (representada em fração) são necessárias para formar a unidade será essencial para uma aprendizagem do tema de frações e de outros que com ele se relacionam, como as (in)equações.

Para Monteiro e Pinto (2005), a unidade desempenha um papel fundamental para a compreensão das frações, pois uma fração tem sempre subjacente uma unidade de referência. Esta noção de unidade está presente no ensino e na aprendizagem da Matemática desde as experiências iniciais de contagem. No entanto, a construção de unidades compostas a partir de outras é um processo complexo, mas essencial que seja enfatizado no ensino das frações e dos decimais.

Por outro lado, o desconhecimento relativo à reconstrução da unidade configura-se como problemático e associa-se, de forma direta, a um (não) entendimento da divisão de quantidades naturais e da associação, com significado, entre esta e números racionais, o que também dificulta a concretização da plena compreensão da noção de fração e das operações que as envolvem (PINTO; RIBEIRO, 2013).

Especificidades do Conhecimento do Professor para Ensinar Matemática

Para promover uma efetiva aprendizagem dos números racionais, neste caso particular na sua representação em fração, por alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental[6], consideramos essencial que o próprio professor detenha um conhecimento suficientemente amplo e profundo (no sentido de Ma, 1999), de modo a conceituar os temas que tem/terá de abordar, representá-los de diferentes maneiras, conhecer, selecionar e estabelecer suas conexões com outros conteúdos do mesmo nível, bem como com aqueles que demandem maior complexificação ou simplificação (MUÑOZ-CATALÁN; LIÑAN; RIBEIRO, 2017).

Nesse sentido, entendemos que o conhecimento matemático do professor é (deverá ser) específico para a sua prática profissional, que é distinta da prática de um economista, de um engenheiro ou de um matemático (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Assim, o conteúdo e a natureza desse conhecimento matemático terá de ser também, necessariamente, complementar. Nesta perspectiva, no trabalho de Formação e Pesquisa que desenvolvemos, consideramos essas especificidades (especialização) na perspectiva do Mathematics Teachers' Specialized Knowledge – MTSK (CARRILLO *et al.*, 2018)[7]. Esta forma de entender como especializado o nosso conhecimento como professores de/que ensinamos matemática assume essa especialização no âmbito tanto do conhecimento matemático quanto do conhecimento pedagógico e inclui as crenças de cada um de nós relativamente à matemática, a sua aprendizagem e a seu ensino.

A Figura 2 mostra a representação da conceitualização[8], indicando o domínio Mathematical Knowledge (MK), que envolve três subdomínios: Knowledge of Topics

---

[6] Esta referência aos Anos Iniciais baseia-se no fato de ser o que se encontra expresso na BNCC, mas consideramos essencial que o trabalho envolvendo a unidade seja iniciado, de forma sistemática e intencional, logo desde a Educação Infantil.

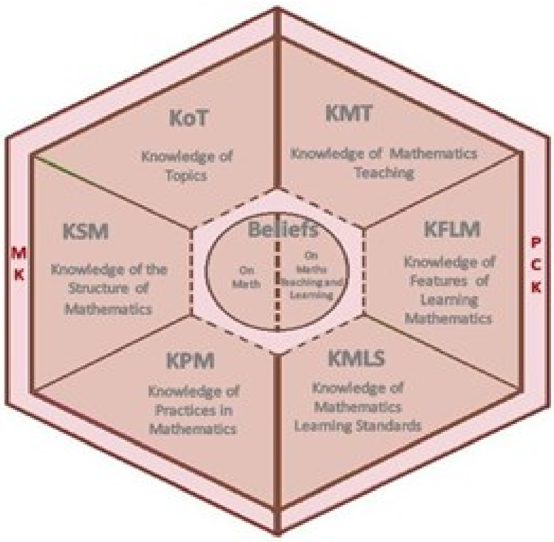
[7] Mais informações em português podem ser consultadas em Policastro, Almeida e Ribeiro (2018) ou Di Bernardo *et al.* (2018).

[8] Optamos por manter a nomenclatura em inglês, pois esta é uma conceitualização do conhecimento do professor reconhecida internacionalmente, e a tradução desvirtuaria não apenas o sentido, mas, essencialmente, o conteúdo de cada um dos subdomínios que compõem o modelo que a representa.

(KoT)[9], Knowledge of the Mathematical Structure (KSM)[10] e Knowledge of Practices in Mathematics (KPM)[11]. O domínio Pedagogical Content Knowledge (PCK) envolve os subdomínios: Knowledge of Mathematics Teaching (KMT)[12], Knowledge of Features of Learning (KFLM)[13], Knowledge of Mathematics Learning Standards (KMLS)[14].

Cabe destacar que o fato de a representação da conceitualização (o modelo) estar organizada em domínios e subdomínios não significa compreender o conhecimento do professor de maneira fragmentada ou compartimentada; pelo contrário, admitimos a existência de inter-relações, mas de forma operacional, o que permite uma abordagem teórica para modelar o conhecimento profissional do professor de/que ensina matemática.

Figura 2 – Domínios do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge*



Fonte: Carrillo *et al*. (2018)

Pelo contexto e pelo foco de trabalho que assumimos aqui, discutiremos apenas aspectos associados aos subdomínios do conhecimento matemático do professor (MK), já que este é entendido como a base para o desenvolvimento do Conhecimento Pedagógico do

---

[9] Conhecimento dos Tópicos

[10] Conhecimento da Estrutura da Matemática

[11] Conhecimento da Prática da Matemática

[12] Conhecimento do Ensino de Matemática

[13] Conhecimento das Características da Aprendizagem de Matemática

[14] Conhecimento dos Standards de Aprendizagem de Matemática

Conteúdo. Entendemos que a especialização do conhecimento matemático do professor lhe possibilite sustentar suas opções pedagógicas de modo a desenvolver práticas que permitam aos alunos compreenderem o que fazem, como devem fazer e por que o devem fazer a cada momento, de modo a atribuir significado às suas aprendizagens presentes e futuras – deixando assim a "porta aberta" para aprendizagens futuras de forma compreensiva.

Assim, ao professor é essencial (mas não limitado) um conhecimento da matemática a ser ensinada – neste caso, da fração envolvendo números não negativos –, porém com nível de aprofundamento, organização e estruturação superior ao que será proposto e trabalhado com os alunos, pois o nosso conhecimento como professores não pode diferir do conhecimento dos alunos apenas no nível do Conhecimento Pedagógico.

Nesse contexto, o Knowledge of Topics (KoT) inclui o conhecimento dos conceitos e das proposições (teoremas, corolários, axiomas), de propriedades, procedimentos, classificações, exemplos, fórmulas e algoritmos, com seus respectivos significados e demonstrações. Como exemplos no âmbito das frações, podemos destacar um conhecimento que permita compreender os diferentes sentidos associados: parte-todo, razão, operador, quociente e medida; conhecer que as frações podem representar números, relações entre números, como uma quantidade numa comparação de quantidade de mesma natureza – quantidades extensivas, ou um índice comparativo –, comparação de quantidade de natureza diferente – quantidades intensivas (MONTEIRO; PINTO, 2005); conhecer as partes e o todo numa representação do tipo 1/3, numa representação pictórica ou outra, observando significados distintos e diferentes tipos de unidades – contínuas e discretas; comparar quantidades de diferentes ordens de grandeza (PINTO; RIBEIRO, 2013); conhecer conceitos como frações equivalentes, frações próprias, frações impróprias e frações aparentes; identificar os números racionais numa reta numérica; operar com frações, considerando diferentes representações como numéricas e pictóricas; decompor o todo em partes e recompor o todo a partir das partes, considerando indicações, bem como outros conhecimentos associados ao tema.

O subdomínio denominado Knowledge of the Structure of Mathematics (KSM) está associado ao conhecimento do professor a respeito das conexões conceituais existentes (necessárias de serem promovidas) em um mesmo tema e entre diferentes temas e conceitos matemáticos, considerando a matemática do ano escolar em que o professor está a lecionar, as conexões de simplificação para as etapas anteriores e de complexificação do conteúdo para a escolarização futura (MONTES; CLIMENT, 2015). Relacionado a este subdomínio, exemplos desse conhecimento, no tema das frações, referem-se a conhecer a relação das frações com as demais representações de número racional, como a decimal e a porcentagem; as conexões com medidas de diferentes grandezas (geométricas, tempo, temperatura, massa, entre outras); a relação com escalas em mapas, gráficos utilizados em diferentes disciplinas, entre outros.

O Knowledge of the Practice of Mathematics (KPM) inclui o conhecimento do professor associado aos modos de produzir/fazer matemática e aos procedimentos matemáticos neles envolvidos. Entre outros elementos, podemos referir o que se entende por resolver problemas e processos envolvidos; o que é definir ou demonstrar e como se define ou demonstra; a necessidade e as implicações de uma utilização correta da linguagem e dos símbolos; o conhecimento das condições necessárias e ou suficientes para fazer declarações válidas, entre outras. No tema das frações, um exemplo refere-se à linguagem associada frequentemente apenas à fração entendida como parte-todo, ao ser verbalizada como "fração são as partes de um todo" (geralmente associado a um retângulo ou círculo divido em partes iguais), o que gera dificuldades nos alunos nas situações em que o todo é discreto ou em que estão envolvidas quantidades maiores que o todo considerado inicialmente como referência (situações representadas por uma fração imprópria ou um numeral misto).

Contexto e método

Este texto forma parte de um trabalho de formação e pesquisa mais amplo, com foco no desenvolvimento do conhecimento especializado do professor de/que ensina matemática, buscando melhor entender o conteúdo desse conhecimento e identificar elementos que possam contribuir para a melhoria da prática, da formação e dos resultados dos alunos. Aqui focamos o Conhecimento Especializado, especificamente no que se refere ao domínio do conteúdo (matemática) revelado por um grupo de 31 estudantes da Pedagogia, ao resolverem, comentarem e discutirem uma tarefa para a formação de professores, que tinha como objetivo discutir esse conhecimento especializado no âmbito das frações, focando a importância da unidade e os tipos de unidade (contínua e discreta).

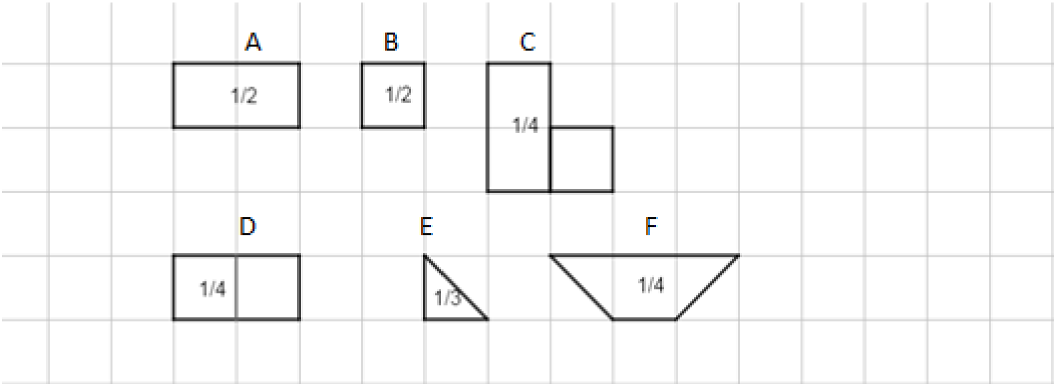
A tarefa que aqui discutimos foi implementada em uma das aulas (quatro horas) de uma disciplina no âmbito da Educação Matemática da graduação em Pedagogia, na Faculdade de Educação da Unicamp, no primeiro semestre de 2018. Os estudantes responderam às questões em grupos de três ou quatro integrantes, totalizando nove grupos respondentes. Foram coletadas as respostas escritas dos estudantes e gravadas em vídeo as discussões em grande grupo – como ocorria em todas as aulas, perspectivando sempre a melhoria da própria prática do formador.

Esta tarefa para a formação de professores[15] que foi implementada seguiu a estrutura das tarefas que têm sido conceitualizadas pelo grupo CIEspMat: Grupo de Pesquisa e Formação "Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor de/que Ensina Matemática" e encontra-se organizada em duas partes (ver, por exemplo, POLICASTRO; ALMEIDA; RIBEIRO, 2017). A Parte I envolveu uma questão associada à reconstrução de figuras, considerando uma de suas partes a partir de indicações – tarefa para alunos dos Anos Iniciais – e duas questões para os futuros professores (Figura 3). A Parte II propunha questões que envolveram discussões relacionadas ao conhecimento matemático especializado do (futuro) professor, associado ao saber resolver a tarefa; ao lugar desse tipo de tarefa na BNCC e no currículo; e a possíveis erros ou produções incomuns que os alunos poderiam fornecer. Aqui discutiremos apenas o conhecimento revelado pelos estudantes ao responderem à Parte I da tarefa.

[15]A conceitualização deste tipo de tarefas especiais tem sido um dos elementos de trabalho do grupo CIEspMat, e a sua essência associa-se à necessidade de que as tarefas para a formação de professores tenham por objetivo explícito desenvolver as especificidades do conhecimento do professor para além das dimensões pedagógicas – que têm sido o foco essencial do que tem sido feito até este momento na formação de professores e, como constatamos, sem efeitos práticos na melhoria da prática matemática.

Figura 3 – Tarefa para a formação de professores

Tarefa: Vamos construir
Considera as figuras abaixo.



Copia as figuras para a folha quadriculada e reconstrua, de pelo menos três formas distintas, a unidade. Justifique porque são distintas ou a impossibilidade de reconstruir a unidade.

Considera a tarefa anterior:
a) Resolva a tarefa por si mesmo (sem pensar em um contexto de ensino);
b) Qual considera ser o foco matemático que a tarefa anterior pretende possibilitar discutir (que conhecimento matemático tem por objetivo desenvolver nos alunos)? Justifica adequadamente a tua resposta.

Fonte: arquivo dos autores

Na tarefa “Vamos Construir” esperamos que, segundo o que se encontra na BNCC, pelo menos os alunos do 2.º ano possam saber responder – pois, ainda que com uma abordagem alternativa, trata de metade, terça e quarta parte. Foi selecionada para análise, por ter potencializado uma discussão envolvendo a relação parte-todo, numa perspectiva distinta das que se encontram regularmente desenvolvidas na formação de professores (inicial ou contínua) e inclusivamente no trabalho matemático com os alunos dos Anos Iniciais, por permitir uma ampliação da compreensão do conceito de fração, favorecendo o desenvolvimento do conhecimento dos futuros professores sobre o tema.

A análise das produções dos grupos de estudantes ocorreu tendo por base o conteúdo dos diferentes subdomínios do MTSK – entendido como lente teórica que nos permite focar nos aspetos centrais do conhecimento do professor que tornam esse conhecimento especializado para o ensino da matemática. As produções foram digitalizadas, e cada autor efetuou sua análise, separando inicialmente por corretas ou incorretas – em termos da resposta pictórica fornecida corresponder ao todo associado a cada uma das partes indicadas ou não – e pelo tipo de representações pictóricas empregues. Complementarmente, a análise da questão b) permitiu obter dois eixos de atenção:

Eixo 1 – respostas que indicam/discutem conteúdos ou temas matemáticos gerais;

Eixo 2 – respostas que indicam/discutem conteúdos matemáticos associados à especificidade da tarefa.

A seguir apresentamos as análises, considerando as produções dos estudantes.

Resultados e discussão

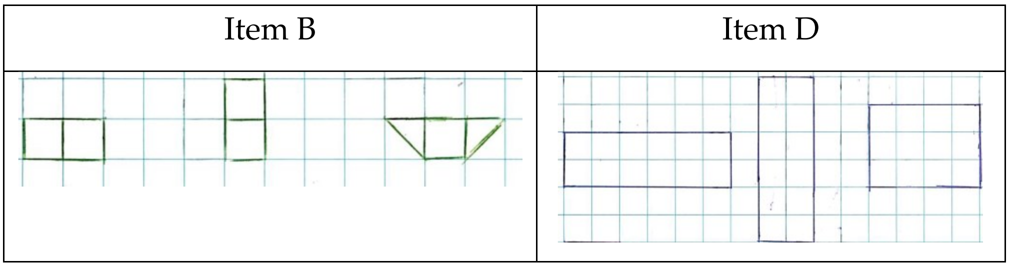
É de salientar que, apesar de esta construção da unidade ser uma tarefa desenhada para alunos dos Anos Iniciais, houve dois grupos de futuros professores que não apresentaram uma resposta que permitisse atender corretamente ao que era solicitado. Ainda assim, todos os grupos assumiram o todo, tomando como referência o espaço ocupado pela figura (a área), apesar de na tarefa nada ser referido a esse respeito. Essa assunção está relacionada, certamente, com as suas experiências anteriores enquanto alunos, pois, na discussão em grande grupo, referem que "*na escola sempre que tratávamos frações era assim com o que estava preenchido* [como área], *e não sabíamos que podia ser diferente*". Essa possibilidade (de considerar, por exemplo, o perímetro) foi um dos aspetos da discussão em grande grupo voltados a ampliar o conhecimento dos futuros professores no tema das frações e dos focos de atenção considerados – no sentido de não assumir sempre o protótipo e de alargar o seu espaço solução[16] relativamente a possíveis abordagens e respostas alternativas.

Assim, ao responderem a primeira parte da tarefa (reconstruir de pelo menos três formas distintas a unidade – tarefa para alunos dos Anos Iniciais), observamos que cinco grupos conseguiram resolver a tarefa indicando três reconstruções da unidade. Destes, alguns apresentaram respostas indicando o todo com as mesmas representações, com

[16] Para mais informações relativamente a este espaço solução, consultar, por exemplo, Jakobsen, Ribeiro e Mellone (2014) ou Ribeiro *et al*. (2018).

alterações de posição, ou apresentando algumas mudanças na composição das figuras – decomposição de quadrados em dois triângulos com áreas equivalentes.

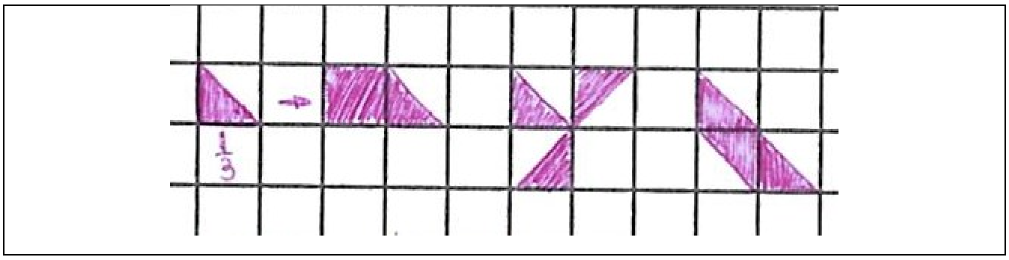
Figura 4 – Representações de todo com alterações de posição



Fonte: arquivo dos autores

Um outro conjunto de respostas associa-se a uma manipulação das representações apresentadas inicialmente apresentando a figura inicial e a que corresponderia a unidade. Esta forma de entender a unidade faz uso de representações que permitem ampliar, de certa forma, a visão mais típica da fração como parte-todo composta por elementos contínuos em que essa continuidade implica ter um lado em comum.

Figura 5 – Representação composta por elementos contínuos

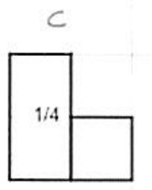
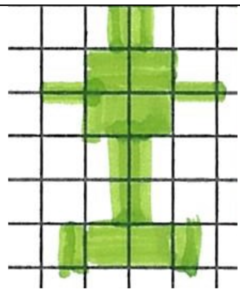


Fonte: arquivo dos autores

No conjunto de respostas que não correspondem ao que era solicitado, podemos encontrar três tipos de raciocínio associado a um determinado conhecimento no âmbito das frações: a composição do todo a partir exclusivamente da percepção, em detrimento das relações lógico-matemáticas envolvidas (Figura 6); composições a partir de decomposição das figuras, sem considerar a relação entre as áreas (Figura 7); e decomposição das figuras em partes, ao invés de compor o todo considerando a fração (parte) indicada (Figura 8).

Por exemplo, na Figura 6, os respondentes focaram na área da figura para compor o todo; no entanto, a composição não possui 12 unidades (quadradinhos) de área, mas sim 11 unidades.

Figura 6 – Representação da unidade composta por "aproximadamente" ¾

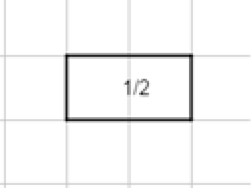
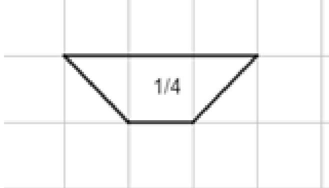
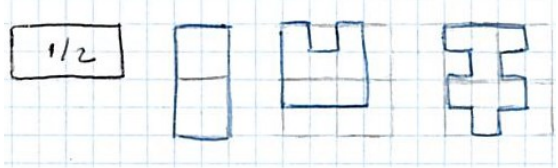
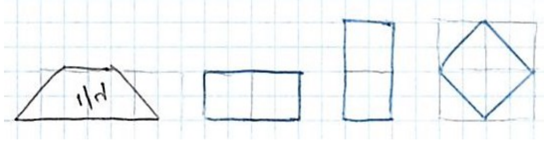
Item C	Representação
	

Fonte: arquivo dos autores

Ao considerarem que, para responder à questão formulada, deveriam realizar a decomposição da figura apresentada com uma disposição distinta, os estudantes revelaram um conhecimento associado a uma impossibilidade de construir a unidade, pois "*nunca tinham tido esse tipo de experiência e responderam como sempre: procurar em quantas partes a figura tem de ser dividida*". Este tipo de resposta mostra a necessidade de que, na formação de professores, tendo como ponto de partida os temas matemáticos que são problemáticos para os alunos, se discutam tipos/exemplos de situações que devem ser implementadas em sala de aula, focando no desenvolvimento do conhecimento do professor, associado a uma sua discussão matemática que permita ampliar o conhecimento e o entendimento matemático dos alunos, e não se fique no nível das generalidades (RIBEIRO *et al.*, 2018) – Conhecimento Pedagógico Geral.

Um outro conjunto de soluções corresponde a apresentar figuras sem efetivamente considerar a quantidade de unidades de área para compor o todo.

Figura 7 – Produções de composição do todo com manutenção da área

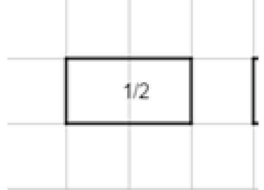
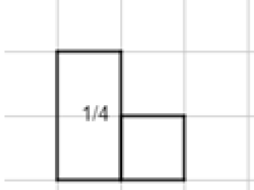
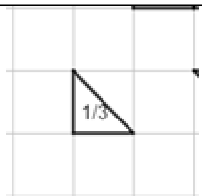
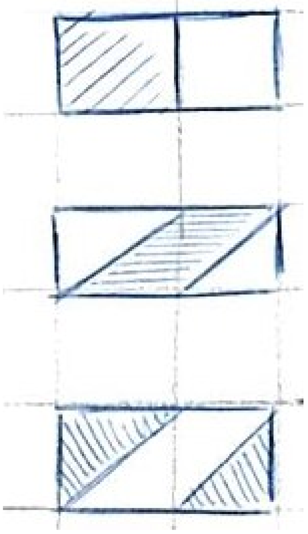
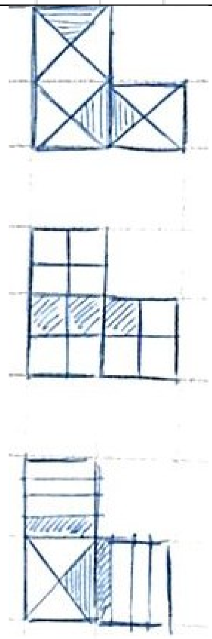
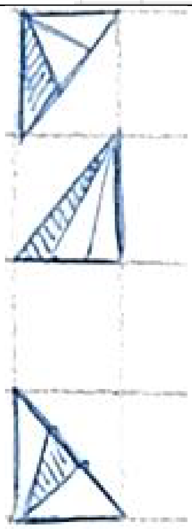
Representações Item A	Representações Item F
	
	

Fonte: arquivo dos autores

No item A, considerando a quadrícula pequena como unidade de área, a figura formada por duas unidades de área compõe metade da figura, porém, ao considerar a unidade contínua e o foco na área, a resposta esperada era de que as representações efetuadas fossem compostas por quatro unidades de área. Na resposta à tarefa os futuros professores copiaram o Item A para a sua folha de respostas (representando metade de uma unidade), considerando oito unidades de área, e, ao responderem, compuseram a unidade mantendo a mesma área (oito unidades de área). Fizeram apenas disposições diferentes, apresentando figuras equivalentes. O mesmo tipo de raciocínio e conhecimento é empregado no Item F, porém com alguns erros decorrentes de não atribuir importância à correspondência entre a quantidade inicial e os exemplos que fornecem como resposta – duas quadrículas na figura original "transformaram-se" em oito quadrículas na figura copiada.

Um outro grupo de respostas associou-se a um conhecimento sustentado nas suas experiências prévias, pelo menos no âmbito das frações, em que as situações de parte-todo se resumem a dividir uma área em partes iguais e relacionar o número de artes pintadas com o número total de partes existentes.

Figura 8 – Representações indicando particionamento das figuras

Representações Item A	Representações Item C	Representações Item E
		
		

Fonte: arquivo dos autores

Tarefas que objetivem desenvolver nos alunos (e professores – atuais ou futuros) um conhecimento integrado das frações têm de passar, necessariamente, por uma discussão do papel da unidade e da sua construção. Por ser, ainda, uma temática pouco explorada no trabalho com frações, teria levado a que alguns grupos de futuros professores não conseguissem reconstruir de forma matematicamente adequada a unidade/todo a partir de uma fração indicada. Essa dificuldade, por um lado, revela debilidades em seu conhecimento relativamente ao tema específico de frações (em particular no que se refere ao sentido parte-todo – esse que é *o* sentido que tradicionalmente se trabalha na escola–) e em um conhecimento particular sobre as relações entre numerador e denominador. Por outro lado, de forma necessariamente associada, chama a atenção para um aspecto mais amplo da formação de professores, que se relaciona com a incapacidade dos futuros professores para interpretar as tarefas para os alunos, no sentido de situá-las na sua futura prática em sala de aula.

As produções apresentadas pelos grupos que não compunham uma resposta para a tarefa enquadram-se no tipo de respostas (ainda) comuns no trabalho com frações na Educação Básica, que em geral, pressupõe dividir uma área em partes iguais, nomear uma fração como o número de partes pintadas sobre o número total de partes e analisar a equivalência e a ordem da fração por meio da percepção. Elas baseiam os raciocínios sobre fração principalmente na percepção, em detrimento das relações lógico-matemáticas nelas envolvidas (CAMPOS; MAGINA; NUNES, 2006; PINTO; RIBEIRO, 2013). Tal situação corrobora as afirmações de Silva, Pietropaolo e Carvalho Pinheiro (2016), ao observar que a ideia de unidade, que possui forte associação com o conceito de número racional, não tem sido incorporada ao conceito por professores, quando confrontados com situações que envolvem fração.

Essas debilidades reveladas pelos futuros professores no tema da construção da unidade e o seu conhecimento relativamente à unidade que se considera e ao papel dessa unidade no tema das frações – conteúdo da dimensão matemática do conhecimento especializado do professor, em particular no que se refere ao conhecimento dos temas –, se não forem superadas, irão implicar, provavelmente, uma prática futura desatenta ao desenvolvimento do conhecimento e do entendimento dos alunos no tema das frações, já que eles próprios não possuem esse conhecimento e entendimento. Essa implicação associa-se também ao fato de este ser um conhecimento especializado que não se desenvolve na prática docente (RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2013) e que requer, portanto, um foco específico na formação. Assim, o conteúdo do seu conhecimento matemático especializado irá limitar o desenvolvimento do seu conhecimento pedagógico para ensinar o conteúdo específico e, portanto, estarão capacitados para desenvolver, no máximo, uma prática "replicativa" ou centrada na utilização dos recursos pelos recursos, sem um foco na matemática – tarefas didaticamente emocionantes mas matematicamente pouco significativas (RIBEIRO, 2011).

Apresentar uma resposta correta para esta questão da construção da unidade implica um conhecimento do conceito de fração na perspectiva parte-todo e pressupõe também entender a necessidade de conservar a unidade de referência. Este conhecimento enquadrase no conhecimento dos tópicos (KoT), mas aqui ficamos no nível do conhecimento que é esperado que os alunos dos Anos Iniciais possuam. As respostas indicam ainda o conhecimento da representação fracionária, tanto numérica quanto pictórica, bem como a relação existente entre numerador e denominador, uma vez que é necessário ter conhecimento desses dois aspectos destacados na tarefa para reconstruir a unidade – conhecimento dos Temas (KoT).

É relevante salientar que, ainda diante de respostas que apresentaram corretamente a construção do todo, nenhum dos grupos indicou uma produção em que a unidade fosse compreendida como discreta; todas as produções remeteram-se a unidade contínua. A composição de tal espaço solução, associado a quantidades contínuas no âmbito das frações (em oposição ao que ocorre tipicamente ao trabalhar o número como quantidade antes de falar em fração) dos futuros professores, pode estar vinculada ao fato de o Ensino Básico dedicar uma forte ênfase a quantidades contínuas em detrimento das quantidades discretas, especialmente no ensino introdutório, passando a ideia de que fração é um pedaço de algo como pizza ou barra de chocolate (MAGINA; BEZERRA; SPINILLO, 2009); ou pode ser decorrente de os respondentes não terem atribuído qualquer significado às experiências escolares nas quais a fração tenha sido aplicada ao cardinal de um conjunto discreto (PINTO; RIBEIRO, 2013).

Quanto ao item b) da tarefa – qual considera ser o foco matemático que a tarefa anterior pretende possibilitar discutir (que conhecimento matemático tem por objetivo desenvolver nos alunos)? Justifica adequadamente a tua resposta –, sete dos nove grupos consideram que a tarefa tem por foco temas matemáticos gerais (Eixo 1).

Figura 9 – Temas e/ou conteúdos indicados pelos futuros professores como foco da tarefa “Vamos construir”

Conteúdos / Temas Matemáticos	Quantidade de Respostas
Formas ou figuras geométricas	6
Frações	5
Relação entre as partes e o todo	3
Noção de inteiro / unidade	3
Contagem	1
Noção de quantidade	1
Divisão	1
Soma	1

Fonte: arquivo dos autores

É de notar que, em uma tarefa implementada no contexto explícito de desenvolver o conhecimento dos futuros professores no tema das frações – objetivo explícito das tarefas implementadas na disciplina –, para os futuros professores o foco central seja Formas ou figuras geométricas, em detrimento de conhecimentos relacionados diretamente às frações como noção de unidade ou da relação parte-todo. Essa indicação do foco central da tarefa, desviada do foco matemático, está associada certamente às suas experiências anteriores e a uma tendência, ainda existente das discussões na própria área de Educação Matemática[17], para se centrar nos aspectos gerais e não nos particulares. Aqui essa generalidade corresponde a um foco nas representações (essencialmente polígonos), em detrimento do foco matemático associado ao conceito central que se discute e ao seu conhecimento relativamente, o que reforça o impacto das representações geométricas no processo de ensino e aprendizagem das frações. A análise revela que os resolutores demonstram conhecer que o tema de frações possui conexões com diferentes conteúdos matemáticos de, por exemplo, Geometria, Número e Operações (KSM).

[17] Essa tendência de um foco nas generalidades e não nas especificidades, quando se fala do conhecimento e das práticas do professor, fica explícita nos resultados de um projeto coordenado por Dario Fiorentini, que mapeou todos os trabalhos de dissertação e teses defendidas entre 2001 e 2012 com foco no professor de matemática (875) e cuja larga maioria usa como referentes teóricos referências da Educação Geral – Shulman e Tardiff (FIORENTINI; CRECCI, 2017).

As produções a seguir apresentam aspectos que discutem conteúdos matemáticos associados à especificidade da tarefa.

Figura 10 – Produções associadas à especificidade da tarefa (item b)

Resposta
1) b) Aprendem a sair do habitual, que seria uma figura completa, com determinadas partes pintadas, e entender o conceito de unidade, pois já estamos condicionados a trabalhar com a figura inteira e ter nela uma representação de fração, não uma fração somente e ter que representar toda a unidade.
1) b) Aprendem a sair do habitual, que seria uma figura completa, com determinadas partes pintadas, e entender o conceito de unidade, pois já estamos condicionados a trabalhar com a figura inteira e ter nela uma representação de fração, não uma fração somente e ter que representar toda a unidade.
b) Frações, figuras geométricas e o uso da folha quadriculada. A reconstrução das figuras geométricas faz com que os alunos tenham que pensar não só nas partes fracionadas da figura, mas também a unidade, isto é, a figura inteira.
b) Frações, figuras geométricas e o uso da folha quadriculada. A reconstrução das figuras geométricas faz com que os alunos tenham que pensar não só nas partes fracionadas da figura, mas também a unidade, isto é, a figura inteira.

Fonte: arquivo dos autores

As produções revelam conhecimento relativo ao objetivo da tarefa, que se associa à composição da unidade ou na perspectiva do desenvolvimento do esquema de equivalência, bem como da fração com o sentido parte-todo (KoT). Também destacam que a tarefa difere das “tradicionais”, o que permite uma ampliação do conhecimento sobre o tema (CRUZ; SPINILLO, 2014; MAGINA; BEZERRA; SPINILLO, 2009; MONTEIRO; PINTO, 2005)

De modo geral, as respostas dos futuros professores revelam conhecimentos relativos às frações, mais especificamente à relação parte-todo no contexto de quantidades contínuas associadas a representações geométricas. No entanto, evidenciam a necessidade de aprofundamento desses conhecimentos, visando a uma ampla compreensão dos distintos sentidos das frações, inclusive relativos a quantidades discretas.

Considerações Finais

Buscando a melhoria da prática e da formação, refletir acerca do conhecimento do professor e do futuro professor para ensinar frações na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental pressupõe reconhecer a especialização desse conhecimento como próprio da profissão docente. Nesse sentido, é fundamental que tal conhecimento considere o foco na própria matemática, de modo a propiciar ao professor (atuais ou futuros) uma compreensão ampla e profunda da matemática básica que precisam ensinar, considerando, entre outros aspectos, as representações múltiplas que se encontram associadas ou as conexões que se devem/podem potenciar.

Ainda que sejam revelados pelos futuros professores conhecimentos relacionados às frações, existe a necessidade de ampliar e aprofundar os conhecimentos nesse tema matemático, de modo a ir para além de um conhecimento do saber fazer (do nível dos alunos que terão de ensinar). Torna-se, assim, essencial que a formação de professores (inicial e contínua) se passe a centrar no desenvolvimento das especificidades do conhecimento do professor, associado, por exemplo, aos sentidos da fração, conceitualizando e implementando tarefas formativas que tenham esse como um dos seus objetivos prioritários.

Referências bibliográficas

BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, Thousand Oaks, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BAUMERT, J. *et al*. Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom and student progress. **American Educational Research Journal,** Washington, v. 47, n. 1, p. 133– 180, 2010.

BEHR, Merlyn J. *et al*. Rational number concepts. Acquisition of mathematics concepts and processes. In: LESH, R.; LANDAU, M. **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York: Academic Press, 1983. p. 91-126.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 4. ed. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; MAGINA, Sandra; NUNES, Terezinha. O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. **Educação Matemática Pesquisa:**

Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 8, n. 1, São Paulo, p. 125-136, 2006.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; RODRIGUES, Wilson Roberto. A idéia de unidade na construção do conceito do número racional. ***Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*****,** Florianópolis, v. 2, n. 1, p. 68-93, 2007.

CARRILLO, J. *et al*. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, [S.l.], p. 19, 2018.

CRUZ, Maria Soraia Silva; SPINILLO, Alina Galvão. Adição de frações por estimativa a partir do referencial de metade e de inteiro. ***Estudos de Psicologia*****,** Campinas, v. 19, n. 4, p. 241-249, 2014.

DI BERNARDO, Rosa et al. Conhecimento matemático especializado de professores da educação infantil e anos iniciais: conexões em medidas**. Cadernos Cenpec**| Nova série, São Paulo, v. 8, n. 1, p. 98-124, 2018.

FIORENTINI, Dario; CRECCI, Vanessa Moreira. Metassíntese de pesquisas sobre conhecimentos/saberes na formação continuada de professores que ensinam matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 25, n. 1, p. 164-185, 2017.

GRAÇA, Sofia; PONTE, João Pedro da; GUERREIRO, António. As frações no 5. º ano de escolaridade: Que conhecimentos revelam os alunos? In: **INVESTIGAÇÃO, PRÁTICAS E CONTEXTOS EM EDUCAÇÃO**. Livro de Atas Conferências**,** 2018. p. 175 -183.

JAKOBSEN, Arnie. R. N. E.; RIBEIRO, C. Miguel; MELLONE, Maria. Norwegian prospective teachers' MKT when interpreting pupils' productions on a fraction task. **Nordic Studies in Mathematics Education**, v. 19, n. 3-4, p. 135-150, 2014.

MAGINA, Sandra; BEZERRA, Francisco Brabo; SPINILLO, Alina. Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração: uma experiência de Ensino. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 90, n. 225, p. 489-510, 2009.

MAGINA, Sandra; CAMPOS, Tânia. A fração nas perspectivas do professor e do aluno dos dois primeiros ciclos do ensino fundamental. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 21, n. 31, 2008.

MONTES, M.; CLIMENT, N. Conocimiento de la estructura matemática (KSM): presentación y réplica. In: CARRILLO, J; CONTRERAS, L. C.; MONTES, M. (ed.) **Actas de las II Jornadas del seminario de investigación de didáctica de la matemática de la Universidad de Huelva.** Huelva, Espanha, 2015. p. 21-29.

MONTEIRO, Cecília; PINTO, Hélia. A aprendizagem dos números racionais. **Quadrante,** Lisboa, v. 14, n. 1, p. 89-107, 2005.

MOSS, Joan; CASE, Robbie. Developing children's understanding of the rational numbers: A new model and an experimental curriculum. **Journal for Research in Mathematics Education,** Reston, p. 122-147, 1999.

MUÑOZ CATALÁN, María Cinta *et al*. Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. **La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española**, v. 18, n. 3, p. 1801-1817, 2015.

MUÑOZ-CATALAN, M. C.; LINAN, M. M.; RIBEIRO, M. Conocimiento especializado para enseñar la operación de resta en Educación Infantil. **Cadernos de Pesquisa** (UFMA), São Luís, v.24, p.4-19, 2017

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NYE, B.; KONSTANTOPOULOS, S.; HEDGES, L. How large are teacher effects?. Educational evaluation and policy analysis. **Educational Evaluation and Policy Analysis**, Washington, v. 6, n. 3, p. 237–257, 2004.

PEARN, Catherine; STEPHENS, Max. Whole number knowledge and number lines help develop fraction concepts. **Mathematics: Essential research, essential practice,** v. 2, p. 601-610, 2007.

PINTO, Hélia; RIBEIRO, Miguel. Conhecimento e formação de futuros professores dos primeiros anos–o sentido de número racional. **Da investigação às Práticas,** Lisboa, v. 3, n. 1, p. 80-98, 2013.

PROENÇA, Marcelo Carlos. O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia. **Bolema – Boletim de Educação Matemática,** Rio Claro, v. 29, n. 52, p.729-755, 2015.

POLICASTRO, Miguel; ALMEIDA, Alessandra Rodrigues; RIBEIRO, Miguel. Conhecimento especializado revelado por professores da educação infantil e dos anos iniciais no tema de medida e comprimento e sua estimativa. **Revista Plural,** Cascavel, p. 123-154, 2017.

RIBEIRO, Miguel. "Para passar de dm2 para cm2 tenho de andar duas casas!" Conhecimento do professor e possíveis implicações nas aprendizagens actuais e futuras dos alunos. In: MARTINHO, M. H. *et al*. EIEM 2011 - Ensino e Aprendizagem da Algebra. **Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática,** 2011. p. 405-419.

RIBEIRO, Miguel *et al*. Conhecimento especializado e interpretativo do professor de/que ensina matemática: dois focos nucleares para melhoria das práticas e da formação. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICAS E PRÁTICAS DE ENSINO - ENDIPE, 19., 03 a 06 set. 2018, Salvador, Bahia. **Anais do XIX ENDIPE**. Salvador, Bahia, 2018.

RIBEIRO, C. M.; MELLONE, M.; JAKOBSEN, A. Prospective teachers’ knowledge in/for giving sense to students’ productions. In: LINDMEIER, A. M.; HEINZE, A. (ed.), **Proc of 37th CIGPME – mathematics learning across the life span**. Kiel, Germany: PME, 2013. p. 89- 96.

SILVA, Angélica da Fontoura Garcia; PIETROPAOLO, Ruy Cesar; CARVALHO PINHEIRO, Maria Gracilene de. Conhecimento matemático para o ensino das frações: um estudo desenvolvido com professores dos anos iniciais. **BOLETIM GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 69, p.118-140, jul./dez. 2016.

STREEFLAND, Lee. Charming fractions or fractions being charmed. In: NUNES, T.; BRYANT, P. (ed.). **Learning and teaching mathematics: An international perspective**, p. 347-372, 1997. Hove, England: Psychology Press

UMA EXPERIÊNCIA COLABORATIVA: CONTRIBUIÇÃO DAS PRÁTICAS EDUCATIVAS PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL[18]

Marli de Carvalho Graupner
Prefeitura Municipal de Sumaré
mcgraupner@gmail.com

Resumo
O presente artigo é uma síntese da dissertação de mestrado, desenvolvida pela reflexão acerca das atividades realizadas na disciplina Metodologia e Prática do Ensino da Matemática do curso de Pedagogia da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) – *Campus* Sorocaba. A pesquisa integrou as discussões do Projeto Observatório da Educação (OBEDUC) - Rede colaborativa de práticas na formação de professores que ensinam matemática: múltiplos olhares, diálogos e contextos e fez parte do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nos Anos Iniciais (GEPEMAI) durante o ano de 2013. Partindo das vivências da pesquisadora, descritas no memorial que contempla desde seu ingresso na rede de ensino pública até sua entrada no mestrado em educação em 2012, a pesquisa desenvolveu-se durante sua participação na Atividade Programada de Estágio Docente (APED), oferecida como cumprimento de créditos no Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGEd) ao qual está vinculada. Desta maneira foi possível perceber que as representações acerca do processo educativo em matemática, produzidas no contexto da disciplina, poderiam oferecer subsídios para a reflexão sobre histórias de aulas de matemática nos diferentes níveis escolares, bem como construir novas concepções a respeito desse conhecimento, assim como alternativas didáticas para o redimensionamento do ensino.

Palavras-chave: Educação Matemática. Trabalho colaborativo. Formação inicial de professores.

Objetivos

Após o conhecimento do currículo da disciplina Metodologia e Prática do Ensino da Matemática, desenvolvida no curso de Pedagogia, foi possível investigar o potencial do modelo formativo dinamizado na disciplina e as contribuições de uma nova abordagem na formação matemática de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (AIEF). As

[18] Profissional responsável pela normalização e revisão do texto: Marli de Carvalho Graupner – mcgraupner@gmail.com

atividades desenvolvidas e o material produzido pelos alunos durante os encontros da disciplina, por terem apresentado resultados significativos para os envolvidos, passaram a integrar a pesquisa. Nesse sentido, o presente estudo objetivou identificar as contribuições da disciplina Metodologia e Prática do Ensino da Matemática para a formação inicial dos professores que ensinam matemática nos AIEF e apresenta como questão central: "Quais as contribuições da disciplina Metodologia e Prática do Ensino da Matemática, oferecida numa perspectiva colaborativa, para a formação do professor que ensina matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental"?

Metodologia

A metodologia, de natureza qualitativa e interpretativa, contempla a análise do processo vivenciado durante a oferta da disciplina aos alunos do 8º período do curso de Pedagogia da UFSCar - *Campus* Sorocaba e a escolha desse contexto se dá em decorrência do oferecimento da disciplina numa perspectiva de colaboração, integrando ações de diferentes protagonistas para além dos alunos regularmente matriculados e do professor efetivo.

Em termos de referencial teórico, para abordar os modelos de formação de professores foram utilizados os estudos de CURI (2004), GATTI (2010), PALANCH (2011), CURI & PIRES (2008), NACARATO (2005), NACARATO, MENGALI–& PASSOS (2009), ANDRÉ (2010), FOERSTE (2005), FIORENTINI (1995) e COCHRAN & LYTLE (1999).

Os estudos de Gatti (2010) auxiliaram no entendimento do panorama da formação inicial dos professores no Brasil, os quais sinalizaram um cenário preocupante sobre a formação docente. A temática é abordada por Gatti (2010) chamando-nos a atenção para a questão específica da formação inicial dos professores polivalentes, procurando contribuir para um debate que busque a melhoria da qualidade da formação desses profissionais, propiciando melhores oportunidades formativas para as futuras gerações.

Os estudos de Palanch (2011) trazem as questões referentes aos conteúdos que muitos professores abordam em sala de aula, sendo eles reproduções dos modelos vividos enquanto estudantes, o que vem ao encontro do que afirmam Nacarato, Mengali e Passos

(2009) quando chamam a atenção ao fato de que durante a formação inicial docente deve haver uma reflexão sobre tais modelos a fim de "quebrar" certos paradigmas em relação ao ensino da matemática, pois:

> [...] Se tais modelos não forem problematizados e refletidos, podem permanecer ao longo de toda trajetória profissional. Isso contribui para a consolidação não apenas de uma cultura de aula pautada numa rotina mais ou menos homogênea do modo de ensinar matemática, mas também de um currículo, praticado em sala de aula, bastante distante das discussões contemporâneas no campo da educação matemática (NACARATO, MENGALI e PASSOS . 2009, p.32).

Partindo da afirmação acima, os formadores de professores devem atentar-se para a importância do trabalho com a formação inicial do professor que ensina matemática, no sentido de ressignificar tais paradigmas, para que não sejam reproduzidos em sala de aula.

André (2010), assim como Curi e Pires (2008), aponta para o considerável crescimento de pesquisas sobre formação de professores entre 2003 e 2007 no âmbito de cursos de pós-graduação. Tal crescimento não ocorreu somente no volume de pesquisas sobre a formação docente, mas também nos objetos de estudo. A concentração de pesquisas centradas no professor desviou a atenção dos pesquisadores nos cursos de formação inicial, o que causa preocupação, pois "ainda há muito a conhecer sobre como preparar os docentes para enfrentar os desafios da educação no século XXI". (André, 2010).

No que diz respeito ao saber matemático do professor, trazemos os estudos de Fiorentini (1995), nos quais o autor descreve os modos historicamente produzidos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil, perpassando por questões referentes às concepções de matemática, modo como se processa a obtenção/produção do conhecimento matemático; de ensino e aprendizagem; relação professor/aluno; e a perspectiva de estudo/pesquisa visando à melhoria do ensino da matemática.

Nacarato (2005, p.176) nos apresenta a importância da colaboração tendo a escola como eixo central para o desenvolvimento profissional docente, pois a mesma proporciona aos professores uma formação permanente por meio da "troca de experiências, busca de inovações e de soluções para os problemas que emergem do cotidiano".

Foerste (2005) sinaliza que o trabalho cooperativo/colaborativo é objeto de pesquisa bastante recente, principalmente na formação de professores, concluindo que no momento delicado em que se encontra o magistério, é necessário apropriar-se da parceria na medida em que reconhecemos suas potencialidades e possibilidades de mudança, tendo em vista as intervenções governamentais na profissão docente.

Nesta perspectiva, investigar os limites e possibilidades da disciplina Metodologia e Prática do Ensino da Matemática oferecida ao curso de Pedagogia sob a ótica do trabalho colaborativo pode trazer indícios da configuração de um novo modelo de formação de professores da EI e dos AIEF.

É possível perceber até aqui a complexidade do processo de formação inicial dos professores dos AIEF, pois serão eles os responsáveis pela "iniciação" das crianças nas diversas áreas de conhecimento. Particularmente, serão os responsáveis "pela abordagem de conceitos e procedimentos importantes para a construção de seu pensamento matemático" (CURI, 2004).

Em virtude dessa complexidade, Cochran e Lytle (1999), em uma pesquisa no contexto da formação continuada, analisam três diferentes concepções de aprendizado do professor que impulsionam a formação docente: "para, em e da prática". É na concepção de aprendizado "da prática" que as autoras apontam para a importância do conhecimento construído colaborativamente, em comunidades investigativas locais, onde os participantes buscam construir um conhecimento significativo mediante a relação dialética entre teoria e prática.

Considerando o objeto de estudo da pesquisa, as contribuições dos estudos realizados permitiram a análise de algumas dimensões do desenvolvimento profissional dos professores e estudantes que participaram da disciplina Metodologia e Prática do Ensino de Matemática oferecida ao curso de Pedagogia da UFSCar Sorocaba no 2º semestre de 2012, bem como as possibilidades de aprendizagem que o grupo desenvolveu numa perspectiva de colaboração.

Análise dos (guar)dados: alguns resultados

Todo o percurso metodológico da pesquisa tomou como princípio o entendimento de Fiorentini & Lorenzato (2006) de que a Educação Matemática se configura como uma prática social e, nessa perspectiva, o trabalho de campo torna-se essencial, pois fornece informações que tornam possível compreendê-la e, então, transformá-la. São essas informações que levam a criar e desenvolver conhecimentos a partir da prática e que sejam inventadas explicações ou suposições irreais, imaginárias ou apriorísticas.

A fim de atingir o objetivo da pesquisa e responder à questão apresentada para o presente estudo, optou-se por um enfoque predominantemente qualitativo, valorizando as percepções, crenças, concepções, sentimentos e comportamentos dos sujeitos que fizeram parte do estudo.

A disciplina coordenada por uma professora efetiva do departamento que a aloca foi desde o início planejada em regime de colaboração. A pesquisadora deste estudo e outro aluno do mestrado, ambos matriculados na APED, foram convidados a participar do planejamento. Pelo mesmo princípio de colaboração, outros profissionais foram convidados a compor a equipe de trabalho e nesta perspectiva passaram a integrar o grupo: duas professoras atuantes nos AIEF vinculadas à rede municipal de Sorocaba, sendo uma do 1º e outra do 2º ano, e dois professores do EF II, sendo um deles também doutorando e professor universitário.

O plano de ensino da disciplina, estruturado a partir de reuniões coletivas entre a professora responsável pelas aulas e seus colaboradores, permitiu a observação de uma proposta diferenciada da originalmente concebida pela ementa e mais abrangente em termos teóricos e práticos para o desenvolvimento da disciplina. Todos os colaboradores puderam negociar possibilidades e propor leituras e atividades, assim como tiveram em todo o percurso da disciplina a possibilidade de renegociar propostas.

Além da análise dos documentos, foi realizada uma reflexão acerca das atividades desenvolvidas no contexto das aulas da disciplina, buscando uma relação diferenciada daquela que vislumbra puramente a transmissão, repetição e treino de conceitos matemáticos, o que impulsionou os licenciandos a conhecer algumas formas de ensino praticadas pelos professores nas escolas, de modo que pudessem avaliar tais formas/abordagens em relação ao que se considera relevante e desejável que os alunos aprendam.

Foram selecionados para análise, dentre as produções dos alunos, os relatos de suas trajetórias escolares, os cartazes produzidos sobre *"como não deve ser o ensino da matemática"* e o trabalho final da disciplina, incluindo as representações (imagens) das "memórias do futuro".

Os relatos das trajetórias escolares tiveram como objetivo conhecer a turma para recuperar suas lembranças em relação à aprendizagem matemática na Educação Básica. A atividade foi orientada por questões que, após análise, revelaram informações bastante relevantes sobre as relações consolidadas dos estudantes com o conhecimento matemático. Foi possível identificar nuances dos processos de escolarização que interferem nas concepções acerca do ensino da matemática, o que reforça a necessidade de mudanças no processo de formação inicial de professores, pois o mesmo "deve proporcionar aos licenciandos o desenvolvimento de competências que os levem a adotar atitudes de investigação, análise e reflexão sobre a prática, constituindo-se profissionalmente". (PEREZ, 1999, p.271).

Partindo desse pressuposto, as aulas da disciplina foram desenvolvidas de forma colaborativa por meio de oficinas, oportunizando aos estudantes relações entre teoria e prática, movimento que os levou a investir no processo cognitivo de apropriação e ressignificação da matemática para pensar os conteúdos, na esfera didática, para o ensino da disciplina nos AIEF.

De maneira dialogada com a professora responsável pela disciplina, o grupo de colaboradores constituído teve abertura para discutir as percepções, crenças e práticas apresentadas da maneira mais transparente possível, o que se pode chamar de "*reflexão colaborativa*" (Foerste, 2005, p.93). Tanto para os professores/formadores quanto para os futuros professores, a parceria apresentou alternativas para a mudança concreta da prática pedagógica para o ensino e aprendizagem e abriu possibilidades para a ressignificação na formação profissional, no que se refere ao ensino da matemática.

A articulação entre o diálogo, negociação, mutualidade e confiança perpassou todo o processo de oferta e condução da disciplina. Desse modo, foi possível alcançar as finalidades inicialmente propostas de forma positiva, o que proporcionou a todos experiências enriquecedoras. A experiência vivida levou a um desenvolvimento tanto profissional quanto pessoal.

Considerações finais

A pesquisa aqui sintetizada, inserida no campo da formação de professores e da educação matemática, teve como objetivo identificar quais as contribuições da disciplina Metodologia e Prática do Ensino da Matemática para a formação dos professores que ensinam matemática nos AIEF, a partir de uma análise qualitativa e interpretativa da ementa e do plano de ensino, assim como do material produzido pelos alunos protagonistas da disciplina, oferecida no 8º período do curso de Pedagogia da UFSCar – *Campus* Sorocaba.

Os estudos identificados como referencial teórico apontaram para um cenário preocupante, pois na maioria dos cursos de graduação os conteúdos das disciplinas a serem ensinadas na Educação Básica, dentro dos estudos de metodologia e práticas de ensino, são abordados de forma genérica ou superficial, sem articulação com a prática docente, ou seja, poucos cursos proporcionam aos futuros professores, em seus fundamentos e com mediações didáticas imprescindíveis, os conhecimentos necessários ao trabalho educacional com crianças e adolescentes.

Considerando que ensinar e se tornar professor é um processo que se constrói ao longo da vida profissional, não há um ponto final. Ao ensinar matemática o professor precisa conhecer o conteúdo específico da disciplina devendo ir além dele, de maneira que o saber e o modo de fazer abram caminhos para uma prática comprometida com a aprendizagem matemática dos alunos, caminhando assim para a ampliação das relações entre matemática, saber matemática e ensinar matemática.

Além disso, a Matemática e seu ensino não podem ser concebidos como saberes prontos e acabados, mas como saberes vivos e dinâmicos construídos e produzidos historicamente “na” e “pelas” relações sociais.

Partindo desse pressuposto, ensinar matemática não consiste apenas em desenvolver habilidades ou fixar conceitos por meio da memorização ou realização de exercícios, mas proporcionar momentos em que o aluno aprenda significativamente, atribuindo sentido e significado às ideias matemáticas.

A participação da pesquisadora na disciplina Metodologia e Prática do Ensino da Matemática foi muito válida, pois promoveu a reflexão sobre os limites, possibilidades e o importante papel do formador para a formação inicial de professores para o ensino de matemática nos AIEF. Desta maneira, é possível afirmar que as estratégias empregadas durante o desenvolvimento das aulas proporcionaram aos estudantes reflexões, vivências e diálogo acerca do ensino da matemática, por meio do compartilhamento de experiências entre os diferentes profissionais colaboradores e os estudantes da Pedagogia, levando a uma ressignificação recíproca no que se refere ao ensino da matemática nos AIEF.

Assim como os demais conhecimentos, o conhecimento matemático não se transfere nem se transmite. O professor continua sendo importante para a construção do conhecimento, seja na Educação Básica ou na Universidade, devendo organizar e desenvolver o processo educativo de modo que as pessoas (crianças ou adultos) se apropriem do conhecimento desenvolvendo-se plenamente de acordo com os objetivos planejados.

É preciso fazer com que os futuros professores acreditem na sua potencialidade de modificar atitudes e posicionamentos em relação à missão de educador, e sejam capazes de renovar-se pessoal e profissionalmente. A análise do material produzido pelos graduandos e os resultados obtidos apontaram a contribuição, enquanto alunos da Educação Básica, das experiências significativas em matemática para sua ressignificação, importante para os professores que a ensinam nos AIEF.

Ao descrever o processo vivido durante a disciplina Metodologia e Prática do Ensino da Matemática, é possível afirmar que os resultados obtidos trazem contribuições para tal ressignificação, tanto da teoria quanto da prática, provocando dessa maneira novas reflexões sobre a formação de professores, sobretudo aos que ensinam matemática nos AIEF.

Referências bibliográficas

ANDRÉ, M. Formação de professores: a constituição de um campo de estudos. Educação, Porto Alegre, v. 33, n. 3, p. 174-181, set./dez. 2010.

COCHRAM–SMITH, M.; LYTLE, S. L. Relationships of knowledge an practice: teacher learning in communities. Review of Research in Education, Thousand Oaks, CA, v. 24, n. 1, p. 249-305, 1999.

CURI, E. Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. 278 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

CURI, E. PIRES, C. M. C. Pesquisas sobre a formação do professor que ensina matemática por grupos de pesquisa de instituições paulistas. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/download/1655/1065>. Acesso em: 06 abr. 2013.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. Zetetiké, Campinas, ano 3, n. 4, p. 1-37, 1995.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigação em educação matemática percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

FOERSTE, E. Parceria na formação de professores. São Paulo: Cortez, 2005.

FREITAS, J. L. M. Uma reflexão sobre crenças relativas à aprendizagem matemática. Periódicos do mestrado em educação da UCDB, Campo Grande, n. 11, p. 99-110, jan./jun. 2001.

GATTI, B. A. Formação de professores no Brasil: características e problemas. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/es/v31n113/16.pdf. Acesso em: 06 abr. 2013.

NACARATO, A. M. A escola como lócus de formação e de aprendizagem: possibilidades e riscos da colaboração. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Org.) Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática: investigando e teorizando a partir de prática. São Paulo: Musa Editora, 2005. p. 175-195.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

PALANCH, W. B. L. Ações colaborativas universidade – escola: o processo de formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais. 2011. 102 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

PEREZ, G. Desenvolvimento profissional. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. p. 263-282.

AS CONTRIBUIÇÕES DOS POR QUÊS DOS ALUNOS PARA O PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA[19]

Rodrigo Donizete Serra
GEPEMAI/UINICAMP; IBFE
rod.matematica@gmail.com

Resumo
O presente trabalho trata-se do recorte de uma pesquisa que foi desenvolvida no Programa de Mestrado em Educação da Universidade Federal de São Carlos - *Campus* Sorocaba - SP, Brasil, e está vinculada ao Programa Observatório da Educação em Educação Matemática. Teve como objetivos compreender quais conhecimentos para o ensino de matemática são mobilizados a partir da reflexão sobre os Por Quês dos alunos, esclarecer conceitualmente o que compõe o conhecimento para o ensino de matemática e revelar, nos Por Quês dos alunos, potencialidades formativas para os professores que ensinam matemática. O procedimento metodológico foi realizado em duas etapas: na primeira foram produzidos 105 Por Quês junto a alunos do ensino médio da educação básica, na cidade de Campinas - SP, em três escolas distintas. Esses dados foram categorizados nas áreas da matemática; na segunda etapa metodológica foram levados aos professores da educação básica por meio da realização de dois grupos focais, em dois grupos de estudos e pesquisas, o GEPRAEM da UFSCAR - *Campus* Sorocaba e o GEPEMAI da UNICAMP – Campinas - SP. Ancorados nos artigos sobre o tema realizados por Lorenzato (1993), Barbosa (2011) e Moriel e Wielewski (2013) e pelo conceito de Conhecimento Matemático para o Ensino (CME), desenvolvido por Ball (2008), pode-se compreender, a partir dos relatos dos integrantes dos GF (Grupos Focais), a importância desses Por Quês como elementos que despertam a investigação, a reflexão sobre a prática, potencializando, assim, a formação continuada e podendo ampliar o CME do professor que ensina matemática, redimensionando suas concepções sobre o conhecimento do conteúdo e conhecimento didático do conteúdo.

Palavras-Chave: Por quês matemáticos. Conhecimento matemático para o ensino. Formação de professores. Prática de ensino.

Introdução

Um "Por Quê" matemático vai além de uma dúvida pontual de um determinado conteúdo, ele pode estar ligado à prática do ensino, à linguagem e às representações que o professor que ensina matemática utiliza. Possui uma forte relação com a construção e

[19] Responsável pela normalização e revisão do texto: Enza Maria Mancinele Serra – enza.mar@gmail.com

constituição do conhecimento, especificamente o CME (Conhecimento Matemático para o Ensino) proposto por Ball; Thames; Phelps (2008). À medida que ocorre o inventário, a investigação e a reflexão desses "Por Quês" pelos professores, pode ocorrer um ganho pedagógico e uma ressignificação de seus paradigmas de aulas acompanhados de uma diversificação do seu CME.

Os "Por Quês" matemáticos podem colaborar para um ajuste na relação professor-aluno à medida que ajustam os centros de interesse de ambos. Investigar um "Por Que" e retomar com os alunos, com certeza provocará uma aproximação e um diálogo entre esses dois sujeitos da ação de educar, permitindo o que foi proposto por Beatriz D'Ambrósio (1989), ou seja, uma participação mais ativa do aluno, uma matemática mais dinâmica, distante do modelo frio e "genial" de emissão do "conhecimento" pelo professor e recebimento sem custo reflexivo para o aluno, que, por sua vez, não se sente parte do processo. A atenção e o olhar para o aluno são parte da competência do professor que permite que esse aluno se expresse, seja ouvido, acolhido e suas dúvidas respondidas em um ambiente de colaboração e investigação.

Os "Por Quês" sinalizam, também, para a importância da não culpabilidade dos professores, seja qual for a fase do ensino em que lecionem, caso se deparem em algum momento com determinado "Por quê" matemático em suas aulas e não saibam respondê-lo de imediato.

A matemática e os modos de representá-la são muito extensos e variáveis, e isso constitui fonte inesgotável de investigação e riqueza. Sempre existirão "Por Quês" matemáticos e por uma razão de extensão e amplitude de conteúdo, os cursos de formação e licenciaturas, por melhor estruturados que sejam, jamais responderiam a todos, seria impossível. O que seria importante refletirmos para os cursos de formação de professores é a implementação de uma disciplina de prática investigativa de "Por Quês" por parte dos professores, mostrando os possíveis ganhos dessa prática na carreira docente.

O potencial formativo dos "Por Quês" matemáticos pode permitir ao professor que ensina matemática uma ampliação no leque de possibilidades de representações de conteúdo e conhecimento, por meio da tríade: levantar os por quês dos alunos - pesquisálos - retornar com a investigação. É muito evidente na fala de vários professores integrantes dos grupos focais dessa pesquisa a sugestão de que esses "Por Quês" sejam socializados em grupos de pesquisas, horários de trabalhos pedagógicos, fórum de "Por Quês" em ambientes virtuais, momentos de formação, seminários, cursos. Destacam, portanto, a investigação e discussão desses "Por Quês" como elementos motivadores de suas formações contínuas.

O incentivo por parte dos professores ao aluno, em relação à investigação de "Por Quês", contribui para combater a ideia relatada por Beatriz D'Ambrósio (1989) na qual os professores, em geral, mostram a matemática como um corpo de conhecimento acabado e distinto e que ao aluno não é dada em nenhum momento, a oportunidade, ou gerada a necessidade de criação, pois no modelo de emissão-recepção de conhecimento, o papel desse aluno é passivo. Com a prática de investigação dos "Por Quês", tanto dos professores quanto dos alunos, o ambiente de aprendizagem fica mais propício à exploração, à investigação e, nesse contexto, professores e alunos constituem um grupo de trabalho.

Essa atividade possui como objetivo apresentar um procedimento metodológico, que possibilita a coleta dos "Por Quês" junto aos alunos de qualquer etapa do ensino e foi utilizada como procedimento metodológico na dissertação de mestrado intitulada "O Conhecimento Matemático para o Ensino e os "Por Quês" dos alunos" (Serra, 2018), em que por meio de uma caixa denominada Hexaedro dos "Por Quês", produziu-se 105 " Por Quês " junto a alunos do Ensino Médio, na cidade de Campinas –SP.

Abaixo seguem alguns dos Por quês produzidos junto aos alunos:

1. Por que o ponto máximo da parábola para baixo é menor que zero e vice-versa?
2. Por que zero não pode ser considerado par, sendo que 1, que é o número seguinte, é ímpar?
3. Por que dois negativos dão um positivo?
4. Por que em uma dizima periódica precisa colocar $\frac{x}{q}$?
5. Por que a variância é o desvio padrão elevado ao quadrado?
6. Por que a fórmula de Bháskara é $\Delta = b^2 - 4 .a .c$ e Por que termina com

$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$?

7. Por que quando temos uma fração com raiz quadrada temos que racionalizar?
8. Por que o triângulo tem vários tipos de classificação (escaleno...) e não só um?
9. Por que a soma dos ângulos internos de um triângulo é de 180°?
10. Por que não pode ter raiz quadrada no denominador das frações?
11. Por que o π = 180° no círculo?
12. Por que aprendemos contas tão avançadas, onde as usamos?
13. Por que 0,3 e 0,30 tem o mesmo valor? Para mim faz mais sentido 0,30 ser maior que 0,3.
14. Por que colocamos zero na multiplicação com mais de 1 número, exemplo:

$$\begin{array}{r} 20 \\ \underline{\times 12} \\ 40 \\ 20\underline{0} \end{array}$$

15. Por que o zero não pode ser negativo?
16. Por que ponto, reta e plano são conceitos que não podem ser definidos?
17. Por que a reta do coeficiente angular é chamada de tangente de sua inclinação θ ?
18. Por que a área da elipse é $\pi\, a\, b$?
19. Por quê a diferença entre definição de *círculo* e *circunferência*?
20. Por que o cubo também é um paralelepípedo?
21. Por que a reta é infinita? Como algo pode não ter começo nem fim?
22. Por que existem números negativos?
23. Por que tenho que desenhar figuras espaciais se eu não tenho noção de como e onde é pontilhado e onde não é?
24. Por que a área de uma "circunferência" é πr^2 ?
25. Por que $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{8} = \frac{3}{8}$ está correto e $\frac{0}{7} \cdot \frac{17}{0} = \frac{17}{7}$ está errado?

Questões

1. O que esses por quês sinalizam em termos de conteúdo matemático e conteúdo para o ensino?
2. Esses por quês referem-se somente a conteúdos da matemática ou ao ensino?
3. Quais seriam as percepções desses por quês para os professores que ensinam matemática?
4. O que esses por quês sinalizam em relação a prática de ensino e conhecimento matemático para o ensino?
5. Como esses por quês poderiam ser aproveitados pelos cursos de licenciaturas e formação de professores?
6. Qual a relação desses por quês com o centro de interesse do aluno e do professor?
7. Esses por quês foram feitos no Ensino Médio, o que eles revelam sobre essa etapa do ensino?
8. Esses por quês evidenciam alguma "culpa" sobre os responsáveis pelo ensino ou constituem uma ferramenta importantíssima para o ensino, a partir do levantamento e investigação dos mesmos?
9. Existem por quês dos alunos que também são de professores?
10. Qual a importância para a formação do professor da socialização desses por quês em horários de trabalhos pedagógicos, reuniões de área e grupos de estudos e pesquisas?

Sobre o instrumento "Hexaedro dos Por Quês"

Como instrumento de produção de dados, uma sugestão é que se utilize uma urna, a qual deverá ser deixada exposta durante as aulas, para que os alunos, de forma espontânea, sem obrigatoriedade de identificação, depositem seus Por Quês matemáticos, norteados pela seguinte orientação:

'Coloque sob a forma de "Por Quê" uma pergunta que você queira fazer sobre algum conteúdo matemático'.

Para a elaboração e propositura da questão é prudente que se adote os seguintes cuidados, de acordo com Gil (1991) e Perrien, Chéron e Zins (1984):

a) Somente questões relacionadas ao problema devem ser incluídas;
b) Deve-se considerar as implicações das perguntas quanto aos procedimentos de tabulação e análise dos dados;
c) As questões devem ser redigidas de forma clara e precisa, considerando o nível de informação dos respondentes;
d) As questões devem possibilitar uma única interpretação e conter uma única ideia;
e) As perguntas não devem induzir as respostas;

Considerações

- O levantamento e a investigação dos Por Quês constitui fonte importante e um instrumento de grande potencial para formação de professores.
- Há Por Quês referentes ao conteúdo matemático e outros ao ensino da matemática.
- À medida que investiga e busca outras soluções representativas sobre os Por Quês, o professor pode aumentar seu CME (Conhecimento Matemático para o Ensino).
- Ao entrar em contato com os Por Quês dos alunos, registrarem e devolverem esses Por Quês, poderá ocorrer um ganho pedagógico à medida que o professor investiga, reflete e repensa sua prática de ensino.
- Para a formação dos professores, seria interessante não exatamente responder os Por Quês, mas como metodologia de ensino, trabalhar a importância dos Por Quês dos alunos como elementos de/na formação continuada.
- Dar o retorno aos alunos sobre os Por Quês pode sintonizar o centro de interesse do aluno e do professor, aproximando-o de uma matemática mais realista, dando a oportunidade de o aluno participar da construção do conhecimento.
- Os Por Quês são motivadores da investigação e mudança do paradigma da fala: "Por que é assim e pronto!".
- O incentivo dos alunos à prática de investigação dos "Por Quês" faz com que eles participem e enxerguem a matemática como uma disciplina mais real e humana, sem a redução a procedimentos e técnicas, muitas vezes desprovidas de qualquer significado.

Referências bibliográficas

BALL, D.; BASS, H. Toward a practice-basedtheoryofmathematicalknowledge for teaching. In: ANNUAL MEETING OF THE CANADIAN MATHEMATICS EDUCATION STUDY GROUP, 2002, Edmonton. Proceedings... Edmonton: CMESG/ GCEDM, 2003. p. 3-14.

BALL, D.; THAMES, M; PHELPS, G. Contentknowledge for teaching: whatmakes it special? Journal of Teacher Education, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008

BARBOSA, E. P. Os Por Quês Matemáticos dos Alunos na Formação dos Professores. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife, Brasil. Anais... Recife, 2011. p. 1-12.

DAMBRÓSIO, B.S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. SBEN. Ano I I.N2.Brasília.1989.P 15-19.

________________ Formação dos professores de matemática para o século XXI: o Grande Desafio. Proposições. Vol. 4, N°1 [10], março de 1993, p.35-41.

Gil, A.C. Como elaborar projetos de pesquisa. 3ª ed. São Paulo, Atlas, 1991, p.159.

LORENZATO, S. Para aprender matemática. Campinas, Autores Associados: 2006.

______. Os “por quês” matemáticos dos alunos e as respostas dos professores. Proposições. Vol. 4, n. 1, 1993.

MORIEL JUNIOR, J.G.;WIELEWSKI, G. D. Por quês matemáticos na Revista do Professor de Matemática. Revista de Educação Pública (UFMT), v. 22, p. 975-998, 2013.

PERRIEN, J.; CHÉRON, E. J.; ZINS, M. Recherché in marketing: methods et decisions. Montreal: Gatean Morin Editeur, 1984.

SERRA, R. D. O Conhecimento Matemático para o Ensino e os “Por Quês” dos alunos. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de São Carlos – UFSCar - Sorocaba-SP, Fev-2018.

PERSPECTIVAS DE UM ENSINO BÁSICO SEM GEOMETRIA[20]

Wagner Aguilera Manoel
Col. Sal. São José (Sorocaba); EE Antonio Padilha
prof.wamanoel@gmail.co

Resumo
Você já se perguntou onde e para que usamos a Geometria? Ou se ela realmente faria falta, caso não existisse? Tendo estas questões em mente, proporemos uma reflexão sobre a importância da Geometria na atualidade e no ambiente escolar da Educação Básica, evidenciando as implicações dos conteúdos geométricos para a formação acadêmica e profissional do aluno, auxiliando na resolução de problemas de seu cotidiano e de outras áreas do conhecimento.

Palavras-chave: Ensino de Geometria. Matemática. Geometria.

A proposta dessa reflexão é imaginar a inexistência da Geometria, um exercício praticamente impossível, uma vez que considerar a ausência da Geometria na história da humanidade seria ignorar, por exemplo, a percepção das propriedades dos objetos circulares (invenção da roda) e de suas aplicações há milhares de anos, ou as inúmeras contribuições geométricas que os gregos, egípcios e babilônicos proporcionaram para as civilizações antigas e que ainda estão presentes nas diversas ciências básicas do mundo contemporâneo (engenharias, arquitetura, química, física etc.), o que impossibilitaria conceber como seria a sociedade atual sem esses conhecimentos. Por esse motivo, adequamos nosso questionamento para: como seria nossa vida sem a Geometria no Ensino Básico? Quais as perspectivas dessa escolha?

Esse questionamento possuiu argumentos significativos, pois segundo Pavanello (1993) e Lorenzato (1995), viu-se que o ensino de Geometria foi praticamente abandonado nas salas de aula do Ensino Básico em meados da década de 1960, principalmente pela influência do Movimento da Matemática Moderna (MMM). Pela defesa desses autores e de

[20] Responsável pela normalização e revisão do texto: Maria das Dores Soares Maziero – s.maziero@uol.com.br

outros educadores matemáticos, a Geometria hoje está presente no currículo brasileiro (BRASIL, 1997) e nas diretrizes educacionais para o ensino de Matemática.

No sentido de intensificar os argumentos que defendem a importância da Geometria, a proposta de imaginar um ambiente escolar sem a presença dos conteúdos geométricos nos leva a refletir, direcionando para uma visão no caminho oposto ao adotado no MMM.

A inspiração para essa proposta foi inspirada em pesquisa de mestrado de Manoel (2014), que apresenta onze razões para se ensinar Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental, proposta esta denominada como onze eixos:

1. Habilidades cognitivas: considera as habilidades cognitivas que o ensino de Geometria pode desenvolver durante as aulas. Nesse aspecto, foram consideradas as habilidades (visuais, de desenho e construção, de comunicação e de lógica) descritas por Hoffer (1981), mas também outros termos para designar essas habilidades, como percepção espacial e pensamento geométrico.

2. Currículo: considera a presença da Geometria em documentos oficiais, como as orientações contidas nos PCN e os conteúdos geométricos encontrados em livros didáticos. Revela-se também a importância dada à Geometria por esses documentos, considerando sua ausência ou sua presença, e de que forma ela é abordada.

3. História: mostra a presença da Geometria na história da humanidade, seja na história do currículo, na história de povos antigos - como egípcios e gregos, ou mesmo na história das produções artísticas presentes no mundo em diversos períodos.

4. Outras áreas do conhecimento: apresenta o desenvolvimento interdisciplinar da Geometria com outras áreas da matemática (Aritmética e Álgebra), bem como para outras áreas do conhecimento (Ciências, Artes, Engenharia). Nesse tópico, a Geometria aparece como apoio a estas outras áreas, destacando suas relações com a Geometria e o desenvolvimento que esta pode proporcionar.

5. Natureza: apresenta onde a Geometria pode ser encontrada na natureza, tais como nas rochas, nas plantas e nos animais, dentre outros. Nesse tópico são consideradas, por exemplo, as formas dos objetos tridimensionais, proporções que aparecem em diversos objetos e os padrões geométricos contidos em seres vivos ou em seres inanimados.

6. Cotidiano: considera a importância que a Geometria possui no dia a dia dos alunos. Atividades como brincar, se locomover e se comunicar implicam diversas habilidades que envolvem Geometria. Nesse sentido, a Geometria aparece como importante para atividades rotineiras dos alunos, e são essas características que serão consideradas neste eixo.

7. Afetividade: aborda os aspectos emocionais que a Geometria pode favorecer no ensino de Matemática, como características motivacionais e prazerosas.

8. Resolução de problemas: apresenta o auxílio que a Geometria pode oferecer em atividades escolares que exigem a resolução de problemas. Alguns autores defendem a resolução de problemas como um ramo da Educação Matemática a ser trabalhado na escola. Nesse aspecto, consideramos também a presença da Geometria para auxiliar na criação e na resolução de atividades envolvendo esse ramo da Educação Matemática.

9. Pensamento crítico: aborda a contribuição da Geometria no sentido de desenvolver a argumentação dos alunos. Os conteúdos geométricos podem desenvolver o pensamento crítico quando leva os educandos a justificarem suas respostas. Sob esse aspecto é que esse eixo será pautado.

10. Apreciação estética: os educandos podem elaborar, reproduzir ou analisar produções artísticas nas aulas de Geometria. Nesse sentido, a apreciação estética do aluno pode ser desenvolvida. Esse eixo procura investigar como e por que esse aspecto deve estar presente nas aulas de Geometria.

11. Criatividade: as aulas de geometria podem promover atividades que auxiliam os educandos na capacidade de criar ou de inventar. Nesse sentido, esse eixo procura discutir como o ensino de Geometria pode desenvolver essa capacidade.

A primeira razão apresentada, "as habilidades cognitivas", foram descritas em 1981 por Allan Hoffer, em seu artigo "Geometry is more than proof" (HOFFER, 1981), e classificadas por ele em cinco categorias. As categorias de Hoffer (1981) são utilizadas por terem subsidiado o referencial teórico desse eixo.

A seguir a descrição feita por Bressan, Bogisic e Crego (2010) de cada habilidade:

1. Habilidades visuais: a habilidade de visualização implica em duas formas de representação: por um lado, representar o mental através de formas visuais externas; por outro, representar, a nível mental, objetos visuais (representação interna).

2. Habilidades de desenho e construção: as representações externas em Matemática são uma escritura, um símbolo, um traço, um desenho, uma construção, com os quais se torna possível dar a ideia de um conceito ou de uma imagem interna relacionada com a Matemática (figura, número, vetor, função, etc.).

3. Habilidades de aplicação ou de transferência: as habilidades de aplicação ou de transferência são aquelas que nos permitem utilizar, neste caso a Geometria, para explicar fenômenos, fatos ou conceitos e resolver problemas de dentro e de fora da Matemática.

4. Habilidades de comunicação: a habilidade de comunicação se traduz na competência do aluno para ler, interpretar e comunicar com sentido, em forma oral e escrita, informação (neste caso, geométrica), usando de forma adequada o vocabulário e os símbolos da linguagem matemática.

5. Habilidades de lógica: as habilidades lógicas estão relacionadas com as habilidades do raciocínio analítico, isto é, aquelas necessárias para desenvolver um argumento lógico. No uso habitual, quando falamos de raciocínio, falamos de raciocínio lógico.

Ressalta-se que essas habilidades não são desenvolvidas separadamente (BRESSAN; BOGISIC; CREGO, 2010). Essas mesmas autoras apresentam a importância dos registros geométricos como forma de expressão de raciocínio dedutivo e indutivo.

> as representações ou modelos geométricos externos confeccionados pelos docentes ou pelos próprios alunos não somente servem para evidenciar conceitos e imagens visuais internas, mas também são meios de estudo das propriedades geométricas, servindo de base à intuição e a processos indutivos e dedutivos de raciocínio. (BRESSAN; BOGISIC; CREGO, 2010, p. 41, tradução nossa).

Diante do exposto por essas autoras, o ambiente escolar sem o apoio dos conteúdos geométricos retira a possibilidade de o estudante utilizar as figuras como forma de expressão de seu raciocínio, impossibilitando a relação entre seu pensamento e o mundo concreto. Isso já representa um dos principais argumentos para a existência da Geometria no ambiente escolar.

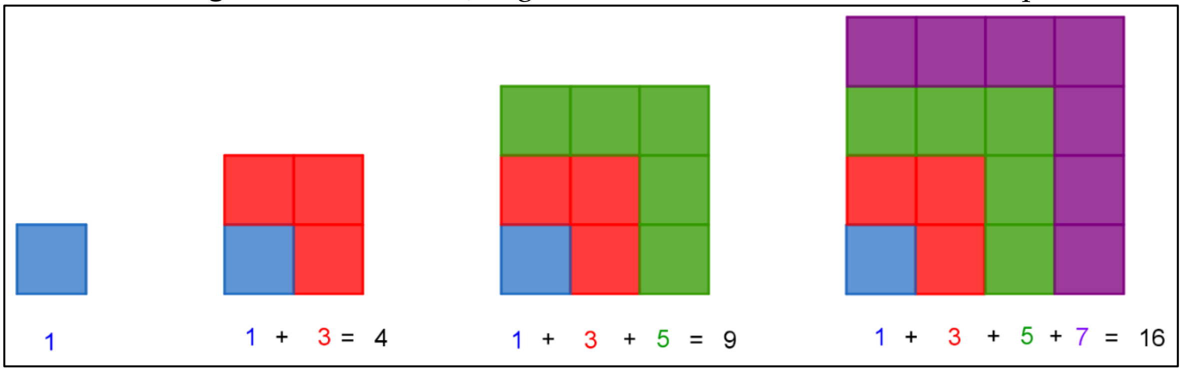
> Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995, p. 5).

Contudo, faz-se necessário aprofundar outros aspectos explorados por Manoel (2014) que são consideramos importantes para a formação dos alunos do Ensino Básico, como, por exemplo, o apoio à Geometria na Matemática em outras áreas de conhecimento.

Como dito anteriormente, as figuras servem de apoio dedutivo e indutivo do pensar matemático. Problemas que possuem demonstrações sofisticadas para alunos de Ensino Básico podem ser observados por meio de propriedade de figuras geométricas. A seguir, duas situações de aprendizagens que exemplificam essa relação:

1) Mostrar que a soma de números ímpares resulta em número quadrado perfeito pode ser visualizado de maneira mais intuitiva por um aluno do Ensino Fundamental com a utilização do aporte geométrico.

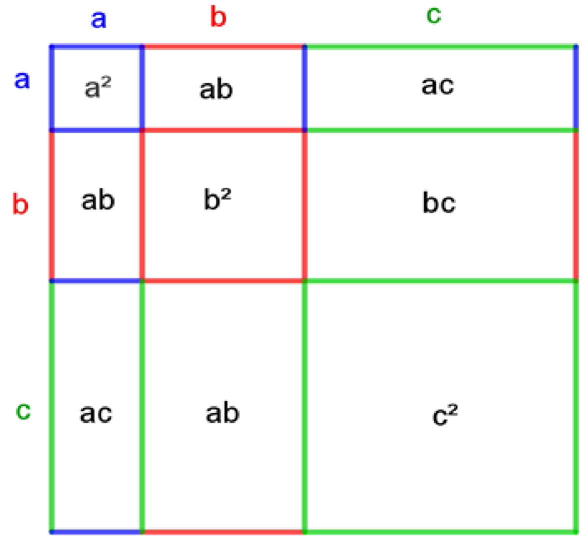
Figura 1 – Visualização geométrica da soma de números ímpares



Fonte: elaborada pelo autor

2) A expansão da expressão $(a + b + c)^2$ pode ser determinada pela área de um quadrado com lado medindo $a + b + c$, ou pela área dos retângulos com lados a, b e c, como mostra a seguinte figura:

Figura 2 – Visualização geométrica da expressão $(a + b + c)^2$



Fonte: elaborada pelo autor

Assim, podemos observar que $(a + b + c)^2$ é equivalente à soma das áreas das figuras internas, ou seja, $a^2 + b^2 + c^2 + ab + ab + bc + bc + ac + ac$. Fatorando a última expressão, podemos concluir que:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac)$$

Os exemplos elucidam como o suporte geométrico facilita a compreensão de conceitos abstratos matemáticos através do apoio do desenho, ou seja, a Matemática pode utilizar os conceitos geométricos para auxiliar na resolução de problemas e conceitos matemáticos abstratos.

Em contrapartida, ao analisar as propriedades dos objetos pertencentes à natureza, é possível identificar propriedades que são utilizadas por pesquisadores no desenvolvimento de diversas ciências e tecnologias presentes na atualidade.

Por exemplo, o formato de um túnel, ou mesmo de um simples bombom, possui propriedades geométricas que ajudam na estabilidade e resistência desses objetos. Essas propriedades, pertencentes ao objeto geométrico catenária[21], estão presentes na natureza, por exemplo, na casca de um ovo ou no formato da barriga de uma mulher grávida.

[21] Catenária é a figura de equilíbrio de um fio pesado flexível, inextensível e homogéneo, suspenso pelos seus extremos a dois pontos fixos, e suas propriedades são apresentadas pelo Prof. Aguinaldo Prandini Ricieri (ITA), em material disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=n_f9QLo_dPk>. Acesso em 31 jan. 2019.

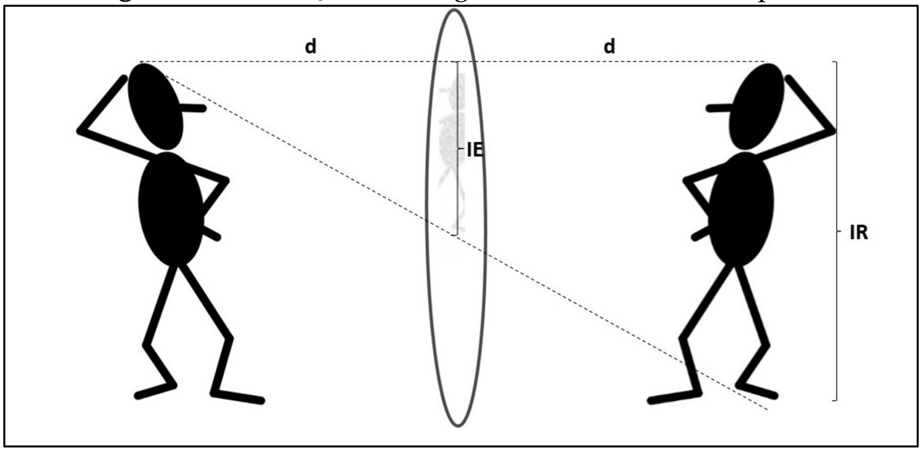
Dessa forma, a Geometria auxilia alunos e pesquisadores a desenvolver seu raciocínio e, por consequência, sua ausência acarretaria a deficiência de um intermédio entre o raciocínio e o mundo concreto, o que prejudicaria o desenvolvimento do aluno nas outras disciplinas que utilizam objetos geométricos para elucidar e desenvolver sua estrutura pensamento.

Por exemplo, ao estudar o espelho o aluno precisará de conceitos da Física que utilizam objetos geométricos para o seu desenvolvimento, como na seguinte situação problema[22]:

Responda rápido: você está na frente de um espelho grande e consegue se enxergar da cabeça até a cintura. Para se ver de corpo inteiro e verificar se o sapato está combinando com sua roupa, você se afastaria ou se aproximaria do espelho?

A primeira resposta do aluno pode ser dizer que se afastaria do espelho, imaginando que sua imagem fica menor de acordo com a distância em que se encontra do espelho. Contudo, a imagem do espelho não muda, conforme esquema a seguir, que demonstra a situação:

Figura 3 – Ilustração da imagem refletida em um espelho

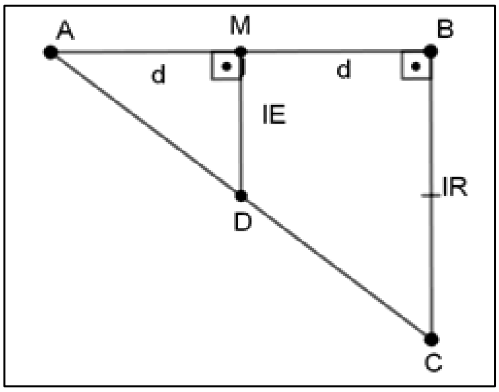


Fonte: elaborada pelo autor

Seja IE a Imagem do Espelho e IR a Imagem Refletida do objeto. Note que o espelho está na mesma distância (d) da pessoa até o espelho e do espelho até sua Imagem Refletida (IR).

[22] A fonte dessa atividade é o vídeo: "Você não sabe olhar no ESPELHO! COMO USAR espelho" – Manual do Mundo, disponível em <https://youtu.be/JqHwZxZ-gW4>. Acesso em 31 jan. 2019.

Figura 4 – Representação do problema do espelho



Fonte: elaborada pelo autor

Considerando A o ponto de observação, B seu ponto de reflexão, M o ponto médio de AB, utilizando conceitos de semelhança de triângulo e proporcionalidade, temos que a Imagem do Espelho sempre é a metade da Imagem Refletida.

Nessa atividade, vimos que a Geometria está presente nos eixos:

1 - Natureza: pois relaciona Geometria com partes do ser humano (olho) e utiliza conceitos de reflexão.

2 – Outras áreas do conhecimento: as disciplinas de Física estão intrinsicamente relacionadas a essa atividade.

3 – Cotidiano: a situação apresentada está no contexto dos estudantes do Ensino Básico.

4 – Afetividade – por apresentar interação entre o aluno e sua realidade, a atividade possui características motivadoras para o estudo da Matemática.

Retornando ao exercício de afastar a Geometria do ambiente escolar, podemos notar que atividades como esta do espelho favorecem que o aluno relacione a matemática com outras áreas do conhecimento através de uma situação presente em seu cotidiano, de forma prazerosa e significativa. Ou seja, retirar os saberes geométricos do currículo implicaria em uma restrição à interdisciplinaridade e à contextualização dos conteúdos, recursos considerados, em algumas situações, como a única forma de relacionar a Matemática ao mundo concreto.

> uma das melhores oportunidades que existem para aprender como matematizar a realidade. É uma oportunidade de fazer descobertas como muitos exemplos mostrarão. Com certeza, os números são também um domínio aberto às investigações, e pode-se aprender a pensar através da realização de cálculos, mas as descobertas feitas pelos próprios olhos e mãos são mais surpreendentes e convincentes. Até que possam de algum modo ser dispensadas, as formas no espaço são uma guia insubstituível para a pesquisa e a descoberta. (FREUDENTHAL, 1973, *apud* FONSECA *et al*, 2002 p.92-93)

Nesse sentido, o ensino de Geometria permite ao aluno entender a importância dos seus conceitos para a história da humanidade e das outras ciências até os dias atuais, sua forma de oferecer situações problemas com possibilidades de soluções criativas e motivacionais, que podem estar presentes na natureza (plantas, rochas, animais) e/ou em seu cotidiano.

Portanto, retirar o estudo dos espaços e das formas implicaria em um ambiente escolar menos contextualizado, interdisciplinar e prazeroso e a formação incompleta do aluno dificultaria as atividades que exigem ou solicitam a Geometria como forma de resolver ou facilitar problemas de sua vida cotidiana.

Referências bibliográficas

BRESSAN, A. M.; BOGISIC, B. Y CREGO K. Razones para enseñar geometría enlaeducación básica. Mirar, construir, decir y pensar...Novedades Educativas. Buenos Aires. 2010

FREUDENTHAL, H. Mathematics as an educational task. Dordrecht: D. Reidel Publishing Co., 1973. *apud* FONSECA, M. C. F. R. *et al*. O ensino de Geometria na Escola Fundamental – Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

HOFFER, A. Geometry is more than proof. The Mathematics Teachers, vol 74, nº1, USA, Janeiro 1981.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? SBEM/SP - Educação Matemática em Revista, v. 4, p. 3-13, 1995.

MANOEL, W. A. A importância do ensino da Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: razões apresentadas em pesquisas brasileiras Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, Campinas, 2014. Disponível em: < http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/253950>. Acesso em: 01 fev. 2019.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e conseqüências. Zetetiké, Campinas, São Paulo, ano 1, nº 1, p. 7-17, 1993.

SIMETRIA – UMA TRANSFORMAÇÃO GEOMÉTRICA[23]

Sergio Lorenzato
FE - UNICAMP
slorenzato@sigmanet.com.br

Rosana Prado Biani
GEPEMAI/UNICAMP; Pref.Mun. Paulínia
rosanabiani@gmail.com

Resumo
Neste texto discute-se um tópico da geometria que foi estudado pelo Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental – GEPEMAI: a simetria. Ela é um dos temas em que se observam algumas lacunas, quando de seu ensino em sala de aula e, consequentemente, de sua aprendizagem; e tais lacunas precisam ser preenchidas. Para isso é fundamental o conhecimento do professor sobre o tema, em relação tanto aos conteúdos da simetria quanto às formas de ensiná-los. Assim, o objetivo principal deste texto é compartilhar os estudos, de maneira a contribuir não apenas para o trabalho do professor no ensino e na aprendizagem de simetria em sala de aula, desde os anos iniciais da escolarização, mas também para sua própria formação, visto que é preciso que ele detenha o conhecimento especializado para ensiná-la.

Palavras-chave: Geometria. Simetria. Conhecimento especializado.

A Matemática, assim como a língua materna, está no cotidiano das pessoas. Mesmo que, muitas vezes, algumas não se deem conta, a Matemática é necessária a todos, desde a infância. A geometria é um dos campos da Matemática, e a simetria é um tópico dentre os tantos da geometria.

A importância da Matemática é socialmente reconhecida, e ninguém tem dúvida de que ela deve ser ensinada às crianças na escola. Disso decorre ser a Matemática disciplina obrigatória. É função da escola propiciar às crianças aprendizagem dos conhecimentos historicamente produzidos pela humanidade e, em nosso caso especificamente, os conhecimentos da Matemática. É preciso, ainda, facilitar às crianças o desenvolvimento de

[23] Responsável pela normalização e revisão do texto: Leda Maria de Souza Freitas Farah – farahledamaria@gmail.com

suas habilidades nos diferentes componentes dessa disciplina: aritméticos, algébricos ou geométricos.

Temos observado, no entanto, que a geometria está ausente ou pouco aparece em muitas salas de aula. Isso acontece por vários motivos. Um deles, muito provavelmente, é a importância que números e operações assumem na Matemática escolar, por serem aparentemente mais úteis no dia a dia do que os aspectos que envolvem a geometria.

Cada disciplina do currículo escolar possui sua especificidade e, por isso, nenhuma delas substitui a Matemática. Analogamente, nenhuma outra área da Matemática substitui as contribuições que o campo da geometria traz à nossa formação. Geometria não é só um conteúdo, mas também é um modelo de raciocínio, um modo de pensar. Portanto, a ausência de seu ensino causará lacunas na formação dos alunos e, certamente, consequências negativas em suas atuações cognitiva, profissional e social.

A geometria foi o objeto de estudos do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais – GEPEMAI – quando de sua criação, em 2009. Um dos temas geométricos bastante estudado ao longo desses dez anos de existência foi a simetria. Foram muitos estudos teóricos e reflexões feitas durante os encontros regulares do grupo e em outros espaços de participação, como seminários, simpósios e oficinas e, também, a partir da aplicação e da análise de atividades práticas realizadas com os alunos em sala de aula.

O objetivo do estudo da simetria foi contribuir para a formação especializada do professor que ensina matemática, visando, sobretudo, melhorar a qualidade de aprendizagem dos alunos. E essa aprendizagem deve ser possibilitada desde os primeiros anos escolares. Para isso, o professor precisa criar situações didáticas nas quais a simetria esteja incluída, de modo a favorecer o desenvolvimento do pensamento geométrico.

A geometria nos anos iniciais

O que você sente ou lembra quando ouve falar de geometria?

As respostas certamente seriam diversas, mas, muito provavelmente, a maioria de nós se lembraria das aulas de geometria: estudo dos pontos, linhas, retas, segmentos de retas, ângulos, medidas, nomenclatura de figuras e reconhecimento das formas planas e espaciais... Isso não seria de se estranhar, pois aqueles poucos que tiveram oportunidade de estudar geometria na escola foram, certamente, apresentados à geometria plana e espacial euclidiana.

Mas a geometria é mais que isso. Muito mais. Ela tem origem no próprio ser humano. É natural, pois, que ela esteja presente em todas as atividades humanas.

Os povos da Antiguidade já detinham conhecimentos geométricos, o que é confirmado pelos registros que fizeram a respeito da medição de terras, da construção de abrigos e casas, da produção de armas, ornamentos, vasos, roupas, embarcações, etc. Vasos de cerâmica feitos no período neolítico, entre 7 e 8 mil anos a. C., já apresentavam ornamentação com repetição de figuras elementares. Inúmeras pinturas rupestres encontradas na Rússia, na China, na França, na região do Saara e no Brasil, evidenciam o conhecimento da linha e sua utilização para ressaltar contornos de formas; projeções; semelhanças ou isometrias, entre outros elementos geométricos. Pedras tornadas intencionalmente agudas, bifacetadas e simétricas, encontradas na Europa, datam de 40 mil a 300 mil anos, e na Etiópia datam de mais de dois milhões de anos.

A geometria também está presente em toda a natureza. Na verdade, ela faz parte da realidade de todos os seres humanos. E é por meio dos sentidos e dos deslocamentos que as crianças percebem o espaço onde estão. A primeira noção é a de um espaço vivenciado e sensível, que se constrói pela observação do entorno e se caracteriza pela percepção do perto, longe; do dentro, fora; do em cima, abaixo; da esquerda, direita...

Por volta dos 2 anos, as crianças conseguem se utilizar da palavra para designar um objeto ou para nomear uma ação. Porém, nessa fase elas ainda têm necessidade de agir sobre os objetos, isto é, de ter algum tipo de contato direto com eles. É o momento do espaço perceptivo, em que os sentidos da visão e do tato estão fortemente presentes. É frequente, nesse período, a constatação de que as crianças reconhecem ou discriminam algumas figuras planas, mas não conseguem representá-las. Desse modo, elas nos mostram que a construção do espaço representativo é mais demorada do que a do espaço perceptivo.

Fato é que, desde muito pequenas e mesmo que não estejam na escola, as crianças vivenciam experiências que envolvem formas, cores, movimentos, tamanhos, posições, isto é, elementos básicos da geometria, ainda que não se deem conta disso. Porém, é na escola que deverão perceber que, apesar de possuírem algum conhecimento geométrico, ainda há muito mais a aprender sobre o mundo da geometria. E é papel do professor propiciar esse aprendizado.

Pesquisas (NACARATO; GOMES; GRANDO, 2008) apontam que a geometria tem sido um campo preterido em muitas salas de aula. Ponderam, ainda, que isso pode ser decorrente de algum tipo de despreparo, insegurança ou de lacunas causadas pela formação inicial e continuada do professor.

FONSECA et al. (2009, p. 17) afirmam que "... pouco tempo é dedicado ao trabalho com a geometria nas salas de aula nas séries iniciais. Falta clareza aos professores sobre o que ensinar em geometria e/ou acerca de que habilidades desenvolver nesse nível de ensino". E, em geral, como já foi dito, a prioridade é dada à aritmética – números e operações.

A geometria é um direito de aprendizagem que está presente na *Base Nacional Comum Curricular – BNCC* – e, portanto, consta nos programas escolares desde o início da escolarização.

A aprendizagem da geometria favorece o desenvolvimento do pensamento ligado às relações espaciais, desenvolve várias habilidades, como percepção e visualização espacial, reconhecimento, abstração e representação, construção, comparação, descrição e transformação de formas, dentre tantas outras, e contribui, inclusive, para o aprendizado da aritmética e da álgebra. Ademais, é um conhecimento necessário, quando em atividades contextualizadas e integradas às outras disciplinas. Além disso, o campo da geometria é imenso e maravilhoso. Dele há muito que conhecer, que ensinar e que aprender. Segundo Lorenzato (1995, p. 5), "sem conhecer geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida".

Essas são algumas das razões pelas quais o Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática dos/nos Anos Iniciais – GEPEMAI – elegeu a geometria como seu principal objeto de estudos. O GEPEMAI é um grupo colaborativo que teve início em 2009, sob a coordenação do professor Sergio Lorenzato, docente da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas – FE/UNICAMP. Seus membros são professores formados em Matemática ou Pedagogia, e seu objetivo é propiciar a formação continuada para professores que ensinam Matemática.

O GEPEMAI acredita que é necessário e possível melhorar o ensino da geometria nas salas de aula dos anos iniciais, e que é preciso dar a ela a devida importância, tendo em vista sempre o estudante.

> Embora se reconheça a importância da Geometria, percebemos que ainda é preciso superar algumas dificuldades relacionadas ao seu ensino, como por exemplo, trabalhá-la somente ao final do ano, como um campo desconectado de outros conteúdos como os de Números, Grandezas e Medidas e Estatística. Além disso, é necessário superar a ideia de que a Geometria se resume às figuras geométricas, trabalhando também com atividades de Movimentação e Localização de pessoas e objetos no espaço. (BRASIL, 2014, p. 11)

O que e como ensinar geometria

Tendo clara a questão da importância do ensino da geometria nos anos iniciais, o grupo considera igualmente relevante a discussão acerca de "o que" ensinar e "como" ensinar, pois essas são preocupações, aspirações e solicitações bastante comuns entre os professores e, muitas vezes, são a causa para não ensinarem geometria.

Assim, nestes dez anos, textos, estudos, discussões, reflexões e projetos desenvolvidos pelo Gepemai têm sido voltados para temas específicos da geometria, escolhidos pelos próprios membros do grupo, em função da necessidade de aprofundamento, com vistas à própria formação e à prática pedagógica. Dentre os temas, podemos citar: os poliedros, os polígonos, as "diferentes" geometrias e as transformações geométricas.

Durante o ano de 2013 a opção foi pelo estudo das transformações geométricas, especialmente a simetria, um tema que intrigava o grupo há tempos. Uma razão para isso é que, dentre os conteúdos da geometria, ele pouco aparece tanto nas propostas curriculares como nos livros didáticos e, quando consta, quase sempre não aborda todos os aspectos necessários à sua compreensão. Além disso, as transformações geométricas estão presentes no cotidiano de qualquer pessoa.

Ao longo desse mesmo ano, o grupo realizou leituras, estudos e reflexões teóricas sobre esse assunto, e mais: vários encontros foram dedicados à realização de atividades com simetria, para que fossem feitas as devidas relações entre teoria e prática, e também fosse observada a razoabilidade de suas aplicações em sala de aula.

Ainda em 2013, o grupo participou do IV Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática – SHIAM, com um relato de experiência sobre o estudo de simetria no GEPEMAI e duas oficinas para professores sobre simetria, com o objetivo de compartilhar experiências, socializar práticas e atingir um número cada vez maior de professores e, consequentemente, de alunos.

Os trabalhos sobre simetria apresentados durante o IV SHIAM foram bem acolhidos pelos participantes, o que reforçou no Gepemai o entendimento da necessidade de empreender estudos mais aprofundados sobre esse tema. Na realização de uma das oficinas do evento, os professores participantes, formados em Matemática ou Pedagogia e atuantes em sala de aula ou na formação de professores, foram convidados a responder a duas questões:

1) "O que você entende por simetria?"
2) "Você identifica simetria no cotidiano? Dê exemplos."

As respostas, de maneira geral, abordaram a simetria como *"imagem espelhada"* ou *"quando dividimos em partes iguais"* ou, ainda, *"repetição exata de uma figura"*; dentre os exemplos de identificação de simetria no cotidiano, os que mais apareceram foram *"borboletas, corpo humano, construções"*.

Os depoimentos dos professores confirmaram o que o grupo já havia constatado em seus estudos: os professores detêm um conhecimento apenas intuitivo sobre a simetria, construído pela observação no cotidiano; porém, é um conhecimento superficial, desordenado, inconsistente. Uma justificativa para isso pode estar na formação inicial que, por vezes, elege uma área em detrimento de outra – prioriza, por exemplo, a aritmética em detrimento da geometria, ou alguns conteúdos da geometria em prejuízo de outros.

Considerando os objetivos do grupo e diante das evidências encontradas nos depoimentos dos professores no IV SHIAM, o grupo concluiu que os estudos sobre simetria são relevantes e precisam ser socializados entre os professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Assim, este texto procura atender aos interesses dos professores no trabalho com simetria em sala de aula e trata de questões como: "O que é simetria?"; "Onde localizar simetrias?"; "Quais são os principais tipos de simetria?"; "Por que ensinar simetria?"; "O que ensinar de simetria?"; "Como ensinar simetria?"; "Quais são as aplicações da simetria?", abordando o assunto desde o nível superficial, imediato, intuitivo e simples, até o mais detalhado e profundo, para atender ao professor em relação tanto à sua formação de conteúdo quanto ao trabalho didático com seus alunos.

Reafirmamos que o propósito dos autores é contribuir para a formação continuada dos professores não só para o ensino de simetria, mas também para o entendimento da importância de criar cada vez mais espaço nas aulas para os estudantes vivenciarem o fazer e o saber específicos da geometria. Este é um campo da Matemática que não pode ser negligenciado, pois tem elevado valor formativo e social no desenvolvimento de qualquer indivíduo.

A simetria nos anos iniciais

O estudo da simetria precisa estar na escola como parte de um conteúdo curricular sistematizado, a fim de permitir aos estudantes a construção do seu conceito. Cabe aos professores, portanto, tratar de maneira didática o conteúdo: estabelecer as relações entre aquilo que os estudantes já sabem intuitivamente e aquilo que precisam aprender, levando em conta o estágio de desenvolvimento e aprendizagem em que se encontram.

Nesta perspectiva, os conteúdos merecem ser trabalhados de maneira articulada entre si e com as diversas áreas do conhecimento, em um ambiente de aprendizagem que permita aos estudantes não só executar as atividades, mas também criar estratégias de aprendizagem, estabelecer relações com a realidade, desenvolver o raciocínio lógico-matemático, construir e consolidar o conceito de simetria de forma significativa, atribuindo sentido para ele.

Pensando desta maneira, estudar simetria, mais do que apenas aprendê-la, proporciona oportunidades para que os estudantes apliquem e desenvolvam tanto os seus processos mentais (correspondência, comparação, classificação, sequenciação, seriação, inclusão e conservação) quanto suas habilidades espaciais (discriminação visual, memória visual, decomposição de campo, conservação de forma e tamanho, coordenação visual motora, equivalência por movimento). Os processos mentais e as habilidades espaciais não se restringem apenas ao desenvolvimento do pensamento matemático. Eles influenciam também o desenvolvimento do pensamento em outras áreas do conhecimento humano: "... eles são abrangentes e constituem-se num alicerce que será utilizado para sempre pelo raciocínio humano, independentemente do assunto ou tipo de problema a ser enfrentado" (LORENZATO, 2008, p. 27).

O trabalho pedagógico com simetria nos anos iniciais deve apoiar-se na utilização de materiais manipulativos, precisa ser lúdico e pouco formal; no entanto, deve propiciar aos alunos a construção dos conceitos de congruência, equivalência, semelhança, homotetia, isometria, topologia, deformação e invariância, dentre outros. Esses conceitos, presentes no estudo da simetria, serão exigidos em qualquer que seja a profissão escolhida.

Transformações geométricas

A geometria escolar abrange o estudo das formas espaciais e planas, suas propriedades e as relações entre elas. Nesse estudo, as representações são importantes, mas elas são consequências da existência de diferentes tipos de **transformações** que as figuras podem sofrer. Transformação, em geometria, significa mudança sofrida por um objeto.

Segundo Clemens, O´Daffer e Cooney (1998, p. 476), para uma transformação acontecer são necessários: o objeto inicial, a regra de transformação e o objeto final/imagem.

De modo geral, as transformações podem ser constatadas ou estudadas por meio da comparação entre o objeto (figura inicial) e sua imagem (figura final). Elas podem ocorrer quanto à forma, à posição ou às distâncias entre pontos correspondentes do objeto e da sua imagem, isto é, entre a figura inicial e final; cada tipo de transformação gera uma geometria diferente – por exemplo: hiperbólica, esférica, analítica, diferencial, fractal, topológica, projetiva, euclidiana. Para analisar algumas diferentes transformações, vamo-nos referir às três últimas.

A geometria do elástico, ou **topologia**, é uma geometria da qual pouco ou nada está presente na sala de aula. No entanto, ela é o primeiro tipo de percepção espacial apresentado pelas crianças. É a geometria que estuda as propriedades que permanecem invariantes, isto é, que se conservam, em objetos ou figuras sob a ação de deformações contínuas, isto é, sem cortes, furos ou rupturas. Portanto, são permitidas as ações de entortar, esticar, amassar, inflar, retorcer, encolher. Nessa geometria, quando um objeto sofre alguma dessas transformações, não importa a conservação de retas, de paralelismos, de formas, de medidas e de direções. No entanto, ela está focada apenas na conservação das propriedades (topológicas) de fechamento, separação, vizinhança, ordem e continuidade. Quando isso acontece, diz-se que o objeto ou a figura inicial e final são topologicamente equivalentes, mesmo que não revelem semelhanças. As fotos seguintes ilustram um exemplo de transformação topológica, uma vez que o objeto final (rosquinha) pode ser obtido pela transformação do objeto inicial (caneca), apenas por meio de esticamento da asa da caneca e de amassamento do resto da caneca. Note que as propriedades topológicas foram preservadas e, por isso, a caneca (com apenas uma asa) e a rosquinha (com apenas um furo) são objetos equivalentes, segundo esse tipo de geometria:

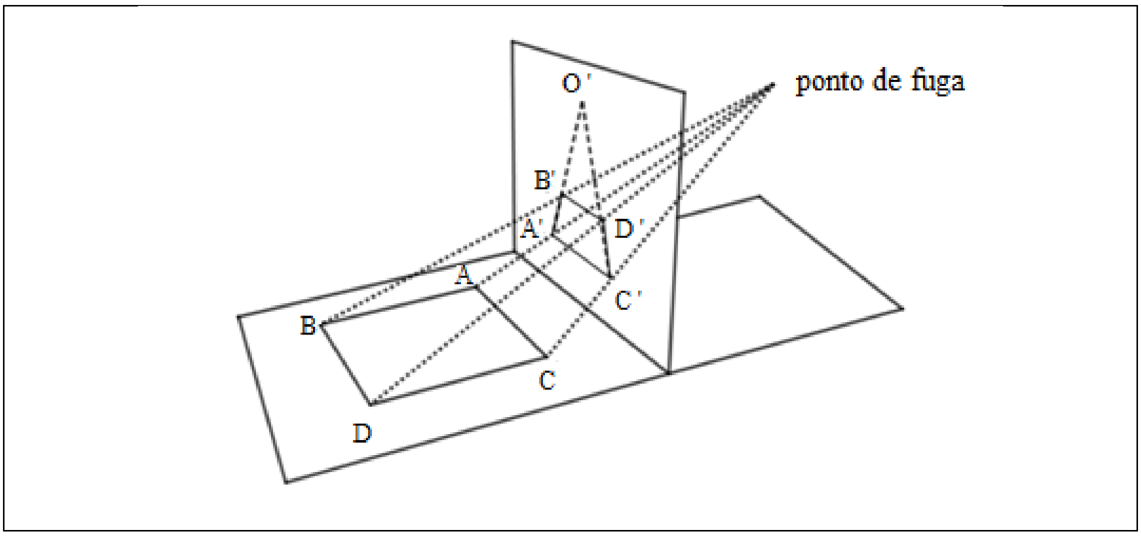
Figura 1 – Equivalência por topologia

Fonte: Arquivo dos autores

Outro exemplo de figuras topologicamente equivalentes são os diagramas, nos quais os pontos representam a real disposição espacial, como é o caso do traçado de estações de metrô interligadas por várias linhas.

Outro tipo de geometria é a **projetiva**, que valoriza as transformações geométricas que conservam o alinhamento e a ordem dos pontos, a perpendicularidade das retas, mas não considera as verdadeiras medidas dos objetos: quanto mais distante estiver o objeto, menor será sua representação. Desse modo, a imagem dá ideia de profundidade, e é por isso que as crianças dizem que "o desenho parece sair do papel". A projetiva corresponde a uma geometria "visual", porque as formas, as dimensões e as posições dos objetos dependem do ponto de vista do observador, ponto esse que se chama "ponto de fuga" (PF). É o que mostra o desenho seguinte (Figura 2):

Figura 2 – Vista projetiva de um quadrilátero



Fonte: Arquivo dos autores

O retângulo ABCD, que está desenhado no plano horizontal, foi transformado em outro quadrilátero A'B'C'D' no plano vertical, e as dimensões de seus segmentos mais distantes do observador (PF) se tornaram menores que as mais próximas. Portanto, a projetiva descreve o mundo físico como ele é visto por nós, e não como ele realmente é. Ao fazer isso, ela não preserva formas, paralelismos e dimensões dos objetos, ou seja, é uma geometria que dispensa o uso da régua graduada.

Cerca de quatro milênios transcorreram entre o modo egípcio de representação do espaço tridimensional, que se utilizava apenas do contorno plano, e as inovações apresentadas pelas pinturas renascentistas, que produzem ilusões de profundidade. Para isto contribuíram a introdução do plano vertical (figura anterior), do ponto de fuga, da convergência de paralelas e das projeções ortogonais.

Os exemplos seguintes mostram objetos como nós os vemos, e não como sabemos que eles são na realidade (Figura 3):

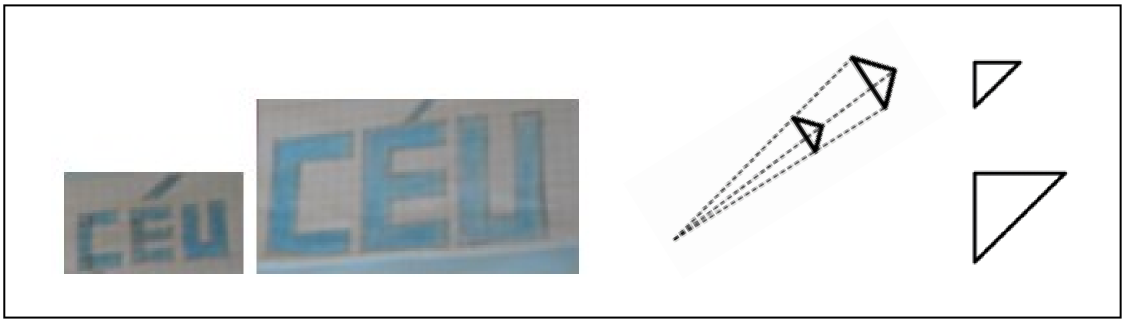
Figura 3 – Vistas projetivas

Fonte: Arquivo dos autores

O terceiro tipo de geometria, a **euclidiana,** está presente nas propostas curriculares, nos livros didáticos, nos concursos e, por isso, é a mais conhecida. É a geometria das medidas e da lógica. Ela está baseada em algumas proposições intuitivas estabelecidas por Euclides (Alexandria – séc. III a.C.), tais como: "dois pontos determinam uma reta"; "três pontos não alinhados determinam um plano"; "por um ponto fora de uma reta passa uma única reta paralela a ela". Decorrentes dessas proposições iniciais, aceitas sem demonstração como verdadeiras, Euclides demonstrou outras, com auxílio da lógica, chamadas teoremas, e assim elaborou uma estrutura geométrica que perdurou intocada por cerca de dois mil anos, até o surgimento das geometrias não euclidianas por volta de 1800.

A geometria euclidiana permite realizar transformações de figuras (ampliações ou reduções), conservando distâncias, ângulos, relações entre comprimento de segmentos, independentemente do ponto de vista do observador. Desse modo, as figuras finais são semelhantes às iniciais, como mostram os exemplos seguintes (Figura 4):

Figura 4: Figuras semelhantes

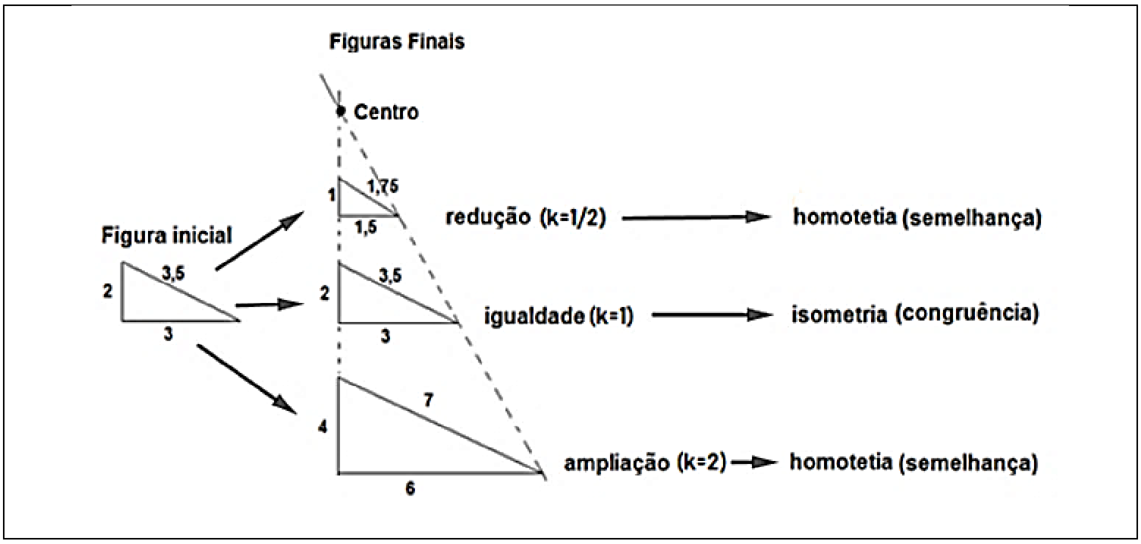


Fonte: Arquivo dos autores

Um caso particular de semelhança é a homotetia, na qual todos os pontos correspondentes da figura estão alinhados com um mesmo ponto chamado centro.

No exemplo seguinte, a figura inicial é transformada em outras três, segundo as razões de proporcionalidade (k) igual a $\frac{1}{2}$, 1 e 2, respectivamente (Figura 5):

Figura 5 – Figuras semelhantes por homotetia



Fonte: Arquivo dos autores

Na semelhança podemos ter a redução ou a ampliação da figura, dependendo de a escala (razão) de semelhança ser menor ou maior que 1, mas tanto uma quanto outra preservam a proporcionalidade das medidas, bem como as medidas dos ângulos correspondentes. Este exemplo mostra que as dimensões mudam, mas as razões entre elas não são alteradas.

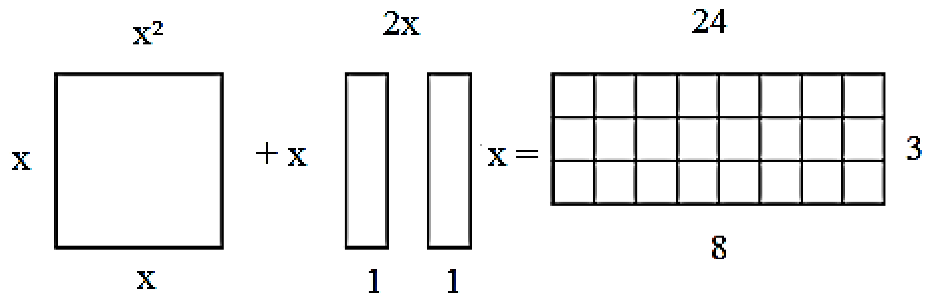
Vamos agora focar as transformações geométricas **isométricas** – aquelas que conservam a congruência entre as figuras inicial e final e a igualdade entre as medidas, independentemente da posição que ocupam no espaço. Essas transformações são chamadas **simetrias**.

Transformações geométricas isométricas: simetrias

Simetria é uma palavra derivada do grego *sinmétron*, que significa "com mesma medida" e se refere a um tipo de transformação espacial que não causa deformação nas figuras ou objetos, não modifica as estruturas deles e apenas modifica sua posição.

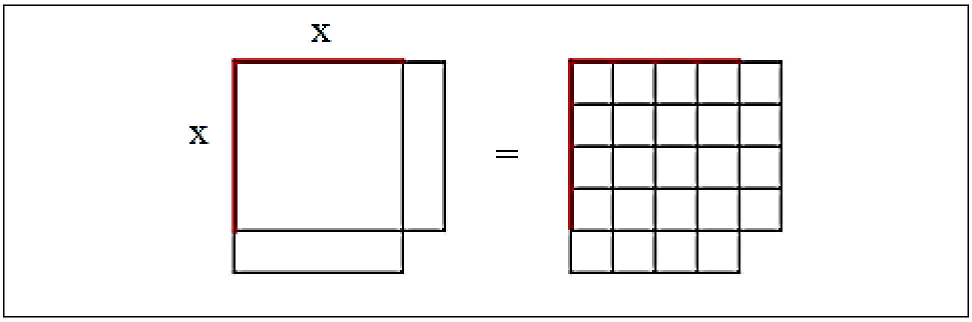
Popularmente, simetria significa igualdade entre duas partes de um mesmo objeto ou figura, como, por exemplo, as asas das borboletas ou as reflexões produzidas por espelhos ou por superfícies de lagos. Mas a repetição pode se dar por fatores maiores que dois, como no caso das estrelas do mar (com cinco repetições), dos flocos de neve (com seis repetições), do favo de mel, do cubo.

A história da humanidade revela que as simetrias sempre estiveram presentes em diversas atividades humanas. A ideia de simetria já era utilizada pelos babilônios há cerca de quatro mil anos, e eles a empregavam na resolução de equações quadráticas, isto é, de segundo grau. Por exemplo, para resolver a equação $x^2 + 2x = 24$, eles faziam assim: o 24 era representado por um retângulo de lados 3 e 8, com 24 unidades, cada uma representada por um quadradinho; o x^2, por um quadrado de lado x; o 2x, por duas barras de lados 1 e x. Assim, a equação algébrica era transformada na seguinte representação geométrica, cuja parte à esquerda do sinal de igual representava o desconhecido (x), e a parte à direita, o conhecido (24):



Em seguida, estas partes eram assim reagrupadas (Figura 6):

Figura 6 – Representação geométrica da equação de segundo grau



Fonte: Arquivo dos autores

A comparação entre as figuras simétricas acima revela que o valor do x é 4...sem a utilização da fórmula x = $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Na verdade, simetria é muito mais que uma simples repetição de uma forma ou o deslocamento de um objeto. Ela revela regularidade, movimento, equilíbrio, harmonia, padrão, ordem, beleza; está presente nos reinos animal, vegetal e mineral, e o homem a utiliza em suas expressões artísticas, principalmente em poesia, arquitetura, pintura, música e escultura. A ciência também tem se beneficiado da simetria, principalmente no último século, para prever a existência de partículas subatômicas ou de elementos químicos; para refutar hipóteses em pesquisas com grandes amostras; para explicar a inexistência de solução para alguns problemas. A simetria está presente também em vários campos de estudo da física, como: movimento angular, quantidade de movimento, carga elétrica, centro de massa, energia potencial, estrutura elétrica, matéria/antimatéria.

Como arranjo espacial, a simetria é característica fundamental para a indústria, a arquitetura, a engenharia, a medicina, a odontologia, o urbanismo, a escultura, a pintura, o artesanato, entre outros campos da atividade humana.

Na cristalografia – estudo dos cristais –cada cristal é um corpo que, ao passar do estado gasoso ou líquido para o sólido, adquire uma ordenação estrutural tridimensional de seus elementos químicos, que se apresenta sob a forma de um poliedro por meio de simetrias espaciais de translação, de rotação ou de reflexão. Na cristalografia plana podem estar presentes dezessete tipos de repetição de motivos de simetria, que são os padrões de papel de parede, e com os quais os mouros decoraram o Palácio de Alhambra, em Granada, na Espanha.

Em petrologia – estudo das rochas, as simetrias são úteis para o estudo de dunas, de sedimentação e de geotectônica.

A botânica confirma que no reino vegetal as simetrias estão em raízes, flores, frutos, folhas, brotos, inflorescência (regularidade na emissão de flores por planta). A espiralização de muitas plantas segue a sequência de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89..., na qual cada termo é a soma de seus dois antecessores.

A simetria está fortemente presente nas Artes, principalmente na dança, na pintura e na escultura.

A anatomia indica que a quase totalidade dos vertebrados possui algum tipo de simetria. O corpo humano revela simetria de massa; no entanto, apresenta assimetrias de órgãos e de face, pois um lado do corpo não é igual ao outro.

Além disso, a simetria diz respeito a todas as pessoas, uma vez que o cérebro humano realiza diariamente transformações geométricas, seja compondo, decompondo, adaptando, interpretando ou movimentando objetos, figuras ou as próprias pessoas no espaço. Diariamente, convivemos com vários tipos de movimentos: os ponteiros de relógios giram; as janelas deslizam, ao serem abertas ou fechadas; as persianas horizontais sobem e descem, e suas lâminas podem girar para regular a luminosidade; os pneus do carro giram enquanto ele desliza pelo asfalto; as escadas rolantes e os elevadores sobem e descem; as portas deslizam ou giram; as imagens são refletidas por espelhos, etc.

Algumas vezes, as figuras a serem comparadas se apresentam em uma mesma posição, outras vezes estão em posições diferentes, mas em ambos os casos se faz necessária a movimentação (mesmo que apenas mentalmente) de uma delas, para que seja efetuada a comparação com a outra. Essa comparação acontece, observando-se a posição inicial e final da figura, e elas se dizem simétricas, se forem perfeitamente superponíveis por algum movimento.

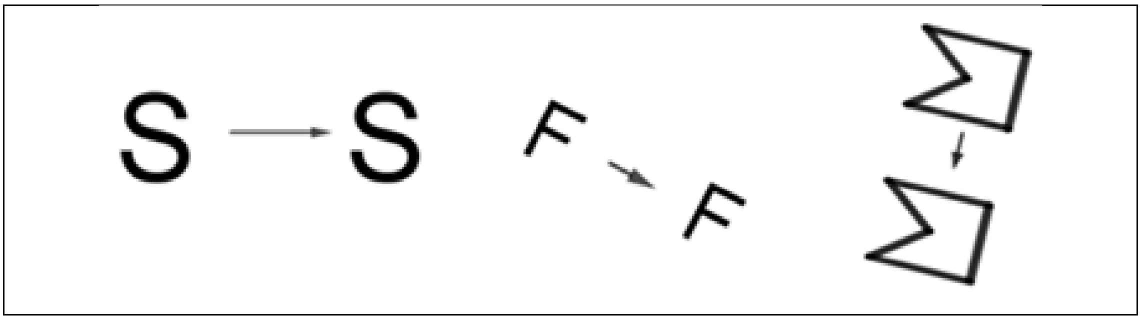
A simetria também pode ocorrer quando uma figura ou parte dela se repete. Esta parte se chama módulo, e é a unidade que origina um padrão de simetria. Por exemplo, a repetição de um alvéolo cria o padrão do favo; a telha que se repete cria o padrão do telhado. Alvéolo e telha são módulos que geram o padrão do favo e do telhado, de acordo com determinado movimento.

Por isso é preciso considerar os diferentes tipos de movimentos a que os objetos e as figuras podem ser submetidos, pois cada movimento possui características próprias e gera uma diferente transformação nelas.

As transformações simétricas podem ser de três tipos: simetria de translação (translacional); simetria de rotação (rotacional) e simetria de reflexão (axial). Exemplos:

Translação

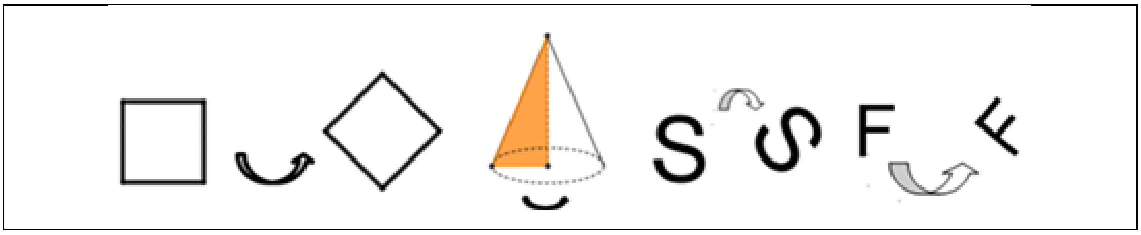
Figura7 – Transformações por movimento de translação



Fonte: Arquivo dos autores

Rotação

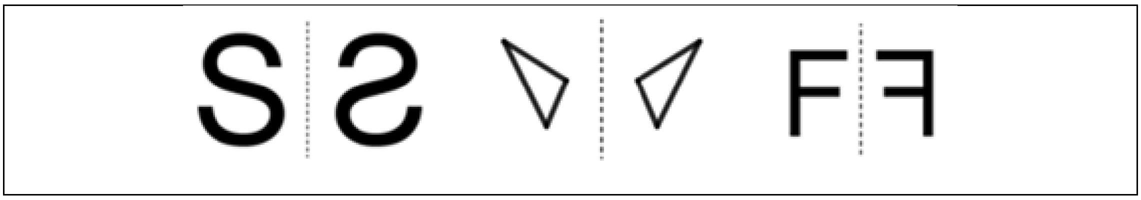
Figura 8 – Transformações por movimento de rotação



Fonte: Arquivo dos autores

Reflexão

Figura 9 – Transformações por movimento de reflexão



Fonte: Arquivo dos autores

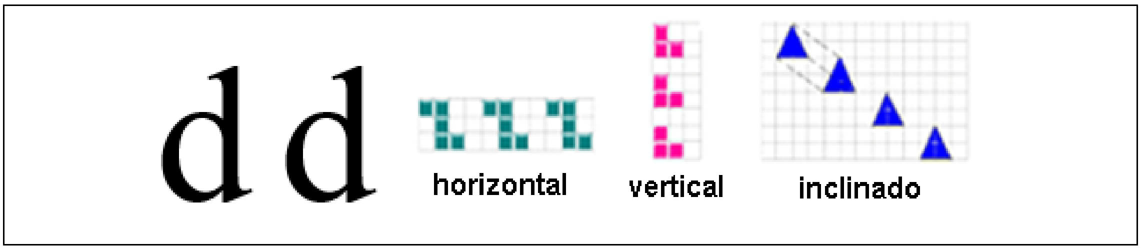
A seguir, vamos analisar com mais detalhes cada tipo de simetria.

1 –Simetria de translação

A translação está presente em ações como: andar, correr, abrir ou fechar uma gaveta; em objetos: jogos de tabuleiro, escadas rolantes, pisos, telhados, elevadores, escorregadores, tobogãs, entre outros.

Translação é o deslocamento em que todos os pontos da figura seguem um mesmo sentido, uma mesma direção e mantêm as distâncias entre si. Exemplos (Figura 10):

Figura 10 – imagens de simetria de translação



Fonte: Arquivo dos autores

Propriedades da simetria de translação:

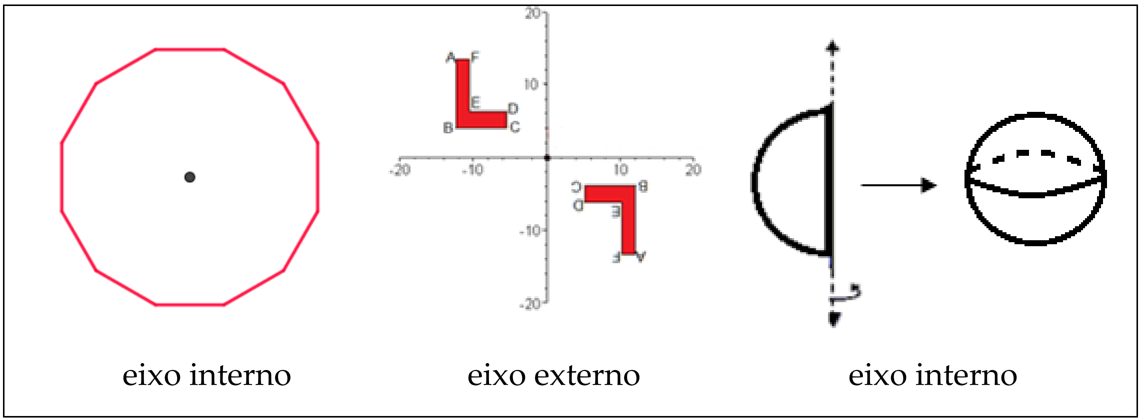
- ✓ Mudança de posição da figura original
- ✓ Conservação das dimensões
- ✓ Conservação da forma
- ✓ Reversibilidade da mudança de posição
- ✓ Conservação da ordem dos pontos
- ✓ Conservação do paralelismo;
- ✓ Conservação da perpendicularidade

2- Simetria de rotação

A rotação está presente no cotidiano das pessoas, quando se deparam com rodas, polias, máquinas de lavar, liquidificadores, ventiladores, engrenagens, hélices, ponteiros de relógios, portas, persianas, máquinas de lavar, furadeiras, fechaduras, volante do carro, bicicleta, dança, entre outros.

Rotação é giro em torno de um ponto (formas planas) ou de uma reta (formas espaciais). Para realizar a rotação, é necessário um ponto ou uma reta interna ou externa, um ângulo e um sentido de rotação (horário ou anti-horário).

Figura 11 – Imagens de simetria de rotação



Fonte: Arquivo dos autores

Propriedades da simetria de rotação:

- ✓ Mudança de posição da figura original
- ✓ Conservação das dimensões
- ✓ Conservação da forma (ângulos, paralelismo, perpendicularidade)
- ✓ Reversibilidade da mudança de posição
- ✓ Conservação da ordem dos pontos de cada figura

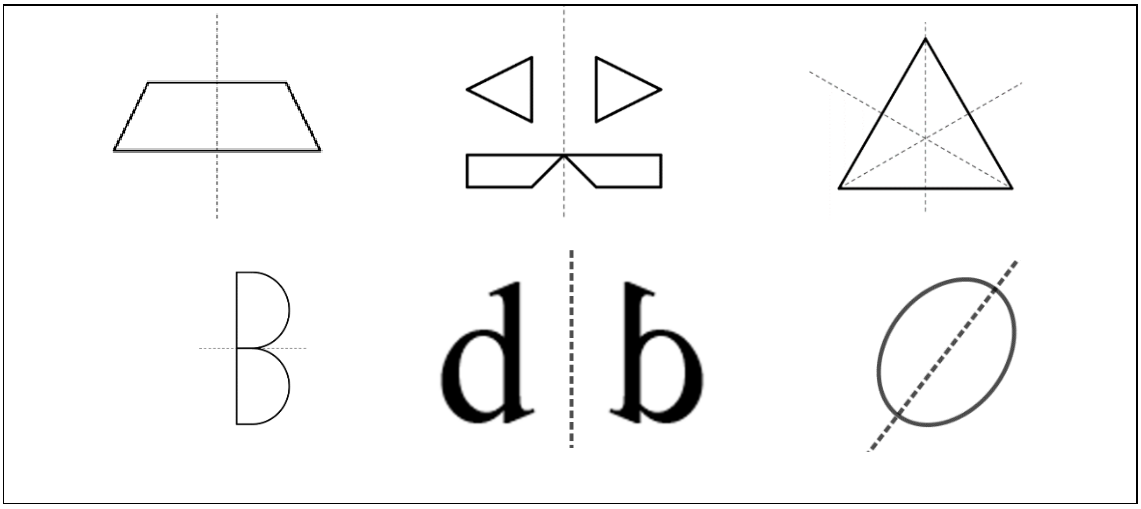
3 - Simetria de reflexão ou simetria axial

Onde a reflexão pode ser encontrada? Está nas imagens refletidas em espelho ou na água; em jogos (de computador, bilhar, pebolim); em fotos, pinturas, etc.

Reflexão é o rebatimento de um objeto ou de uma figura com relação a uma reta fixa (ou plano fixo). Esta é chamada eixo de reflexão ou eixo de simetria, podendo ser interna ou externa ao objeto ou à figura.

Simetria de reflexão é a transformação que reproduz a figura ou o objeto como se ele estivesse colocado frente a um espelho, conforme ilustram os exemplos seguintes, nos quais a reta tracejada representa o espelho (Figura 11):

Figura 12 – Imagens de simetria de reflexão



Fonte: Arquivo dos autores

Propriedades da simetria de reflexão:

- ✓ Mudança de posição da figura original
- ✓ Conservação das dimensões
- ✓ Conservação da forma
- ✓ Reversibilidade da mudança de posição
- ✓ Conservação da ordem dos pontos de cada figura
- ✓ Posição da imagem inversa à posição da figura original
- ✓ Distância entre os pontos da imagem e da figura original é o dobro da distância da figura original até o eixo de reflexão

Considerações sobre a simetria na sala de aula

Simetria – e outras transformações geométricas – é conteúdo que deve estar presente desde os anos iniciais da escolaridade, por meio de diferentes atividades em sala de aula, de acordo com o nível de desenvolvimento dos alunos.

É possível e conveniente lançar mão de diferentes recursos para o ensino de simetria: as próprias crianças; as malhas quadriculadas e/ou o geoplano; mosaicos e poliminós; imagens diversas, incluindo letras, números, formas geométricas; recortes e dobraduras; etc.

É recomendável, ou mesmo essencial, o uso de materiais manipulativos, pois são grandes facilitadores da aprendizagem. Eles possibilitam a visualização dos movimentos e das imagens que geram as diferentes simetrias, dando significado ao aprendizado. Esses materiais podem ser construídos pelo professor ou pelos próprios alunos e ser usados até que esses atinjam o aprendizado, a ponto de não mais precisarem deles.

No entanto, é indispensável que o professor detenha o conhecimento necessário sobre o conteúdo a ser ensinado, para selecionar materiais, desenvolver atividades, fazer o planejamento didático e a mediação adequada para cada etapa da aprendizagem, a fim de que o aluno construa, ao longo de sua escolaridade, os conceitos necessários ao entendimento das diferentes transformações geométricas.

Com este trabalho, nosso grupo de estudos aprofundou seus conhecimentos sobre simetria, identificando a presença dela em muitas situações em que até então não era reconhecida. Aprendemos também a distinguir os diferentes tipos de simetria (rotação, reflexão e translação), ampliando, desse modo, os recursos didáticos para melhor ensiná-la aos nossos alunos e as possibilidades de aplicação em nossas vidas. E mais: descobrimos que simetria, harmonia e beleza estão sempre juntas!

Sugestões para sua reflexão

1 - Localize três exemplos de simetria onde você mora.

2 - Quais exemplos de simetria existem em um campo de futebol?

3 - Desenhe uma figura assimétrica.

4 - Quais letras da palavra S I M E T R I A possuem eixo de simetria?

5 - Monte um painel usando simetria.

6 - Utilizando-se da simetria, reparta a  figura em duas, três e quatro partes congruentes.

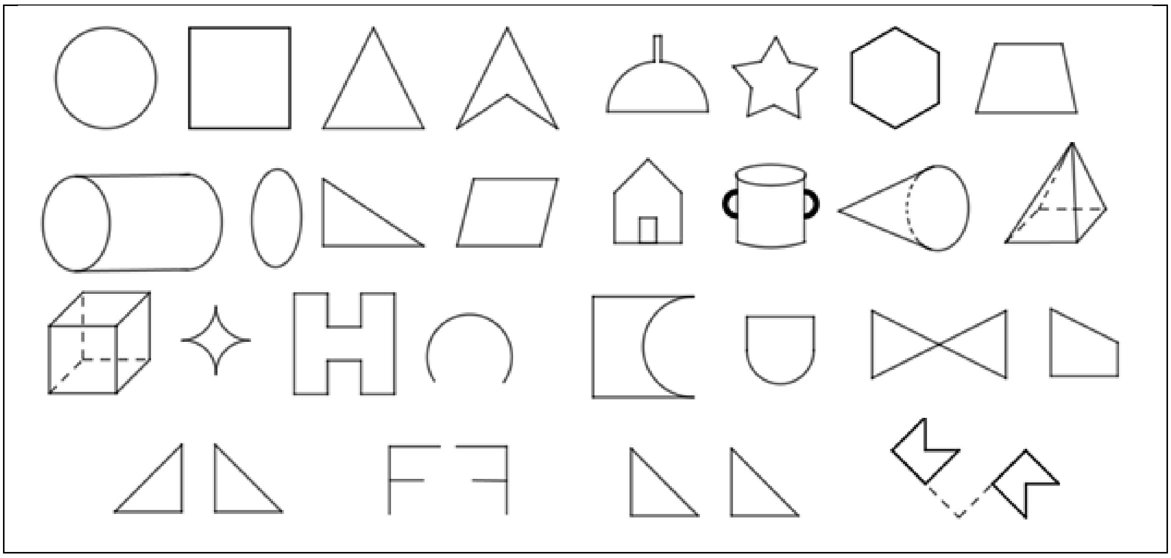
7 - Tenho uma ficha com a letra R e desejo saber quais movimentos devo realizar com essa ficha para obter as figuras seguintes: 

8 - Qual é a diferença entre simetria e homotetia?

9 - O que significa "conservar a forma" de figura geométrica?

10 - Qual é a diferença entre isometria e simetria?

11 - Você identifica algum tipo de simetria em cada figura seguinte? Tente descobrir o(s) eixo(s) de simetria de cada uma:



Referências bibliográficas

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Geometria. Brasília: MEC; SEB, 2014.

CLEMENS, S. R; O'DAFFER, P. G.; COONEY, T. J. **Geometría**. México: Addison Wesley, 1998.

FONSECA, M. C, F. R. et al. **O ensino da geometria na Escola Fundamental:** três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

LORENZATO, S. Porque não ensinar Geometria? In: **A Educação Matemática em Revista –** SBEM, São Paulo/SP, n. 4, p. 3-13, 1995.

_______. **Educação infantil e percepção matemática.** 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2008.

NACARATO, A. M.; GOMES, A. A. M.; GRANDO, R. C. **Experiências com geometria na escola básica:** narrativas de professores em (trans)formação. São Carlos: Pedro e João Editores, 2008.

ARTE PRA QUE TE QUERO[24]

Fernando da Silva Ramos
GEPEMAI/UNICAMP; Estúdio Design Independente
fernandala@gmail.com

Resumo
As conexões entre Arte e Matemática são tão antigas que houve um tempo em que eram indissociáveis. Hoje os educadores matemáticos procuram maneiras de resgatar suas dimensões simbólica e visual, especialmente através da Geometria, de maneira a tornar as dinâmicas de ensino-aprendizagem mais intuitivas e interessantes, no entanto esbarram em uma série de dificuldades. O artigo relaciona algumas destas dificuldades estruturais já bastante conhecidas, a outras que aparentemente seguem despercebidas.

Palavras Chave: Geometria. Matemática Visual. Interdisciplinaridade.

Quero aproveitar a oportunidade de participar deste volume de artigos em comemoração aos 10 anos de atividades do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais – GEPEMAI, para apresentar brevemente algumas ideias e reflexões sobre educação matemática, a partir da perspectiva de quem foi professor de matemática, sem ser matemático de formação. A liberdade concedida para essa ousadia explica muito sobre a natureza interdisciplinar do grupo, pois a abertura à participação de pessoas de distintas áreas com visões particulares sobre a educação matemática faz parte de seu DNA.

Não me parece pouco nem estranho que Platão, o filósofo grego, tenha anexado à entrada de sua academia a frase “que não entre quem não souber geometria”, uma vez que considerava que o conhecimento nela contido, significava a porta de acesso ao reino das verdades e leis imutáveis do universo. E não só isso; geometria para os gregos antigos foi chave para a estética, e construção dos sentidos de beleza e harmonia. Mesmo que hoje o estudo dessas suas dimensões simbólicas esteja meio fora de moda e sem espaço na

[24] Responsável pela normalização e revisão do texto: Fernando da Silva Ramos – fernandala@gmail.com

educação formal, a geometria segue sendo disciplina prescritiva a um grande grupo de profissões contemporâneas como arquitetura, design, artes, engenharias, química, física, geologia, etc.

Diversos estudos recentes na área da psicologia cognitiva – ciência que presume ser a inteligência humana uma somatória de capacidades distintas - sustentam que o estudo sistemático da geometria influi positivamente e pode ampliar o desenvolvimento das habilidades relacionadas à visualização e espacialidade. Por suas propriedades visuais e construtivas, a geometria costuma despertar um interesse natural pela matemática, por seu vínculo indissociável com os sentidos de regularidade, padrão, proporção e ordem.

Um aforisma construído nos últimos 30 anos e que parece estar consolidado entre educadores matemáticos, presta contas de que matemática visual, ou melhor dizendo, a matemática tornada visual por meios gráficos ou construtivos, ganha ainda mais potência se tornada experimental através de manipulativos. A célebre frase atribuída a Confúcio que diz "*Eu escuto e esqueço. Eu vejo e me lembro. Eu faço e eu compreendo*", parece fazer bastante sentido.

A recomendação pela utilização de recursos manipulativos, é sustentada por parte relevante da literatura científica, inclusive nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, para quem é imperativo que o professor de matemática compreenda os benefícios de tornar visuais os conceitos abstratos sempre que for possível, e conheça maneiras fazê-lo através de experimentos e projetos práticos. Segundo esta perspectiva, ações nesta direção podem trazer os seguintes benefícios:

a) Conexão da experiência de aprendizagem com o mundo real.

b) Criação de meios para testar e confirmar o raciocínio.

c) Ampliação das possibilidades de trabalhos colaborativos entre os estudantes

d) Abertura de campo para experimentações criativas e lúdicas, tornando a experiência de aprendizagem mais atraente e agradável.

e) Favorecimento de conexões interdisciplinares com a arte, engenharia, design e ciências.

A questão imposta agora aos educadores pesquisadores não parece ser SE vale a pena orientar-se na direção de uma matemática mais experimental e visual de modo a tornar a experiência de ensino aprendizagem mais lúdica, fluída e estimulante. A questão é COMO organizar atividades em condições onde frequentemente faltam recursos financeiros às escolas, formação adequada, e tempo para preparação de atividades. Com pouca oferta de bons produtos no mercado, ou meios para produzi-los a baixo custo em quantidade e qualidade suficientes, a maior parte dos professores se vê desencorajada a incorporar práticas experimentais do tipo 'mãos na massa', em sala de aula.

Estas são na verdade, as razões mais comentadas pelos professores, quando indagados sobre as dificuldades para transcender a desmotivação em direção à prática.

Não há como duvidar que são motivos importantes, mas serão os únicos?

Considerando que a prática da matemática visual pressupõe certo alfabetismo visual, creio que a maior parte dos professores sinta-se intimidada frente à perspectiva de empreender atividades que demandariam dele, capacidades às quais não sente segurança. A palavra alfabetismo aplica-se no sentido de que - a exemplo da linguagem verbal que conta com conceitos, regras, códigos e símbolos estruturados em modelos (idiomas) de maneira que possam ser compreendidos e compartilhados por um grupo - também a linguagem visual compartilha dos mesmos pressupostos na estruturação de uma sintaxe bem articulada, passível de decomposição de seus elementos constitutivos para fins de análise e compreensão. O designer Bruno Munari compartilha desta perspectiva, enquanto destaca algumas diferenças:

> "Compreender comunicação visual é como aprender uma língua, língua feita só de imagens, mas imagens que tem o mesmo significado para as pessoas em todas as nações, portanto de todas as línguas. Linguagem visual é uma linguagem, talvez mais limitada do que a falada, mas certamente mais direta (...)" (MUNARI, 2006, p.58)

Parece coerente pensar que para ser capaz de explorar as possibilidades de uma matemática tornada visual, é importante que o futuro professor tenha sido apresentado ao menos aos fundamentos de uma ciência da visualidade. Nesta mesma direção, uma vez que reconhece-se que a criatividade como recurso indispensável à superação dos excessos do algebrismo, é fundamental que se possa investigar outras linguagens para além das notações tradicionais da matemática.

A falta de atividades curriculares nos cursos de formação, dedicadas notadamente ao desenvolvimento da criatividade, me parece o aspecto mais preocupante, pois é algo que não parece estar suficientemente exposto e consciente àqueles a quem cabe organizar as metodologias. Se por um lado parece consensual que a matemática tornada visual provoca bons efeitos, ainda não parece suficientemente claro à comunidade de educadores, que está deficiência possa ter raízes na falta de interesse pelas aptidões criativas, espaciais e visuais, na formação do professor de matemática. A ideia de uma formação multidisciplinar parece óbvia para quem vem da Arquitetura e Design, pois nestas áreas, o currículo é capaz de associar conhecimentos tão opostos como Cálculo Diferencial e Linguagem Visual. Por outro lado, cursos tidos 'de exatas', não parecem ter a mesma facilidade para incorporar entre seus conhecimentos prescritivos, aqueles vindos das Artes. Apenas recentemente tenho visto alguns cursos de engenharia incorporarem práticas mão-na-massa, trazidas pela emergência do movimento *maker* e sua cultura do 'faça você mesmo" (DIY). Estes cursos de vanguarda apostam na premissa de que o bom profissional do século XXI terá que incorporar novas aptidões que lhe instrumentalizem à disrupção de velhos paradigmas e à inovação, e enxergaram nas práticas das artes e no design, o caminho natural.

Em alguns países melhor colocados no ranking do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – PISA, como a Finlândia, por exemplo, vêm revolucionando seus modelos educacionais através de dinâmicas que privilegiam o trabalho coletivo pautado no desenvolvimento de projetos interdisciplinares. A expressão STEAM, sigla para *Science, Technology, Engeneering, Arts, Mathmatic*s, é utilizada para descrever um campo de saberes que fazem sentido quando associados, pois assim potencializam e aprofundam seus significados individuais quando não são apresentados como conhecimentos fragmentados, e as artes nestes casos, são o elemento de coesão.

Há uma atividade nos encontros do GEPEMAI a qual chamamos momento matemático. É para mim uma das mais interessantes, pois os participantes do grupo são estimulados a apresentar em 30 minutos, atividades que experimentam com seus alunos em sala de aula. Sempre me chama a atenção o desprendimento e criatividade destes professores despertos e inquietos, em inventar demonstrações de conceitos abstratos. Tenho sempre grande interesse em reparar em seus processos e atitudes, pois certamente os professores frequentadores do grupo são pontos fora da curva, e infelizmente não correspondem em comportamento, à média dos docentes brasileiros.

Sob o aspecto dos processos didáticos, me chama à atenção a prevalente opção pelo método artesanal, com uso de ferramentas e materiais simples, fáceis de encontrar no comércio. Definitivamente o caráter artesanal não é um problema em si, pois há muita força e possibilidades em estimular ações com o que se tem em mãos, de acordo com as especificidades de cada situação; no entanto, há vantagens e desvantagens nisso. Se por um lado assegura-se o baixo custo, por outro fica-se restrito à baixa replicabilidade. A questão da replicabilidade é importante, pois é bastante desejável que o material chegue às mãos do estudante e que ele tenha tempo suficiente para investigá-lo, permitindo-lhe o protagonismo da experiência; e para isso, é necessário tê-los em quantidade suficiente. Decorre que na impossibilidade de torná-los replicáveis, os modelos passam a compor uma espécie de Laboratório de Educação Matemática – LEM – pessoal do professor; cada peça é única e por isso tratada com muito cuidado, resultando grande perigo para sua longevidade e integridade, serem excessivamente manipuladas.

Do ponto de vista da atitude, parece que professores que ousam atividades experimentais em matemática visual, são aqueles que sentem-se mais seguros quanto suas capacidades criativas e artísticas, pois em certo sentido, são capazes de inclinar suas atividades para além dos limites de sua competência principal.

Será que a capacidade dos professores de matemática em experimentar modelos manipulativos físicos seria maior se os cursos de formação incluíssem práticas e conteúdos mãos-na-massa, onde poderiam ser orientados por professores da Área das Artes?

Acredito que é possível que estas ideias possam encontrar boa receptividade na comunidade de educadores e pesquisadores matemáticos, que poderão recordar uma extensa série de dificuldades que explicam os impedimentos. Quem conhece um pouco a dinâmica política e burocrática de departamentos nas universidades, pode supor que tais dificuldades são verdadeiras.

Sendo assim a realidade, persiste a questão: Como implementar práticas de criatividade na formação de professores de matemática? A partir daqui, os questionamentos se desdobram:

Como preparar melhor um professor na direção de torná-lo mais experimentalista e criativo, com um currículo tão extenso e superficial?

Como superar o sofrível nível de conhecimento dos ingressantes?

Como contornar a resistência de estruturas consolidadas dentro das universidades, e abrir espaços ao redesenho do currículo e incluir novas práticas?

Seriam de fato os cursos de graduação o espaço mais adequado para apresentar estas novas práticas aos professores, ou mais realista seria apostar nas especializações?

Qual o tempo adequado que uma imersão em práticas criativas poderia ter, de maneira a provocar de fato um impacto sobre as práticas didáticas de um professor?

Qual seria o melhor ambiente para estas práticas?

Parece fácil desanimar frente a tantas lacunas, e de fato, talvez a dificuldade de equacionar respostas a tais questionamentos, corresponda a boa parte dos impedimentos que não permitem que os avanços nas práticas de ensino e aprendizagem na educação matemática, sejam tão lentos.

O professor português Eduardo Veloso (2000, p.37) parece concordar que a solução passe pela capacidade de se articular a matemática com outras áreas do conhecimento, ao sugerir que afastemo-nos da "pequena geometria", presente no atual programa de tópicos reduzidos e simplificados, rumo à "grande geometria" de tópicos globalizantes:

> "Devemos caminhar para que um dia o ponto de partida não sejam os métodos de resolução de problemas (...), mas sim os próprios problemas e questões inerentes à compreensão do espaço, como a simetria, a forma e a dimensão". (VELOSO, 2000, pp. 37-38).

Concordamos com o senhor, professor Veloso, eu e meus colegas daqui do GEPEMAI. Vamos ao que interessa, ainda que o caminho seja longo.

Referências bibliográficas

LORENZATO, S. A. - Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas, SP: Autores Associados. Campinas. 2006, p. 3-37.

MLODINOW, Leonard – A janela de Euclides. São Paulo: Geração Editorial, 2005

NARANJO, C. – Mudar a educação para mudar o mundo. São Paulo: Editora Esfera. 2005

BRASIL. PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC. 1998

VELOSO, Eduardo. Geometria: Temas Actuais: materiais para professores. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. 2000.

O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA SURDOS[25]

Lauro Araújo Mota
Universidade Federal do Piauí
lauro.mota@ufpi.edu.br

Resumo
A educação de surdos constitui-se hoje como um dos grandes desafios para a educação brasileira. Garantir que os alunos com surdez que frequentam a escola comum tenham acesso aos conteúdos curriculares através da língua de sinais e da mediação de um interprete é a melhor maneira de oferecer condições para que a aprendizagem aconteça, o que nem sempre é fácil diante da precariedade ou mesmo ausência de condições concretas em que se encontram algumas escolas brasileiras e que afeta diretamente o trabalho dos docentes que nelas atuam. Nesse sentido, o ensino de ciências da natureza e matemática ainda carece de materiais, metodologias e recursos que possam auxiliar o professor a fazer a transposição didática dos conteúdos científicos para a sala de aula de maneira didática e acessível e, no caso dos alunos surdos, numa língua que lhes favoreça a compreensão e capacidade de operar com os conteúdos e conhecimentos aprendido. O texto discute esse e outros desafios que ainda precisam ser enfrentados no campo da escolarização e visualiza no acesso a língua de sinais e no trabalho docente de qualidade elementos importantes para o sucesso dos alunos surdos.

Palavras-chave: Educação de surdos. Ensino de Matemática. Ensino de matemática para surdos.

Introdução

O objetivo deste texto é refletir, brevemente, sobre o ensino de matemática para surdos, tomando como ponto de referência as contribuições da Teoria Histórico Cultural do desenvolvimento humano. O texto está organizado em duas partes: na primeira, há uma breve discussão sobre os fundamentos da teoria histórico cultural e as relações com a escolarização e na segunda, apresentam-se os elementos relacionados ao ensino de matemática para surdos.

[25] Responsável pela normalização e revisão do texto: Socorro França – socorro.franca@uece.br

Breve discussão sobre a teoria histórico cultural e a escolarização

O ensino de conteúdos escolares para surdos constitui-se, ainda, como um dos grandes entraves para a educação brasileira. Muitos são os desafios a serem enfrentados e superados para que essas pessoas tenham igualdade de condições para o acesso, a permanência e o sucesso na escolarização como preconiza a LDB nº 9.394/96 e outros documentos e políticas públicas.

Garantir a inclusão escolar do aluno surdo em termos físicos assegurando-lhe a matrícula escolar é uma conquista histórica importante, mas em si não assegura as condições de permanência e de aprendizagem. A matrícula em si, seja ela numa escola especial ou regular, não assegura que os alunos surdos se apropriem dos conhecimentos produzidos pela humanidade ao longo de processo de desenvolvimento histórico e cultural.

Para a Teoria Histórico Cultural do desenvolvimento humano proposta por Vygotsky e seus colaboradores, a linguagem é um dos principais meios de constituição das funções psicológicas superiores na formação do psiquismo humano, bem como é o sistema simbólico por excelência que medeia as relações do homem no mundo, com os outros homens e consigo mesmo. É por meio dela que o ser humano pode nomear, classificar, comparar, generalizar, abstrair e significar o mundo.

Por meio da linguagem, o homem pode planejar e antecipar suas ações, bem como regular seu comportamento. Por meio da fala, especificamente, ele amplia seu campo temporal podendo transitar entre o presente, passado e futuro e também reorganiza sua percepção, atenção, memória, imaginação (VYGOTSKY, 2007). Somando estes elementos ao trabalho, são obtidas as condições essenciais para a formação da consciência humana (LURIA, 1979).

Para Vygotsky, as interações humanas nunca são diretas, mas sempre mediadas por instrumentos e signos. Aqueles são direcionados para fora do organismo, para o ambiente e estes direcionados para o interior do psiquismo alterando significativamente o funcionamento psicológico humano (VYGOTSKY, 2007). Foi graças a esse tipo de mediação por signos, que o comportamento humano foi gradativamente se diferenciando do comportamento animal. Embora os animais usem instrumentos na realização de tarefas práticas, a atividade simbólica é exclusivamente humana, sendo a internalização do signo responsável por promover esse salto qualitativo no desenvolvimento psicológico humano.

É ainda pela mediação sígnica, possibilitada pela linguagem e pelo uso da língua, que o comportamento consciente do homem se diferencia qualitativamente do comportamento dos animais. Com a linguagem o homem se liberta das percepções sensoriais imediatas e é capaz de conservar na memória os objetos e situações mesmo quando estes já não estão mais presentes. Pela palavra o homem abstrai e generaliza, transmite informações e assimila a experiência humana, bem como dá um salto qualitativo na espécie ao passar do sensorial ao racional, por meio da representação simbólica do mundo possibilitada pela linguagem. (LURIA, 1979)

A mediação do outro pela linguagem possibilita ao sujeito internalizar o mundo e sua significação. A internalização provoca uma alteração profunda no desenvolvimento psicológico humano uma vez que possibilita a reconstrução interna de uma operação externa. Assim, ela constitui mais do que uma simples cópia do mundo externo, sendo um complexo processo de conversão, de passagem do que está numa dimensão externa para uma dimensão interna, em que o que se internaliza é mais o significado da ação do que a ação propriamente dita (VYGOTSKY, 2000a; 2000b; PINO, 2000, 2005).

No caso específico da surdez, o problema maior não é a limitação orgânica em si. Não ouvir com o ouvido traz algumas limitações e impedimentos, mas para o surdo, o maior comprometimento, é quando não consegue adquirir uma língua, o que compromete seu desenvolvimento cultural. Sem uma língua, seja ela oral ou sinalizada, os processos cognitivos relacionados à capacidade de conhecer e de aprender ficam bastante comprometidos ou, muitas vezes, até impedidos.

Em vista disso, Vygotsky propôs um modelo de desenvolvimento cultural, no qual os surdos são capazes de compensar as limitações biológicas de um canal sensorial e falar com as mãos e ouvir com os olhos: signos visuais substituem os signos sonoros e os olhos passam a desenvolver outra função. Destarte, algumas limitações sensoriais e deficiências podem ser compensadas na esfera do desenvolvimento cultural. (VYGOTSKY, 2000a, 2011).

Para essa abordagem, a escola ocupa um papel de destaque no desenvolvimento das funções psicológicas superiores. "O ensino dos conteúdos escolares, formalmente organizados e estruturados produz algo fundamentalmente novo no desenvolvimento infantil (VYGOSTKY, 2004, p.110)", possibilitando à criança operar com estruturas altamente complexas do pensamento, mediadas pelos diferentes sistemas simbólicos presentes na escola e também determinando os rumos do seu desenvolvimento mental. (VYGOTSKY, 2001).

Desse modo, quando o aluno se apropria dos conhecimentos científicos ensinados/veiculados na/pela escola, quando começa a se relacionar com o mundo pelo uso de conceitos, sua percepção se amplia, torna-se mais abstrata e generalizante e o afasta das vivências cotidianas e imediatas mais diretas pelo desenvolvimento de pensamento conceitual.

> As atividades educativas na instituição escolar, diversamente do que ocorre no cotidiano extra-escolar, são sistemáticas, tem intencionalidade deliberada e um compromisso explícito (legitimado historicamente) em tornar acessível o conhecimento formalmente organizado. Em tal contexto, os estudantes são desafiados a entender as bases dos sistemas de concepções científicas, a realizar abstrações e generalizações mais amplas acerca da realidade (que, por sua vez, transformam os modos de utilização da linguagem) e a tomar consciência de seus processos mentais (metacognição) (RÊGO, 2002, p. 51).

A passagem pela escola altera não apenas o pensamento, mas a subjetividade como um todo, a trajetória de vida, as formas de perceber o mundo e de se relacionar com ele. O sujeito inteiro se afeta pelas relações sociais, pelos instrumentos e práticas pedagógicas utilizadas ao longo da vida escolar, pelas regras, pelas normas, pelas várias formas de manifestação da linguagem verbal e não verbal, dentre outras coisas. O aprendizado funciona, portanto, como motor do desenvolvimento.

Os alunos surdos, quando frequentam a escola, também são afetados em seu desenvolvimento psicológico pela instituição e suas rotinas, normas e modos de funcionamento. A linguagem e as práticas pedagógicas alteram diretamente, talvez mais do que qualquer outra variável essa trajetória, uma vez que podem favorecer a inserção e a permanência desses alunos na sala de aula e, mais do que isso, assegurar que eles se apropriem dos conhecimentos científicos, culturais e artísticos vinculados pelo ensino escolar.

Elementos relacionados ao ensino de matemática para surdo

No Brasil, a abordagem bilíngue na educação de surdos tem ganhado força, principalmente após a aprovação da Lei 10. 436/2002 e do Decreto nº 5.626/2005, como sendo a abordagem que melhor atende as necessidades de comunicação e ensino dos surdos uma vez que reconhece a língua de Sinais (L1) como sendo a primeira língua dos surdos brasileiros e assegura que também lhes seja oferecido o ensino escolar na modalidade escrita da língua portuguesa como (L2).

O reconhecimento do surdo como sujeito bilíngue, falante de duas línguas de natureza distinta, oral e sinalizada, rompe, em parte, com o estigma e o preconceito da deficiência associados à patologia da linguagem e ausência da fala e da audição a que esses sujeitos estavam submetidos historicamente, dando-lhes o estatuto de minoria linguística e cultural.

A questão da língua e da linguagem utilizadas na escola são alguns dos fatores mais importantes a serem pensadas no processo de escolarização. Parte das dificuldades que os surdos apresentam com relação ao desempenho acadêmico em matemática, por exemplo, têm maior relação com a competência linguística que com a competência cognitiva. Ou seja, as dificuldades apresentadas pelos surdos podem estar relacionadas a não compreensão da linguagem matemática e das barreiras associadas ao não ouvir e não serem uma dificuldade cognitiva, de capacidade de aprendizagem, de rigidez do pensamento ou centramento no concreto como se essas características fossem relacionadas exclusivamente à surdez.

Um dos desafios para o ensino de matemática é romper a barreira comunicativa que separa linguística e culturalmente os alunos surdos e ouvintes, entre falantes da língua portuguesa e falantes da língua de sinais e que dificulta a inclusão dos alunos surdos na escola. (ARNALDO JR; RAMOS, THOMA, 2013).

O fato de não dominar fluentemente uma língua interfere e dificulta, em alguns casos, o aprendizado de conceitos matemáticos, como o pensamento algébrico, por exemplo, como demonstrou o estudo de Fernandes e Healy (2013), cujos resultados demonstravam indícios de que os alunos surdos pensavam de modo algébrico, mas não recorriam à linguagem convencional para expressar os conceitos, demonstrando pouca familiaridade com o sistema semiótico.

Concordamos com Barbosa (2013, p. 336) quando afirma que: "(...) ser exposta à língua de sinais desde pequena aumenta o desempenho da criança surda em funções cognitivas associadas ao processamento visual. Isto, por conseguinte, pode refletir no desenvolvimento de conceitos matemáticos." Uma vez que uma série de conhecimentos e conceitos numérico-quantitativos, procedimentos de contagem, sequência, numeração, equivalência são aprendidos na vida cotidiana antes do ingresso na escola.

É o aprendizado informal da matemática aprendido pelas crianças em grupos e instâncias de convivência social antes do ingresso na escola que constitui o conhecimento intuitivo que vai sendo transformado no aprendizado formal da matemática na escola (VARGAS E DORNELES, 2013).

Desse modo, sem uma língua compartilhada por professores e alunos, a comunicação e o ensino de conteúdos acadêmicos ficam prejudicados senão comprometidos. O uso da língua de sinais em sala de aula requer, portanto, mudanças significativas na formação de professores e na atuação docente em sala de aula.

Para Khitzer e Pagliaro (2013), os desafios internacionais para o ensino de matemática para surdos envolvem uma série de fatores que vão desde a formação docente com conteúdos insuficientes na área de matemática, até a baixa expectativa com relação à aprendizagem desses alunos que se materializam nas oportunidades oferecidas em sala de aula.

Além da necessária proficiência na língua de sinais por parte de professores e alunos, existe o problema da ausência de itens lexicais e de sinais matemáticos em libras[26] para o

[26] Uma das tentativas de facilitar o ensino de matemática foi realizado por Danilo Couto Teixeira de Carvalho e Ruth Maria Mariani que criaram um glossário de sinais matemáticos- "Calculibras", desenvolvido na Universidade Federal Fluminense-UFF-RJ. Disponível em: http://calculibras.wixsite.com/home.

ensino dos conceitos específicos, o que requer a construção de classificadores para resolver o problema da ausência de sinais[27] (ARNALDO JR, RAMOS, THOMA, 2013).

A aula como lócus central de construção do conhecimento, demanda do professor não apenas o domínio dos conteúdos científicos relacionados ao campo disciplinar, mas também o domínio dos conteúdos didático-pedagógicos e metodológicos necessários para que possa realizar a transposição didática, ou seja, transpor os conteúdos do campo científico para o campo didático e, dessa forma, possam ser adaptados de modo que se tornem acessíveis para os diferentes níveis e modalidades de ensino.

No ensino de alunos surdos, existem alguns desafios específicos: 1- fazer a transposição didática de uma língua oral para uma língua de sinais, com estrutura e gramática distintas; 2- desenvolver estratégias metodológicas que possibilitem o ensino de conteúdos matemáticos em língua de sinais; 3- construir material didático-pedagógico apoiado na visualidade; 4-adaptar o currículo de maneira a que os alunos surdos tenham acesso aos conteúdos vinculados pela escola.

Esses desafios somados a tantos outros vivenciados na educação brasileira nos lançam luzes para pensarmos:

1. Que línguas circulam na escola?
2. Como são estabelecidas as relações entre professor-aluno surdo, aluno surdo e aluno ouvinte? Como se comunicam?
3. Que parceiros os alunos surdos têm na sala, na escola?
4. Como tem se dado a formação de professores, inicial e continuada. Em quais instâncias têm se formado o professor de matemática e o professor que ensina matemática para alunos surdos?
5. Qual o tipo de curso: duração, formato, condições concretas de realização do curso?

[27] " Da mesma forma como os ouvintes empregam sinônimos para denotar palavras que desconhecem em determinado momento, os surdos empregam uma estrutura linguística conhecida por classificador, abreviada por CL. Na falta de um sinal, os surdos utilizam o CL para comunicar algo até que se convencionem sinais específicos para termos específicos, que são gradativamente incorporados a língua de sinais" (ARNALDO JR; RAMOS, THOMA, 2013, p. 390)

6. O que o currículo tem privilegiado na formação docente: os conteúdos científicos, disciplinares? As metodologias de ensino? A articulação entre os saberes pedagógicos, didáticos e científicos?
7. Como o currículo escolar está organizado: o que deve ser ensinado, quando, de que forma, como deve ser avaliado?
8. Como o professor ministra suas aulas? Oralmente? Sinaliza? Tem o auxílio de intérprete?
9. Que funções o intérprete desempenha na sala de aula? Auxilia o professor ou ensina diretamente ao aluno?
10. Como tem sido a formação do intérprete e o que tem sido privilegiado neste processo de formação?
11. A quais recursos o professor tem acesso no planejamento e na realização da aula?

Ao longo desta seção discutiu-se a complexidade e o desafio que se tem no ensino de matemática para surdos e que envolve múltiplas instâncias e atores pedagógicos. Focalizaram-se, no entanto, os processos micro, mais relacionados com a escolarização e os fatores que afetam diretamente a aprendizagem como a compreensão da língua, dos conteúdos, o papel dos professores, a organização do ensino, dentre outros fatores importantes que precisam ser visualizados em relação às políticas educacionais de maneira mais ampla, com o projeto político pedagógico da escola, o planejamento de ensino e a gestão da aula.

O sucesso escolar, entendido aqui como a aprendizagem significativa, requer do aluno a apropriação dos conhecimentos produzidos pela humanidade e sua possibilidade de operar com eles em outras instâncias da vida social. Desse modo, a escola cumpre um papel importantíssimo não apenas como mediadora na relação com o conhecimento, mas como instância capaz de possibilitar aprendizagem e desenvolvimento humano.

Referências bibliográficas

ARNALDO JR, H.; RAMOS, M. G; THOMA, A. da S. O uso do multiplano por alunos surdos e o desenvolvimento do pensamento geométrico. Cad. Cedes, v. 33, n. 91, p. 387-409, set.-dez. 2013.

BARBOSA, H. H. Habilidades matemáticas iniciais em crianças surdas e ouvintes. Cad. Cedes, Campinas, v. 33, n. 91, p. 333-347, set.- dez. 2013.

FERNANDES, S. H. A; HEALY, L. Expressando generalizações em libras: álgebra nas mãos de aprendizes surdos. Cad. Cedes, Campinas, v. 33, n. 91, p. 349-368, set.-dez. 2013.

KRITZER, K. L.; PAGLIARO, C. M. Matemática: um desafio internacional para estudantes surdos. Cad. Cedes, Campinas, v. 33, n. 91, p. 431-439, set.-dez. 2013.

PINO, A. O social e o cultural na obra de Vygotsky. Educação & Sociedade, ano XXI, nº 71, julho/00.

PINO, A. As marcas do humano: às origens da constituição cultural da criança na perspectiva de Lev. S. Vygotsky. São Paulo: Cortez Editora, 2005.

RÊGO, T. C. Configurações sociais e singularidades: o impacto da escola na constituição dos sujeitos. In: OLIVERA, M. K; REGO, T.C; SOUSA, D. T. (Orgs.) Psicologia, educação e as temáticas da vida contemporânea. São Paulo: Moderna, 2002.

VYGOTSKY, L. S. A formação social da mente. 7ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

VYGOTSKY, L. S. Pensamento e Linguagem. 2ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2001

VYGOTSKY, L. S. A formação social da mente. São Paulo: Martins Fontes, 2004.

VYGOTSKY, L. S. A defectologia e o estudo do desenvolvimento e da educação da criança anormal. Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 37, n. 4, p. 861-870, dez. 2011.

VYGOTSKY, L.S. Historia del Dearrollo de Las Funciones Psiquicas Superiores. Obras Escogidas, Tomo III. 2. Ed. Madrid: Visor, 2000a

VYGOTSKY, L. S. Manuscrito de 1929: Psicologia Concreta do Homem. Educação & Sociedade, ano XXI, nº 71, julho/2000b.

ESPAM: O MATERIAL DIDÁTICO[28]

Adriana Franco de Camargo Augusto
Prefeitura Municipal de Valinhos
prof.adriana.camargo@gmail.com

Sezilia Elizabete Rodrigues Garcia Olmo de Toledo
Prefeitura Municipal de Campinas
professorasezilia@gmail.com

Resumo
Neste texto temos como objetivo apresentar uma experiência inicialmente pensada para o ensino de Geometria, desenvolvida com alunos do Ensino Fundamental de 3º e 6º ano de escolas públicas municipais de Campinas e Valinhos respectivamente. Este trabalho surgiu de nossa participação no grupo GEPEMAI (Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais) e a partir da elaboração do material Espam. Com o desenvolvimento das atividades, verificamos o grande envolvimento dos alunos desde a confecção do material até a resolução das situações-problema. Por meio de aulas exploratórias instigamos os alunos a realizar descobertas, compor e decompor figuras, perceber equivalências, fazer conjecturas, buscando proporcionar a eles um ambiente desafiador. Por fim explicitamos a contribuição do grupo de estudos para o nosso desenvolvimento profissional.

Palavras chave: Educação Matemática. Geometria. Material Didático. Resolução de Problemas. Ensino Fundamental.

Introdução

Este texto surge a partir de nossos estudos no GEPEMAI e também de outras parcerias de longa data.

A primeira autora, que é formadora de professores dos anos iniciais e leciona nos anos finais do Ensino Fundamental na Prefeitura Municipal de Valinhos, desenvolveu a atividade em uma sala de 6º ano. A segunda autora, que leciona para os anos iniciais do Ensino Fundamental na Prefeitura Municipal de Campinas, desenvolveu a atividade em uma sala de 3º ano.

[28] Responsável pela normalização e revisão do texto: Adriana Franco de Camargo Augusto – prof.adriana.camargo@gmail.com

Iniciamos nossa participação no GEPEMAI por se tratar de um grupo destinado ao estudo da Geometria e esta ser uma área com a qual nos identificamos muito. Inicialmente o grupo era voltado aos estudos de Geometria nos iniciais e, mais tarde, se estendeu aos anos finais do Ensino Fundamental. Estávamos interessadas em aprofundar nossos conhecimentos teóricos, aprender novas propostas de trabalho e trocar experiências, buscando aperfeiçoar nossa prática em sala de aula.

O grupo apresenta uma dinâmica em que são levantados temas a serem estudados, em seguida buscamos bibliografias relacionadas ao assunto, estudamos os textos e discutimos atividades realizadas ou a serem desenvolvidas em sala de aula.

Para um determinado encontro, em que estudávamos Poliedros, foi proposta a tarefa de elaborar uma atividade envolvendo esse tema para ser discutida no próximo encontro e, posteriormente, experimentada em sala de aula.

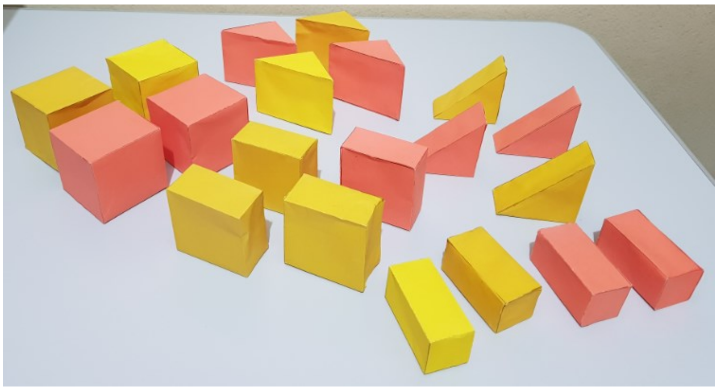
Nossa proposta de atividade surgiu a partir da elaboração de um material didático, intitulado "Espam", por meio do qual pudéssemos estudar algumas formas geométricas espaciais e suas relações.

A elaboração do material

Com base em nossa experiência de trabalho com o material Tangram, com o qual desenvolvemos atividades de composição e decomposição de figuras planas, estudo dos polígonos, resolução de problemas etc., resolvemos elaborar um material parecido, mas para o trabalho com as formas geométricas espaciais, para estudo de suas características, equivalências etc.

O material foi composto por cinco peças diferentes, conforme modelos disponíveis no anexo 1 deste trabalho, que foram replicadas quatro vezes, totalizando um conjunto de 20 peças. Dentre as peças temos: quatro prismas triangulares pequenos, quatro prismas triangulares médios, quatro paralelepípedos pequenos, quatro paralelepípedos médios e quatro cubos, conforme ilustra a figura 1 a seguir:

Figura 1 – Conjunto de peças do material "Espam"



Fonte: Acervo pessoal das autoras

Para a confecção do cubo, foi escolhida a medida 6 cm para a aresta. Essa medida pode ser alterada, desde que se mantenha as proporções nas demais peças, ou seja, o prisma triangular médio foi construído de forma a ser metade do cubo, assim como o paralelepípedo médio. Os prismas triangulares pequenos foram construídos de forma a serem ¼ do cubo ou a metade do prisma triangular médio, assim como os paralelepípedos pequenos foram construídos para serem ¼ do cubo ou metade do paralelepípedo médio.

O material contém diversas peças, mas foi possível confeccioná-las rapidamente, pois incluímos essa confecção como uma das atividades da gincana escolar, e os diversos grupos cumpriram a tarefa com capricho e organização.

Nossa intencionalidade

Reconhecemos ser muito importante o ensino e a aprendizagem da Geometria para o desenvolvimento dos alunos do Ensino Fundamental. E, como afirmam Rêgo; Rêgo; Vieira (2012):

> [A Geometria] ... passou a ser compreendida como um campo que possibilita a realização de atividades voltadas não apenas para o desenvolvimento do raciocínio geométrico, mas também de outros tipos de raciocínios, de habilidades e atitudes, em especial da capacidade de resolver problemas sobre a discriminação de formas e manipulação destas, de medidas, do senso estético e da criatividade. (RÊGO; RÊGO; VIEIRA, 2012, p. 11)

Acreditamos na contribuição do uso de materiais didáticos, dentre eles os materiais manipuláveis, para o trabalho nas aulas de Geometria por contribuírem para a visualização e a análise de propriedades, no nosso caso, de formas geométricas espaciais. E, como trazem Rêgo; Rêgo; Vieira (2012):

> A manipulação de modelos concretos e de objetos que fazem parte do dia a dia do aluno auxiliará o processo de construção dos modelos mentais dos diversos elementos geométricos, por meio da identificação e generalização de propriedades e do reconhecimento de padrões, em uma estrutura formal. (RÊGO; RÊGO; VIEIRA, 2012, p. 14)

Não basta o professor mostrar os materiais para exemplificar, é necessário que os alunos tenham espaço para manipular os objetos, confeccioná-los, analisá-los e discutir a respeito deles no grupo para que possam fazer suas descobertas. E, como argumentam Nacarato e Passos (2003):

> O processo de observação passivo não garante a apreensão das propriedades do objeto. Porém, quando o professor permite a manipulação ou, inclusive, a construção do objeto, a compreensão da estrutura, sua percepção espacial pode ser mais completa. (NACARATO; PASSOS, 2003, p. 44)

Precisamos estar atentos ao fato de que a aprendizagem não irá acontecer pela simples manipulação de materiais e, sim, pela percepção de semelhanças e diferenças, pelas análises e descobertas de regularidades e, como afirma Lorenzato (2006a):

> Convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessário também a atividade mental por parte do aluno. (LORENZATO, 2006a, p. 21)

O ambiente da sala de aula também precisa contribuir para que os alunos se sintam à vontade para criar, para conversar sobre suas hipóteses, para trocar ideias com seus colegas de grupo, para socializar seus conhecimentos com os demais colegas da sala e para discutir com o professor a respeito de suas descobertas. Assim como destaca Smole (20--, p. 2), devemos "favorecer um ambiente de aprendizagem que simule na sala de aula uma comunidade matemática, onde todos possam participar, opinar, comunicar e trocar informações e experiências".

O professor tem um papel fundamental nessa proposta, como mediador da aprendizagem. É ele quem deve conduzir todo o processo, fazendo perguntas interessantes, nos momentos adequados, de forma a estimular e desafiar os alunos e, ainda, como destaca Lorenzato (2006b, p. 16), "mais do que deixar os alunos falarem, é preciso saber ouvi-los".

Para que o professor possa conduzir de maneira adequada esse trabalho, é muito importante o planejamento das atividades e, como explicita Smole (20-):

> Cabe ao professor escolher bons problemas, planejar formas de explorá-los para que os alunos sejam colocados em situação de ver e confrontar diferentes pontos de vista. [...] serão o planejamento e a condução do processo da aula que permitirão ou não a ampliação das capacidades reflexivas do aluno. (SMOLE, 20--, p.3)

Para o desenvolvimento da proposta de atividades que elaboramos, buscamos criar um ambiente descontraído para que os alunos pudessem expor suas ideias e nós, por meio de questionamentos, instigá-los a buscar novas respostas a partir de situações-problema abertas em que havia várias soluções. Isso porque, "atividades de experimentação, validação, argumentação e comunicação de ideias em sala de aula podem ser uma maneira divertida para se aprender geometria" (BRASIL (2014, p.17).

Partindo do material elaborado e confeccionado pelos alunos, organizamos uma sequência de atividades com o intuito de desenvolver a aprendizagem de algumas formas geométricas espaciais, suas propriedades, equivalências, composição, decomposição e resolução de problemas envolvendo área, volume e frações.

A seguir trazemos a sequência de atividades que idealizamos:

1 – Manipulação livre: familiarização com o material, de maneira a estimular a criatividade por meio de construções livres com as peças de forma lúdica.

2 – Nomeação e contagem das peças em pequenos grupos de alunos.

3 – Contorno das faces dos poliedros para reconhecimento das figuras planas, nomeação e exploração de suas características.

4 – Discussão sobre os tipos de triângulos e quadriláteros.

5 – Estudo dos ângulos que compõe os polígonos encontrados.

6 – Construções simétricas a partir do conjunto de peças.

7 – Composição e decomposição de alguns sólidos a partir de outros, buscando formas equivalentes.

8 – Reconhecimento e contagem de arestas, faces e vértices.

9 – Planificação dos poliedros.

10 – Medição dos lados dos polígonos e das arestas dos poliedros.

11 – Cálculo da área do papel utilizado para a confecção dos poliedros.

12 – Cálculo do volume dos poliedros.

13 – Discussão em relação às representações fracionárias a partir da comparação entre as peças.

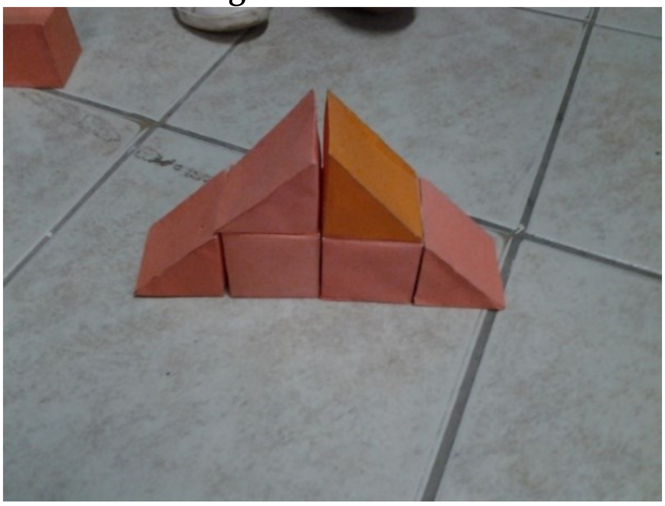
14 – Percepção de que, quando o tamanho do lado do quadrado do cubo é dobrado, a área fica quatro vezes maior e o volume fica oito vezes maior.

Desenvolvimento no 3º ano

As crianças foram divididas em grupos com 4 crianças e o material foi distribuído para que explorassem livremente, comparando peças, fazendo construções com elas, enfim, da maneira que julgassem adequada.

Foram feitas inúmeras construções, entre elas, surgiram várias que possuíam eixos de simetria e isso foi discutido com a classe, conforme figura 2 a seguir:

Figura 2 – Simetria



Fonte: Acervo pessoal das autoras

Na sequência, a professora Sezilia falou os nomes dos sólidos geométricos para que as crianças os identificassem entre o conjunto que estava à disposição do grupo. Não houve dificuldade para realizar essa atividade, pois os sólidos já haviam sido apresentados, inclusive as crianças souberam diferenciar os paralelepípedos dos cubos, afirmando que o cubo tem todas as faces quadradas.

As crianças se divertiram e, conforme a professora falava o nome do sólido, cada uma tentava ser a primeira a mostrá-lo, demonstrando reconhecer facilmente cada um.

Em seguida foi pedido que formassem com 2 peças um cubo. Quando o primeiro grupo conseguiu, os outros logo se interessaram em ver como foi feito para fazer igual. Juntaram dois prismas triangulares para a composição, conforme figura 3 que segue:

Figura 3 – Composição do cubo com duas peças

Fonte: Acervo pessoal das autoras

Para prosseguir com as discussões, a professora perguntou: “Se eu pegar apenas uma das peças, o que eu posso dizer que ela é do cubo?”

As crianças inicialmente tiveram dificuldade em compreender a questão, até que um grupo respondeu que seria a metade.

A proposta seguinte consistiu em que os alunos formassem um cubo com 3 peças. E logo um dos grupos apresentou a solução compondo o cubo com 3 prismas triangulares, conforme a figura 4 a seguir:

Figura 4 – Composição do cubo com 3 peças

Fonte: Acervo pessoal das autoras

Após essa construção, foi solicitado que formassem o maior cubo que conseguissem utilizando as peças que tinham em mãos, e o resultado foi o apresentado nas figuras 5 e 6 a seguir:

Figura 5 – "Cubão" laranja

Figura 6 – "Cubão" amarelo

Fonte: Acervo pessoal das autoras

Para finalizar, a professora solicitou que construíssem o maior paralelepípedo que conseguissem, e a resposta foi apresentada como segue na figura 7:

Figura 7 – Construção do Paralelepípedo

Fonte: Acervo pessoal das autoras

Os alunos se envolveram bastante nas propostas de trabalho apresentadas e demonstraram compreensão dos conceitos envolvidos, resolvendo de maneira correta os problemas sugeridos.

Desenvolvimento no 6º ano

Como comentado anteriormente, o material foi confeccionado durante uma gincana realizada na escola, na qual os alunos foram divididos em quatro equipes com cores distintas e tinham o desafio de construir os poliedros da melhor maneira possível. Após a gincana, tínhamos oito jogos completos.

Na semana seguinte, começamos as atividades com o material Espam. A sala foi dividida em quatro grupos e cada um recebeu dois conjuntos do material. Inicialmente a professora Adriana distribuiu e deixou que os alunos explorassem livremente as peças.

Os alunos apreciaram bastante essa proposta, uma vez que puderam brincar com as peças, realizar construções como pontes, castelos, foguetes, casas, etc. Esse momento possuía como objetivo que os alunos se familiarizassem com o material e percebessem suas formas, conforme figuras 8 e 9 a seguir:

Figura 8 – Foguete

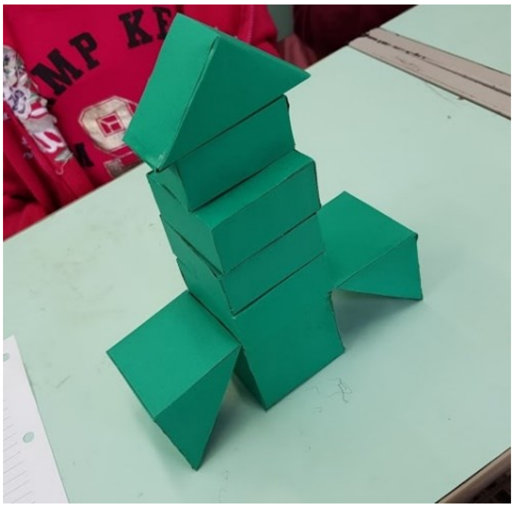
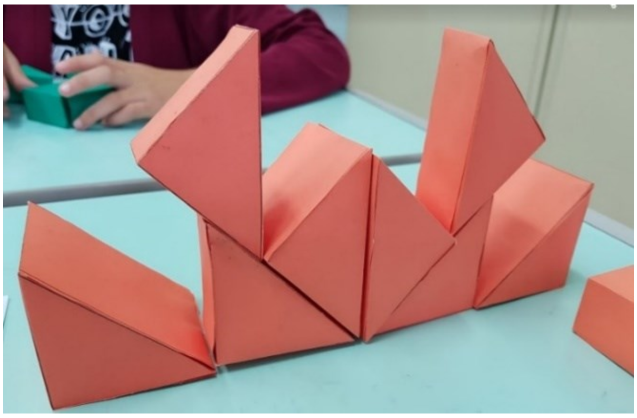
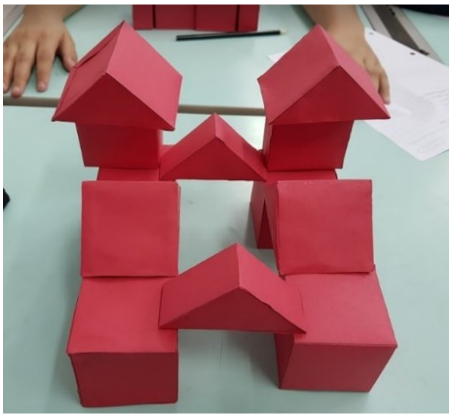


Figura 9 - Casas

Fonte: Acervo pessoal das autoras

Na proposta seguinte, a professora solicitou aos alunos que, utilizando o material, fizessem construções simétricas. Como os alunos já haviam estudado simetria, não tiveram dificuldade em realizar a atividade, conforme figuras 10 e 11 a seguir:

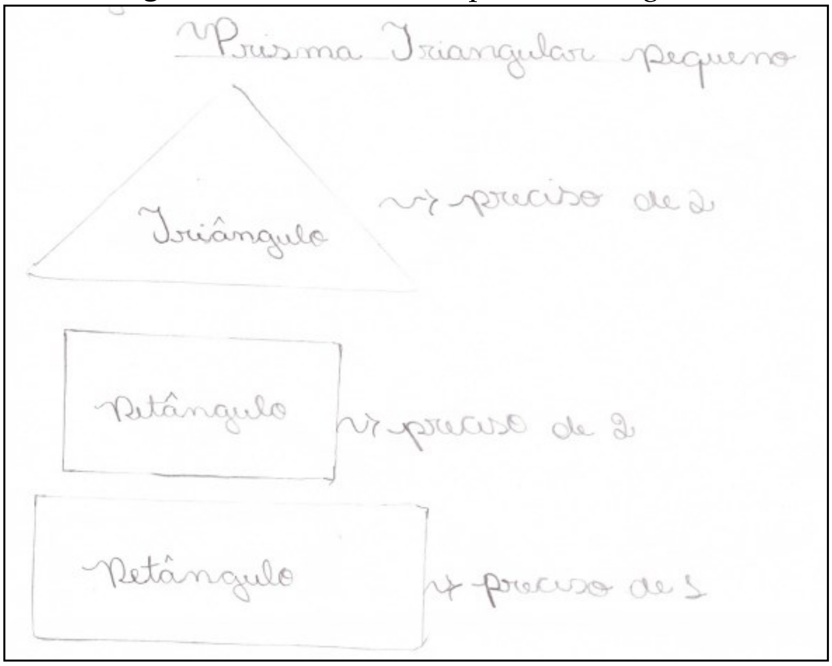
Figura 10 – Simetria – Caranguejo	**Figura 11** – Simetria - Igreja
	

Fonte: Acervo pessoal das autoras

Na terceira atividade, que consistiu na contagem e nomeação das peças de cada conjunto pelos alunos, eles encontraram oito paralelepípedos com dois tamanhos diferentes, oito prismas triangulares, também em dois tamanhos diferentes, e quatro cubos em cada conjunto.

Em seguida, foi pedido para que contornassem as faces em folhas sulfite e, assim, encontrassem os polígonos das faces dos poliedros e nomeassem cada um, conforme exemplo na figura 12:

Figura 12 – Contorno do prisma triangular



Fonte: Acervo pessoal das autoras

Na aula seguinte, foi discutido sobre as classificações dos triângulos e os alunos concluíram que o triângulo encontrado era um triângulo retângulo e isósceles, tanto no prisma triangular maior como no menor. Também discutimos sobre os tipos de quadriláteros e as diferenças e semelhanças entre os retângulos e quadrados encontrados.

Na quinta atividade, os alunos foram convidados a comparar as peças do material. Logo perceberam que os prismas triangulares médios eram metade do cubo e também os paralelepípedos médios eram metade do cubo. Nesse momento, a professora perguntou aos alunos com que outras peças poderiam construir o cubo e eles encontraram os resultados apresentados no quadro 1:

Quadro 1 – Comparação de peças

Cubo formado por peças iguais	Cubo formado por peças diferentes
4 paralelepípedos pequenos	1 prisma triangular médio + 2 prismas triangulares pequenos
4 prismas triangulares pequenos	1 paralelepípedo médio + 2 paralelepípedos pequenos
	2 paralelepípedos pequenos + 2 prismas triangulares pequenos

Fonte: Acervo pessoal das autoras

Nesse momento, um grupo de alunos chamou a atenção dizendo que com oito cubos foi possível construir um "cubão". A professora julgou bastante interessante e pediu aos demais para que também tentassem construir o "cubão" e, em seguida, perguntou se era possível construí-lo utilizando outras peças e algumas das respostas estão dispostas no quadro 2:

Quadro 2 – Construção do "Cubão"

"Cubão" formado por peças iguais	"Cubão" formado por peças diferentes
8 cubos	8 prismas triangulares médios + 8 paralelepípedos médios
16 prismas triangulares médios	4 cubos + 8 paralelepípedos médios
16 paralelepípedos médios	4 cubos + 8 prismas triangulares médios
32 prismas triangulares pequenos	8 paralelepípedos médios + 16 paralelepípedos pequenos
32 paralelepípedos pequenos	8 paralelepípedos médios + 16 prismas triangulares pequenos...

Fonte: Acervo pessoal das autoras

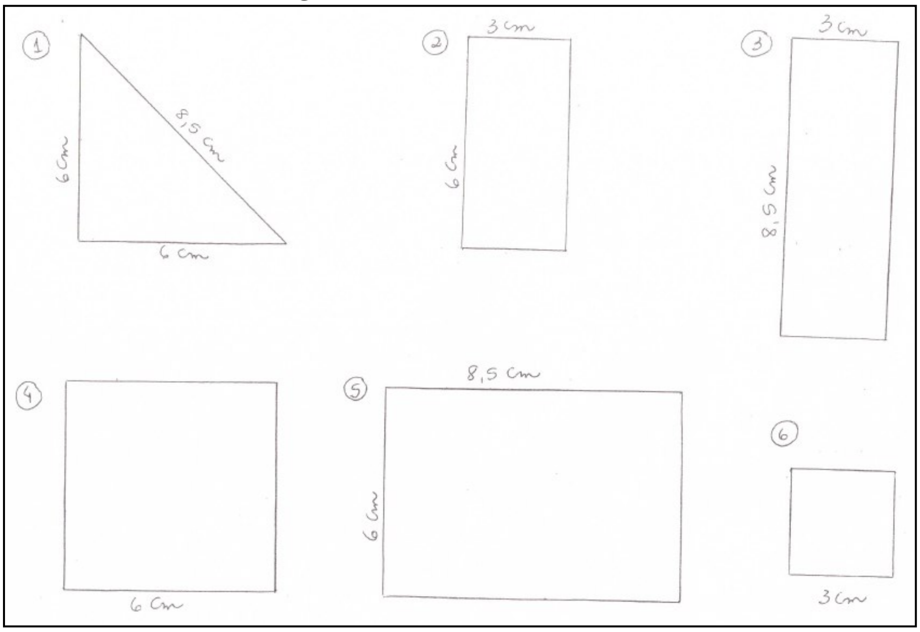
Conforme explicitado no quadro acima, na construção do "cubão" com formas diferentes, os alunos perceberam que existem muitas possibilidades e nos detivemos a encontrar algumas delas.

A professora aproveitou a oportunidade para discutir com os alunos sobre as frações, perguntando que fração o cubo representa do "cubão". Após verificarem que para compor o "cubão" foram necessários 8 cubos, concluíram que ele representava 1/8.

Em seguida, a professora perguntou que fração representava o prisma triangular médio em relação ao "cubão" e, após algumas discussões, os alunos concluíram que essa peça representava 1/16 do "cubão", assim como o paralelepípedo médio. Por fim, a professora perguntou sobre o paralelepípedo pequeno e sobre o prisma triangular pequeno, e alguns alunos não encontraram o resultado prontamente pelo fato de não possuírem em mãos o material para verificação. Mas, após algumas intervenções, concluíram que se tratava de 1/32.

A sexta proposta se tratava da planificação das formas e do cálculo da área do papel para confeccionar o material. A professora, inicialmente, entregou uma folha contendo o desenho de todos os polígonos constantes nas faces dos poliedros e suas respectivas medidas, conforme figura 13, e pediu aos alunos que calculassem as áreas dessas figuras. Em seguida, pediu para que cada grupo desenhasse a planificação dos poliedros, escrevesse a área encontrada de cada polígono dentro da planificação e calculasse sua área total, conforme figuras 14 e 15:

Figura 13 – Cálculo da área



Fonte: Acervo pessoal das autoras

Figura 14 – Área do cubo

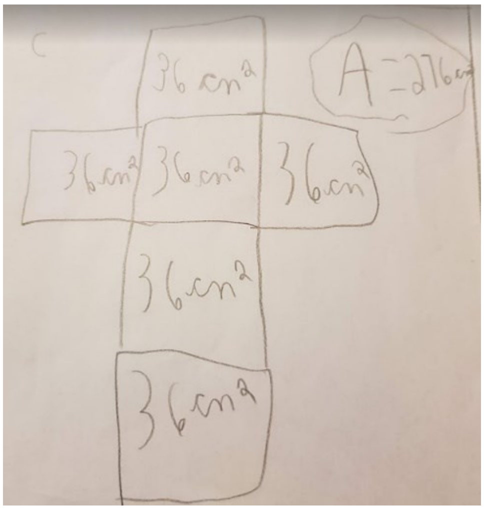
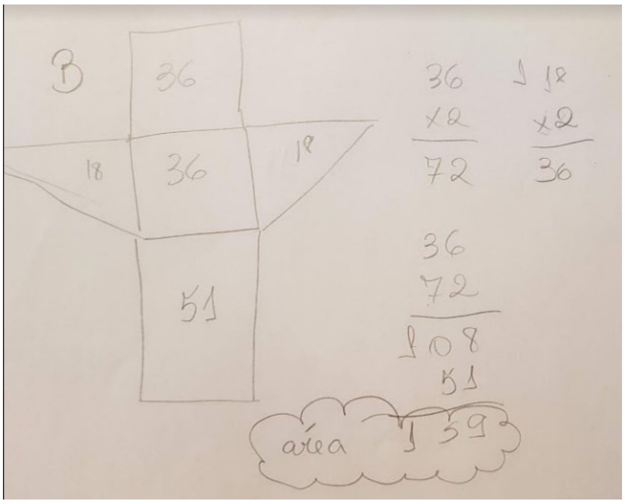


Figura 15 – Área do Prisma Triangular Médio



Fonte: Acervo pessoal das autoras

Na sétima atividade, os alunos deveriam encontrar o número de arestas, faces e vértices de cada um dos poliedros, conforme apresentado no quadro 3:

Quadro 3 – Vértices, Arestas e Faces

Poliedros	Vértices	Arestas	Faces
Cubo	8	12	6
Paralelepípedo médio	8	12	6
Paralelepípedo pequeno	8	12	6
Prisma triangular médio	6	9	5
Prisma triangular pequeno	6	9	5

Fonte: Acervo pessoal das autoras

Na atividade seguinte, foi solicitado aos alunos que respondessem algumas questões a respeito do material explorado. As perguntas foram colocadas na lousa e respondidas uma de cada vez, coletivamente.

Para a primeira questão "Qual é a peça com maior volume?", os alunos não tiveram dificuldades em responder "o cubo". Já para a questão 2 "Qual é a peça com menor volume?", alguns grupos responderam paralelepípedo pequeno, mas outros ficaram em dúvida e, por isso, a professora deixou essa questão para ser respondida posteriormente.

A terceira questão trazia: "Compare o prisma triangular médio com o paralelepípedo médio, o que é possível concluir?". Nesse momento, a professora queria que os alunos percebessem que eles têm o mesmo volume. Dois grupos chegaram a essa conclusão e os outros dois a professora os ajudou dizendo: "vocês não disseram que o prisma triangular médio é metade do cubo? Também disseram que o paralelepípedo médio é metade do cubo?". E assim conseguiram perceber que eram formas equivalentes.

O mesmo ocorreu na questão quatro: "compare o paralelepípedo pequeno com o prisma triangular pequeno". Após intervenções, lembraram que cada uma dessas peças representava ¼ do cubo e, por isso, eram equivalentes. Não foi tranquilo os alunos perceberem que elas possuíam volumes iguais, mas, após discussões, pudemos voltar à questão dois para respondê-la, afirmando que existiam duas peças com menor volume, tanto o prisma triangular pequeno quanto o paralelepípedo pequeno.

Para finalizar, os alunos foram convidados a calcular o volume de cada uma das peças. Anteriormente já haviam calculado o volume de outros tipos de caixas, mas, mesmo assim, apresentaram dificuldade na realização dessa tarefa.

O que a professora ainda gostaria de desenvolver, mas que ficará para futuras discussões, é levar os alunos a perceber o que acontece quando dobramos o lado do quadrado da face do cubo, como no caso da construção do "cubão", ou seja, ao dobrarmos a medida do lado, quadriplicaremos a área do quadrado e octuplicaremos o volume do cubo. Além disso, discussões sobre os ângulos presentes nos polígonos das faces dos poliedros também ficarão para intervenções futuras

Considerações Finais

O fato de participarmos de um grupo de estudos colaborativo nos ajuda a repensar nossas práticas de sala de aula a partir de teorias atuais, e as discussões nos encontros com outros professores contribuem significativamente para nossa formação.

O exercício de elaborar uma atividade para ser discutida no grupo é enriquecedor, pois nos debruçamos sobre o assunto e pudemos colocar nossa criatividade para trabalhar. Além disso, o compromisso de apresentar um resultado fez com que nos esforçássemos ainda mais e, por fim, as contribuições dos colegas complementaram o trabalho.

E essa experiência de escrever sobre o trabalho realizado e refletir sobre as propostas desenvolvidas, analisando os registros dos alunos, fotos e anotações que fizemos, nos ajudou a perceber indícios do que deu certo e do que pode ser feito diferente em uma nova oportunidade, melhorando nossa prática.

Consideramos que esse trabalho trouxe muitos aprendizados para nós professoras, bem como para os alunos.

Percebemos que os alunos estavam motivados em realizar os desafios propostos, além de terem demonstrado clareza em relação à nomeação das formas, suas planificações e entendimento na composição dos poliedros a partir de outros.

As propostas avançaram a partir das que foram sendo realizadas e o objetivo que inicialmente estava voltado mais para o ensino de Geometria se estendeu para outras áreas, por meio da resolução de problemas.

Acreditamos que o trabalho desenvolvido vai ao encontro do que é apresentado na BNCC (Base Nacional Comum Curricular) quando afirma que:

> Para o desenvolvimento das habilidades previstas para o Ensino Fundamental – Anos Finais, é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. Essas situações precisam articular múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos, visando ao desenvolvimento das ideias fundamentais da matemática, como equivalência, ordem, proporcionalidade, variação e interdependência. (BRASIL, 2018, p. 296)

O material que elaboramos pode ser utilizado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental se estendendo aos anos finais, com diferentes propostas de trabalho, como pudemos exemplificar nesse texto com os trabalhos desenvolvidos no 3º e no 6º ano.

Referências bibliográficas

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Curricular Comum: educação é a base. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>. Acesso em 08 jan. 2019.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Geometria – Caderno 5. Brasília, 2014.

LORENZATO, S. Laboratório de Ensino de Matemática e materiais de ensino manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Org) O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. Campinas, SP: Autores Associados, 2006a. p. 03-37.

LORENZATO, S. Para aprender matemática. Coleção Formação de Professores. Campinas, SP: Autores Associados, 2006b.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. A Geometria nas Séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

RÊGO, R. G. do; RÊGO, R. M. do; VIEIRA, K. M. Laboratório de ensino de Geometria. Coleção Formação de Professores. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

SMOLE, K. S. A Resolução de problemas e o pensamento Matemático. São Paulo: Editora SM, [20--]. Disponível em: <http://www.smbrasil.com.br/sm_resources_center/somos_mestres/formacao-reflexao/a-resolucao-de-problemas-pensamento-matematico.pdf>. Acesso em 08 jan. 2019.

APRENDENDO MATEMÁTICA COM O JOGO DE DADOS[29]

Juliana Bable Dias
Prefeitura Municipal de Campinas
ju.babledias@gmail.com

Resumo
Este relato faz uma breve retrospectiva da minha experiência acadêmica e profissional, o surgimento do interesse pelo trabalho com jogo em sala de aula, e realça a importância dos cursos, dos grupos de estudo e das trocas com outros colegas em nossa prática em sala de aula. Além disso, apresenta também uma prática de trabalho, realizada com uma turma de 1.º ano do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Campinas, utilizando o jogo como estratégia para trabalhar conteúdos que fazem parte do planejamento do ano.

Palavras-chave: Matemática. Jogos. Planejamento.

Sou professora do segundo ano do Ensino Fundamental, formada em Pedagogia pela PUC-Campinas em 2008, com experiência em Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental em escolas da rede privada e da rede pública municipal de Campinas, há dez anos.

Conjuntamente com a minha graduação iniciei minha experiência profissional, o que contribuiu de forma significativa para as minhas reflexões como futura professora, mais especificamente sobre o uso de jogos e brincadeiras com o objetivo de subsidiar o desenvolvimento da aprendizagem dos conteúdos escolares para os alunos, uma vez que

> o jogo é uma atividade ou ocupação voluntária, exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e de espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias, dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e de alegria e de uma consciência de ser diferente da "vida quotidiana". (HUIZINGA, 2007, p. 33, grifo do autor)

Ao longo da graduação, por ter realizado parte do estágio obrigatório com crianças de 03 a 05 anos na Educação Infantil, percebi que, ao apresentar os conteúdos contidos no planejamento escolar em formato de jogos e brincadeiras, o processo de ensino tornava-se

---

[29] Responsável pela normalização e revisão do texto: Vera Bonilha – vera.bonilha@gmail.com

mais divertido e, até mesmo, enriquecedor, auxiliando a aprendizagem, isso porque "o brincar e o jogar, para a criança representam sua razão de viver, onde elas se esquecem de tudo que as cerca e se entregam ao fascínio da brincadeira" (GRANDO, 2004, p. 17).

Com isso, passei a me interessar pelos estudos sobre aprendizagem e desenvolvimento motor e fui percebendo como a brincadeira auxiliava o desenvolvimento de ambos, de forma livre ou dirigida, com adultos ou pares.

Com o passar do tempo, minha experiência profissional foi caminhando mais para os anos iniciais do Ensino Fundamental e, com isso, comecei a refletir sobre a possibilidade de inserir jogos no meu planejamento semanal para favorecer o processo de aquisição de leitura e escrita.

E assim, por meio de leituras, de diálogos com os colegas de profissão e de reflexões, fui colocando, no planejamento escolar, jogos que contemplavam os conteúdos matemáticos que abordávamos em sala, ou até mesmo que estimulavam habilidades necessárias anteriores a estes conteúdos, em consonância com que observa Grando (2004, p.17), quando afirma que "a experiência docente tem mostrado que muitas crianças ficam horas, às vezes, prestando atenção em um único jogo e não se cansam".

Em paralelo às obrigações de sala de aula, em 2013 e 2014 participei, pela Rede Municipal de Campinas, de um curso de formação continuada vinculado ao Ministério de Educação e Cultura (MEC), intitulado Pacto Nacional Pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), voltado aos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo como foco a formação, no primeiro ano, do letramento de Língua Portuguesa e, no segundo ano, do letramento matemático.

Em nossos encontros, dentre as temáticas apresentadas, uma delas me chamou a atenção, a apropriação dos jogos em sala de aula, prática que já tinha se demonstrado relevante para mim em tempos anteriores e que foi extremamente valorizada, pois "o jogo pode propiciar a construção de conhecimentos novos, um aprofundamento do que foi trabalhado ou ainda, a revisão de conceitos já aprendidos" (BRASIL, 2014, p. 5).

Pude constatar o que já vinha observando e praticando: o jogo, utilizado pelo professor, dentro de seu planejamento, se configura como uma maneira de auxiliar a aprendizagem dos alunos e a avaliação deles, desde que tenha um objetivo ao ser aplicado e não apenas o jogar pelo jogar, já que "sem a intencionalidade pedagógica do professor, corre-se o risco de se utilizar o jogo sem explorar seus aspectos educativos, perdendo grande parte de sua potencialidade" (BRASIL, 2014, p. 5).

Entendo que, ao realizar o planejamento, devemos ter consciência que o trabalho com jogos exige a interação dos alunos em grupos e isso pode gerar discussões sobre o entendimento das regras, da forma como se joga e outras possíveis dúvidas que costumam surgir ao longo de sua execução. Desse modo, é importante termos clareza de que o ambiente não será calmo e silencioso. Afinal,

> ao utilizar os jogos na sala de aula, não é possível exigir silêncio, sobretudo quando trabalhamos com crianças. Muita conversa, risadas, gargalhadas, pequenas divergências e até gritos eufóricos, decorrentes da própria atividade do jogo, fazem parte da aula e devem ser compreendidos como parte importante do aprendizado naquele momento. (BRASIL, 2014, p. 6)

Logo, para que possamos utilizar os jogos com o objetivo de alcançar a alfabetização matemática, devemos ter desde o domínio dos conteúdos que serão desenvolvidos, dos jogos que serão utilizados e do planejamento que será realizado, até a consciência dos possíveis conflitos e divergências que surgirão no desenvolver das atividades. Todavia, o fato de jogar e sentir-se estimulado não é garantia de aprendizagem por si só, "é necessário o processo de intervenção pedagógica a fim de que o jogo possa ser útil à aprendizagem" (GRANDO, 2004, p.25).

Dando continuidade às minhas inquietações nesta temática em sala de aula, após o término do curso, em 2015, participei, junto com outros professores, dos encontros do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática (GEPEMAI), um grupo colaborativo para estudo das práticas de ensino da Matemática, coordenado pelo Prof. Dr. Sergio A. Lorenzato, que me auxiliou na busca da melhoria da qualidade da minha prática em sala de aula.

Em nossos encontros, o foco de nossas discussões eram o ensino e a aprendizagem de Espaço e Forma (Geometria), um dos eixos do ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, de acordo com Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), mas, paralelamente a ele, os outros eixos da disciplina – Números e Operações, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação – acabavam sendo discutidos e trabalhados conjuntamente, posto que, conforme o próprio documento,

> os conhecimentos das crianças não estão classificados em campos (numéricos, geométricos, métricos, etc.), mas sim interligados. Essa forma articulada deve ser preservada no trabalho do professor, pois as crianças terão melhores condições de apreender o significado dos diferentes conteúdos se conseguirem perceber diferentes relações deles entre si. (BRASIL, 1997, p. 48)

E o jogo, nas discussões desses encontros, voltava a aparecer como uma excelente estratégia para ser utilizada em sala de aula em nossos planejamentos.

O Jogo de Dados

Buscando entrelaçar teoria e prática, socializo uma prática pedagógica realizada na EMEF Corrêa de Mello, escola municipal, situada no Parque Universitário, em Campinas, em que trabalhei com a turma, 1.º ano do Ensino Fundamental, o Jogo de Dados. Esse jogo tem como objetivos ajudar os alunos a reconhecer a sequência numérica até 30; a fazer relação termo a termo; a relacionar quantidade com o numeral; a desenvolver o raciocínio lógico-matemático e realizar adição simples, utilizando dados; e a introduzir linguagem matemática.

O jogo, primeiramente, foi pensado para ser realizado em duplas, mas, após a prática dele por algumas vezes, percebi que também poderia ser realizado em trios ou quartetos.

Para a realização do jogo, eram necessários os seguintes materiais:

- 2 dados de seis lados com marcações de 1 a 6;
- 30 marcadores para cada jogador, podendo ser tampinhas, peças de EVA, feijões, etc.;
- 2 ou mais tabuleiros do jogo, sendo 1 para cada jogador, contendo 30 casas.

Em um primeiro momento, ao apresentar o novo jogo para a turma, preferi trabalhar inicialmente a contagem das peças que seriam necessárias. Cada aluno foi responsável por separar 30 peças de EVA. Em seguida, ao entregar os tabuleiros, pedi que recontassem as peças, utilizando as casas dele como referência.

Os alunos, separados em duplas – e em outros momentos em alguns trios –, recebendo, além das peças, os tabuleiros e um dado. Na ocasião, para que conhecessem as regras e os materiais do jogo, utilizaram apenas um dado. Eles teriam que colocar no tabuleiro a quantidade de peças correspondente ao número que saísse no dado ao jogá-lo. Ganhava o jogo quem completasse primeiro o tabuleiro.

Após essa primeira etapa, foram realizados alguns questionamentos com os alunos, como:

- O que vocês acharam do jogo?
- O que esse jogo nos ensina?
- O que é mais fácil? E mais difícil?

Através das respostas, foi possível avaliar que o jogo, mesmo simples, foi atrativo e interessante para os alunos. Todos disseram que gostaram e queriam jogar novamente outro dia. Além disso, muitos verbalizaram que estavam aprendendo Matemática, porque tinham que contar as peças correspondentes aos números que saíam nos dados, e aqueles que não fizeram essa relação, logo após o questionamento, acabaram refletindo com as respostas dos colegas. Segundo o que relataram, o mais difícil foi ter que contar 30 peças e conseguir acertar o número 6 quando jogavam o dado.

Ao longo de três semanas, realizamos o jogo duas vezes por semana, por um período de 30 a 50 minutos, dessa mesma forma, ou seja, sem trazer novas regras ou mais materiais. Tudo era registrado por meio de desenhos ou textos coletivos.

Quando utilizaram apenas um dado, notei que alguns alunos realizavam a contagem colocando o dedo em cima de cada bolinha do dado, enquanto outros, só de olhar, já pegavam as peças na quantidade correta, sem auxílio dos dedos na contagem.

Na quarta semana, após observar que os alunos já dominavam as regras do jogo, considerei que era o momento de trazer algo novo que dificultasse um pouco o jogo. Assim, todo o processo foi refeito, desde a contagem das peças e a conferência no tabuleiro, porém foram entregues dois dados para cada dupla, com uma nova regra: eles deveriam jogar os dois dados ao mesmo tempo e pegar a quantidade de peças que correspondesse aos números que saíssem nos dois juntos. Neste momento de explicação, evitei falar termos como: mais, somar, juntar, adição, pois queria ver se algum aluno se atentava para o que estava sendo realizado.

Após o término do jogo, foram realizados os mesmos questionamentos, mais algumas perguntas:

- O que teve de diferente no jogo de hoje e no jogo anterior?
- Qual o menor número que poderia sair em uma jogada? E o maior?
- Se um jogador tem 25 pontos, quanto ele tem que tirar no dado para ganhar o jogo?
- Se eu tirar 5 em um dado e 4 no outros, quantos pontos marquei?

Tais perguntas foram refeitas mais algumas vezes, após as realizações seguintes do jogo, durante três semanas, com a mesma frequência realizada anteriormente.

E, assim como na primeira vez, a avaliação sobre o jogo foi positiva, mas o que me chamou a atenção foi que uma criança rapidamente falou que eles estavam fazendo "continhas de mais", como as que faziam no livro de Matemática. E com isso comecei a utilizar os termos adição e somar sempre que falavam sobre juntar os pontos obtidos nos dados, já que, conforme afirma Lorenzato (2006, p. 48), "quanto menor for a idade das crianças, maior deverá ser o cuidado com a linguagem empregada em sala de aula".

Disseram que o mais difícil era tirar o número 12, que este era o maior possível, e que ninguém conseguia tirar apenas 1, pois, ao juntar os dados "virava dois".

Após as duas etapas, voltamos tanto a elaborar textos coletivos, no caderno, ou no mural da sala de aula, como a registrar por meio de desenho.

Foi possível notar que a aplicação do jogo por diversas vezes, com uma frequência semanal, planejada como parte da rotina dos alunos, os agradou bastante, o que aumentou o envolvimento de todos na atividade, e o mais importante foi que favoreceu uma melhor compreensão do conteúdo, como pudemos constatar nas observações realizadas e na necessidade de mediação necessária.

Alguns alunos apresentavam certa dificuldade para realizar adições e cálculo mental, outros muitas vezes contavam as bolinhas dos dados uma a uma, também havia aqueles que realizavam desenhos em seu caderno para conferência, enquanto outros já demonstravam maior domínio e buscavam diferentes estratégias, como por exemplo, utilizar os dedos sem mexer no dado, realizar sobrecontagem e com facilidade já iam fazendo cálculo mental.

Notei também que alguns alunos começaram a utilizar palavras que não costumavam antes, se apropriando da linguagem matemática. Com frequência ouviam-se os termos: somar e adição. E, mesmo aqueles que ainda não os usavam, já se atentavam para o processo da "continha de mais", como eles diziam no início, quando precisam juntar os números. Considero isto muito importante, uma vez que, apesar de serem alunos que estavam no início do Ensino Fundamental, já começaram a se familiarizar com um repertório de palavras que cada vez mais será parte das suas vivências escolares. Afinal,

> na sala de aula, tanto a apresentação como o uso da linguagem matemática deve ser gradativo e respeitar o estágio de evolução dos alunos. Isso significa aceitar que os alunos inicialmente se exprimam através de sua linguagem para, depois, apresentar os termos já consagrados pela linguagem matemática e, finalmente, os símbolos matemáticos. (LORENZATO, 2006, p. 47)

Além dos conteúdos matemáticos, avaliei alguns comportamentos/reações como aqueles que aceitaram melhor as regras e lidaram melhor com as frustrações geradas no jogo, aqueles que tentavam burlar regras ou até mesmo choravam ou brigavam ao perder. Assim sendo, foi possível iniciar um trabalho de aceitação das regras e da importância delas para o grupo, principalmente com os alunos que apresentam maiores dificuldades de aceitá-las.

Apesar de conter regras simples e trabalhar conteúdos que alguns colegas consideravam fáceis de serem aprendidos pelos alunos de maneira abstrata, optei pelo uso do jogo, pois, além de ser "um elemento cultural que, ao ser resgatado em contextos de sala de aula, possibilita ao indivíduo um diálogo com as suas próprias formas de relação com o mundo" (GRANDO, 2004, p. 111), ele pode ser utilizado também para trabalhar, de maneira concreta com as crianças, uma vez que "palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar" (LORENZATO, 2006, p.17). Ou seja, é importante que, além de ouvir, as crianças vejam, toquem, explorem, para que haja sentido naquilo que está sendo realizado.

> O concreto palpável possibilita apenas o primeiro conhecimento, isto é, o concreto é necessário para a aprendizagem inicial, embora não seja suficiente para que aconteça a abstração matemática. Entre o conhecimento físico e o matemático existe um processo a ser vivenciado, o qual poderia ser iniciado com a utilização de um material que está sempre disponível e é muito funcional: o corpo humano. (LORENZATO, 2006, p. 20)

E através do corpo, as crianças jogam, se veem diante de regras que precisam ser seguidas e aprendem os conteúdos, que poderiam ter sido trabalhados através da oralidade e cópia da lousa, mas não teriam sido significativos.

Considerações finais

Este relato tem como objetivo dividir um pouco as minhas experiências para mostrar a importância de vivenciarmos grupos de estudo, participarmos de cursos e termos a oportunidade de trocas e reflexões com nossos parceiros de trabalhos nas escolas ou até mesmo de outras escolas. Considero que isso foi e tem sido essencial para a minha formação profissional.

Além disso, é uma maneira de compartilhar com os colegas uma prática realizada que foi bastante produtiva e significativa, tanto para os alunos, quanto para mim. Algumas vezes por não termos muitos recursos materiais na escola, acabamos nos sentindo limitados para realizar atividades diferenciadas, mas esta experiência mostra que, com materiais simples, é possível, sim, realizar um trabalho gostoso, divertido e muito proveitoso.

É importante procurar, sempre, melhorar a nossa prática, aprender ou aprofundar aquilo que notamos ter dificuldade, tendo em vista proporcionar aos nossos alunos aulas de maior qualidade. Ter pares para trocar ideias, pedir sugestões, buscar em grupos de estudo respostas para aquilo que sabemos que precisamos nos aprimorar, isso garantirá cada vez mais um ensino de qualidade para nossos alunos.

Referências bibliográficas

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. –

Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p. 1. Parâmetros curriculares nacionais. 2. Matemática: Ensino de primeira à quarta série. I. Título.

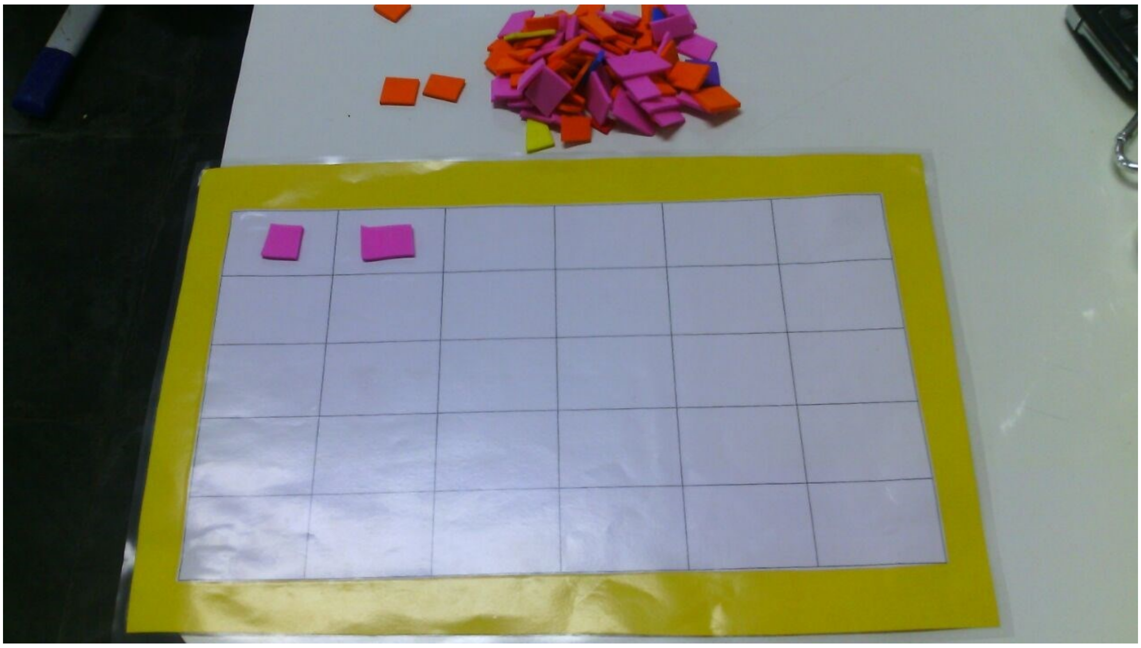
BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: jogos na alfabetização matemática/ Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014. 72p.

GRANDO, Regina Célia. O jogo e a matemática no contexto da sala de aula. São Paulo: Paulus, 2004.

HUIZINGA, Johan. Homo ludens: o jogo como elemento de cultura. São Paulo: Perspectiva, 2007.

LORENZATO, Sergio. Para aprender matemática. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

Anexos



Tabuleiro do Jogo de Dados.

Alunos utilizando dois dados para jogar.

MINI CURRÍCULOS DOS ORGANIZADORES

Rosana Prado Biani

Professora nos anos iniciais do Ensino Fundamental na rede municipal da cidade de Paulínia. Possui Magistério pela Escola Normal Carlos Gomes, Pedagogia pela Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE/UNICAMP); Mestrado na área de Ensino, Avaliação e Formação de Professores (FE/UNICAMP); Especialização em Matemática para professores da Educação Infantil e do Ensino Fundamental pelo Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC/UNICAMP). É membro do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (GEPEMAI), da FE/UNICAMP, desde 2009. Tem experiência na área de Educação, com ênfase em Ensino-Aprendizagem e Formação de Professores para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Conceição Aparecida Cruz Longo

Doutoranda em Educação pela Universidade Federal de São Carlos - UFSCar, na linha de pesquisa em Educação Matemática. Mestre em Educação, com linha de pesquisa em Educação Matemática, pela Universidade Estadual de Campinas-UNICAMP. Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de São Paulo (UNESP). É membro do grupo de Pesquisa GPEFCom - Grupo de Pesquisa Formação Compartilhada de Professores: Escola e Universidade. Aposentada como professora da Prefeitura Municipal de Paulínia (SP), atua em programas de formação de professores dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. Participa do Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Práticas Formativas e Educativas em Matemática (GEPRAEM) da Universidade Federal de São Carlos-UFSCar - *campus* de Sorocaba e do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática dos/nos Anos Iniciais

(GEPEMAI) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Formada em 2018 em Pedagogia, pela Universidade Cruzeiro do Sul.

Sergio Lorenzato

Professor Colaborador na Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP. Possui Licenciatura em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Rio Claro (UNESP); Mestrado em Educação pela Universidade de Brasília/UnB; Doutorado em Ciências Humanas pela FE/UNICAMP – área de Metodologia do ensino da Matemática; Pós-doutorado em Educação Matemática pela Université Laval (Canadá). Tem experiência em Educação Matemática, direcionada para a formação inicial e continuada de professores de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, com ênfase nos temas matemática visual, metodologia do ensino, prática docente e aprendizagem significativa. Coordena o Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (GEPEMAI), da FE/UNICAMP, desde 2009.